

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

УДК 537:004.94

Д. И. Белан, Т. С. Петлицкая

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. Моделирование движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях имеет большое практическое значение. С одной стороны, оно даёт возможность детального изучения различных природных процессов, происходящих в электромагнитных полях планет, звёзд и галактик, с другой стороны, особенности движения заряженных частиц широко используются при создании различных технических устройств и приборов. Среди таких приборов можно отметить следующие: электронный осциллограф, масс-спектрограф, электронный микроскоп, циклотрон и многие другие.

В данной статье описана возможность моделирования движения заряженных частиц, движущихся в однородном магнитном поле, посредством создания математической модели в системе компьютерной алгебры Mathcad.

Основная часть. Магнитное поле действует на движущуюся в нём заряженную частицу с силой, которую называют силой Лоренца: $\vec{F}_L = q[\vec{v}; \vec{B}]$, где q — заряд движущейся частицы, \vec{v} — скорость движения заряженной частицы, \vec{B} — индукция магнитного поля.

Модуль силы Лоренца можно записать в виде:

$$F_L = |q|vB\sin\alpha \quad (1)$$

где α — угол между направлениями индукции магнитного поля и скорости упорядоченного движения заряженной частицы.

Следует также отметить, что магнитное поле не действует на покоящуюся заряженную частицу.

Анализируя выражение (1) можно определить заранее, как будет двигаться заряженная частица в однородном магнитном поле. Если рассматривать угол между направлением индукции магнитного поля и направлением скорости движения заряженной частицы в пределах от 0 до 90°, то в зависимости от этого угла может быть три различных траектории её движения.

Если заряженная частица влетает в магнитное поле вдоль линий этого магнитного поля ($\alpha = 0$), то в этом случае действие силы Лоренца на заряженную частицу будет отсутствовать, и частица будет продолжать двигаться равномерно и прямолинейно.

В случае, если заряженная частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции ($\alpha = 90^\circ$), то дальнейшее движение частицы будет представлять собой равномерное движение по окружности, где центростремительной силой является сила Лоренца. На основании второго закона Ньютона можно определить радиус окружности, по которой эта частица будет двигаться [1, с. 330]. На рисунке 1 представлены траектории движения двух заряженных частиц: отрицательно заряженного электрона и положительно заряженного протона.

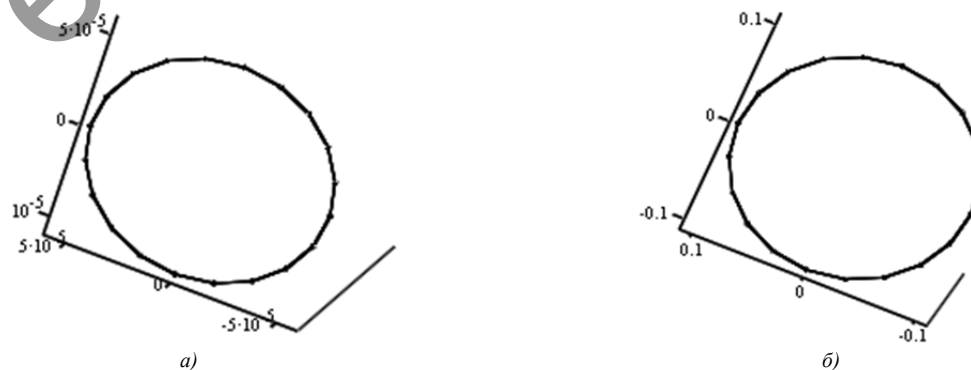


Рисунок 1 — Траектории движения электрона (а) и протона (б) для случая $\alpha = 90^\circ$

В случае, если скорость заряженной частицы направлена под некоторым углом ($0 < \alpha < 90^\circ$) к вектору индукции, то такой вид движения можно представить, как суперпозицию двух предыдущих случаев. А именно, равномерного движения вдоль поля со скоростью $v_x = v \cos \alpha$ и равномерного движения по окружности со скоростью $v_y = v \sin \alpha$. В результате заряженная частица будет двигаться по винтовой линии, навинчиваясь на силовые линии магнитного поля, с постоянными шагом h и радиусом окружности R . На рисунке 2 представлены траектории движения тех же заряженных частиц, но уже для случая, когда скорость заряженной частицы направлена под углом 45° к вектору индукции магнитного поля.

Начальные условия и формулы для определения радиуса окружности (R), периода вращения (T), шага винта (h) представлены в таблице 1.

На основании данных, представленных в таблице 1, можно провести сравнительный анализ характеристик, описывающих движение электрона и протона, которые движутся с одинаковыми скоростями и влетают в одно и то же магнитное поле (см. рисунок 1).

Следует также отметить, что на рисунке 2 в случаях (а) и (б) спираль завинчивается по-разному, — это говорит о том, что в поле действия одного и того же магнитного поля движутся разные по знаку заряженные частицы.

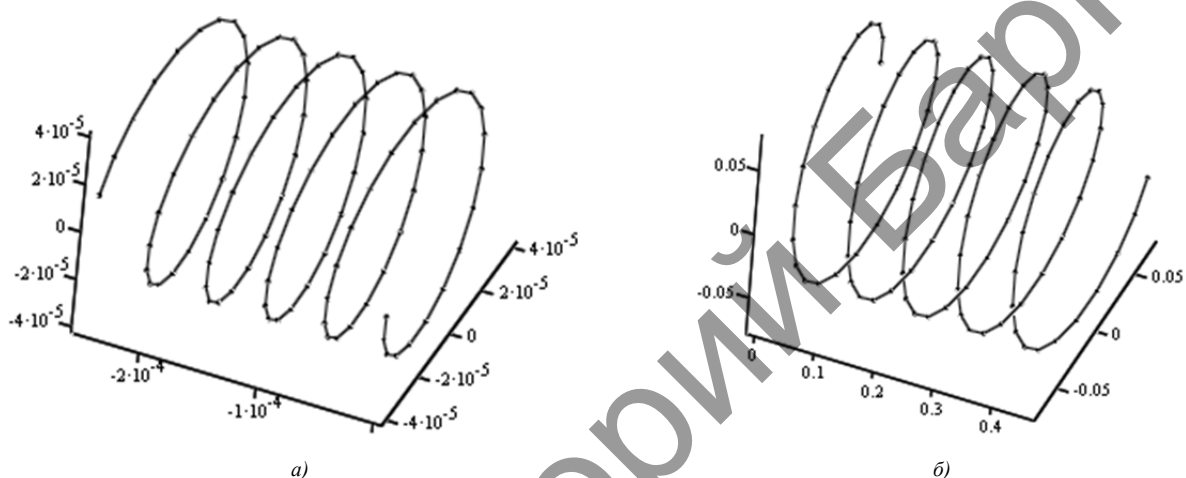


Рисунок 2 — Траектории движения электрона (а) и протона (б) для случая $\alpha = 45^\circ$

Т а б л и ц а 1 — Начальные данные и формулы определения R, T, h

Частица и её заряд q	Масса m	Магнитная индукция B	Скорость движения v	Радиус окружности $R = \frac{mv_y}{qB}$	Период вращения частицы $T = \frac{2\pi R}{v_y}$	Шаг винта $h = v_x T$
<i>Угол $\alpha = 0^\circ$</i>						
Электрон $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	0,1 Тл	10^6 м/с	$R = 0$	$T = 0$	$h = 0$
Протон $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$1,673 \cdot 10^{-27}$ кг			$R = 0$	$T = 0$	$h = 0$
<i>Угол $\alpha = 90^\circ$</i>						
Электрон $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	0,1 Тл	10^6 м/с	$R = 56,87$ мкм	$T = 0,3571$ нс	$h = 0$
Протон $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$1,673 \cdot 10^{-27}$ кг			$R = 0,105$ м	$T = 0,6594$ мкс	$h = 0$
<i>Угол $\alpha = 45^\circ$</i>						
Электрон $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	0,1 Тл	10^6 м/с	$R = 40,22$ мкм	$T = 0,3574$ нс	$h = 0,2527$ мм
Протон $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$1,673 \cdot 10^{-27}$ кг			$R = 0,074$ м	$T = 0,657$ мкс	$h = 0,465$ м

Для построения траекторий движения частиц, предварительно указали необходимое количество точек, из которых будет состоять траектория, а также координаты определения местоположения каждой такой точки в определённый момент времени. На рисунке 3 представлен скриншот данных условий, введённых в Mathcad.

$$N := 100 \quad i := 0..N-1 \quad \Theta_i := \frac{10 \cdot \pi}{N} \cdot i$$

$$X_i := v \cdot i \cdot \frac{T}{N} \quad Y_i := R \cdot \sin(\Theta_i) \quad Z_i := R \cdot \cos(\Theta_i)$$

Рисунок 3 — Скриншот данных, введённых в Mathcad

Если скорость заряженной частицы составляет угол α с направлением вектора \vec{B} неоднородного магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то h и R уменьшаются с ростом B . На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле, что применяется в ряде электронных приборов [2, с. 211].

Заключение. В данной статье представлена возможность изучения различных траекторий движения любой заряженной частицы в системе компьютерной алгебры Mathcad. Всесторонность применения действия силы Лоренца наблюдается как в природе, так и в различных технических устройствах, среди которых особое место занимает возможность применения ускорителей заряженных частиц в медицине для лечения злокачественных опухолей.

Список цитируемых источников

1. Аксёнович, Л. А. Физика : учеб. пособие для школ нового типа (лицей, колледж, специализированная школа) и абитуриентов вузов / Л. А. Аксёнович, Н. Н. Ракина ; под ред. Н. Н. Ракиной. — Минск : Дизайн ПРО, 2000. — 640 с.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. — 11-е изд., стер. — М. : Академия, 2006. — 560 с.

УДК 517.538.5⁵

И. Н. Бруй

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

ТЕОРЕМЫ ТИПОВ С. Н. БЕРНШТЕЙНА И Д. ДЖЕКSONА В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ

1. Введение. В ключевых обозначениях мы следуем монографии В. К. Дзядыка [1, гл. IX], а в остальных – монографии Р. Эдвардса [2;3].

С. Н. Бернштейн в 1912 г. предложил [4, с. 13] классифицировать функции по поведению при $N \rightarrow +\infty$ последовательности их наилучших приближений.

К теоремам типа С. Н. Бернштейна относят утверждения, в которых по известной скорости приближения функции заключают о её структурных свойствах, а к теоремам типа Д. Джексона относят утверждения, в которых по известным структурным свойствам функции заключают о скорости её приближения.

Настоящая работа посвящена теоремам типов С. Н. Бернштейна и Д. Джексона в комплексной области.

2. Основная часть. Спрямолинейная жорданова кривая Γ_R (rectifiable Jordan curve) называется гладкой (smooth Jordan curve), если 1) её натуральная параметризация $z = z(s)$ непрерывно дифференцируема на отрезке $[0, |\Gamma_R|]$, где $|\Gamma_R|$ есть длина кривой Γ_R , 2) всюду на этом отрезке производная $z'(s)$ отлична от нуля и 3) $z'(0+0) = z'(|\Gamma_R|-0)$. Как обычно, на концах отрезка $[0, |\Gamma_R|]$ производная и непрерывность понимаются в одностороннем смысле: в точке 0 – справа, а в точке $|\Gamma_R|$ – слева.

Требования 1) и 2) выражают непрерывность вращения касательной к кривой при движении точки касания по открытой дуге $z([0, |\Gamma_R|])$, а требования 1), 2) и 3) – непрерывность изменения направления касательной к кривой и при переходе точки касания через точку, соответствующую значениям $s = 0$ и $s = |\Gamma_R|$ натурального параметра.

Если через $\forall \delta \in (0, |\Gamma_R|)$ $\omega[z'(s), \delta] := \sup \{ |z'(s_1) - z'(s_2)| : \forall s_1 \in [0, |\Gamma_R|] \quad \forall s_2 \in [0, |\Gamma_R|] \quad |s_1 - s_2| \leq \delta \}$ обозначить модуль непрерывности производной функции $z'(s)$, то по определению $\Gamma_{Al'per}$ есть такая гладкая жорданова кривая, которая удовлетворяет условию С. Я. Альпера

$$\int_0^{\min\{1, |\Gamma_{Al'per}|\}} \frac{\omega[z'(s), \delta]}{\delta} \ln \frac{1}{\delta} d\delta < +\infty. \quad (1)$$