

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИГУР ЛИССАЖУ В MATHCAD

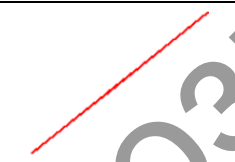

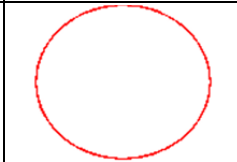

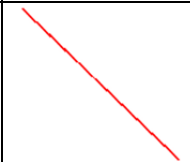

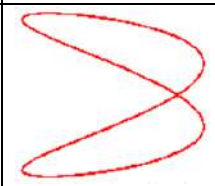
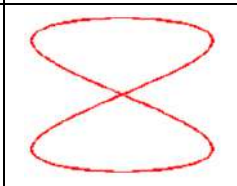




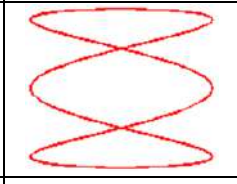
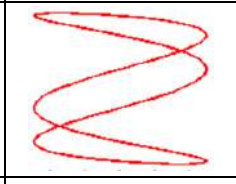
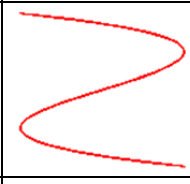

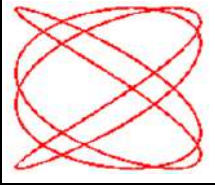
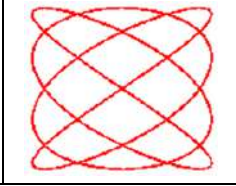
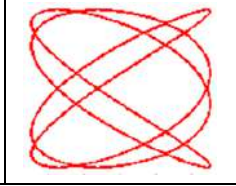

Введение. Колебательные явления различной природы можно встретить повсюду: движение автомобиля на рессорах, движение маятника в часах, катание на качелях, биение нашего сердца, колебания голосовых связок в процессе разговора т. д. Колебания окружают нас, как бы мы этого не хотели. Чем больше будет изучена физическая природа колебаний, тем глубже можно будет провести анализ сопоставления между похожими физическими явлениями колебательного характера. В основе процесса изучения положим создание компьютерной модели колебательного процесса. Моделирование сложных колебаний будем проводить в системе компьютерной математики — Mathcad. В данной статье рассматривается возможность применения такой прикладной математической программы для моделирования сложения взаимно перпендикулярных колебаний с различными параметрами на примере фигур Лиссажу.

Основная часть. Описание результирующего колебания системы, когда она участвует в нескольких колебательных процессах одновременно, весьма затруднительно. Возможность применения математической программы Mathcad значительно упрощает данную задачу.

Различные кривые, получаемые при сложении взаимно перпендикулярных колебаний, называют фигурами Лиссажу. Форма этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и начальных фаз колебаний. Поэтому в простейших случаях частоты двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний можно сравнивать по форме фигур Лиссажу [1].

Пусть даны два взаимно перпендикулярных колебания: $x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \phi)$, где A_1 и A_2 — амплитуды гармонических колебаний, ω_1 и ω_2 — частоты колебаний, ϕ — разность фаз между двумя колебаниями. Рассмотрим несколько частных случаев получения фигур Лиссажу. Примем амплитуды двух колебаний равными ($A_1 = A_2$), частоту первого колебания $\omega_1 = 50$ Гц, частота второго колебания будет определяться исходя из соотношений частот. Если имеем соотношение 1:1, то это значит, что частоты колебаний равны; если соотношение 1:2, то это значит, что частота второго колебания будет в два раза больше частоты первого колебания (таблица 1).

Т а б л и ц а 1 — Фигуры Лиссажу для различных значений частот и начальных фаз

Соотношения частот	$\phi = 0$	$\phi = \frac{\pi}{4}$	$\phi = \frac{\pi}{2}$	$\phi = \frac{3\pi}{4}$	$\phi = \pi$
1:1					
1:2					
1:3					
3:4					

Отношение частот складываемых колебаний равно отношению числа пересечений фигур Лиссажу с прямыми, параллельными осям координат. По виду фигур можно определить неизвестную частоту по известной или определить отношение частот складываемых колебаний. Поэтому анализ фигур Лиссажу — широко используемый метод исследования соотношений частот и разности фаз складываемых колебаний, а также формы колебаний [2]. Данный метод сравнения частот имеет высокую степень точности, поэтому он широко применяется в радиоэлектронике. Искомую частоту изменяют до тех пор, пока не получится известная фигура Лиссажу, уже по ней определяют частоту неизвестного источника.

По имеющейся фигуре Лиссажу и известной частоте одного из колебаний определим частоту другого колебания. Для определения соотношения частот на самой фигуре проведём горизонтальную и вертикальную прямые, которые её пересекают. При этом через точки пересечения линий самой фигуры эти прямые проходят не дожны. Тогда по количеству пересечений фигуры с горизонтальной прямой соответствует количеству изменений напряжения одного сигнала, а с вертикальной — количеству изменений напряжения другого сигнала. А из соотношения количества изменений сигналов можно найти соотношение частот колебаний. К примеру, рассмотрим фигуры Лиссажу, представленные на рисунке 1. Проводим горизонтальные и вертикальные прямые, определяем количество пересечений этих прямых с фигурой.

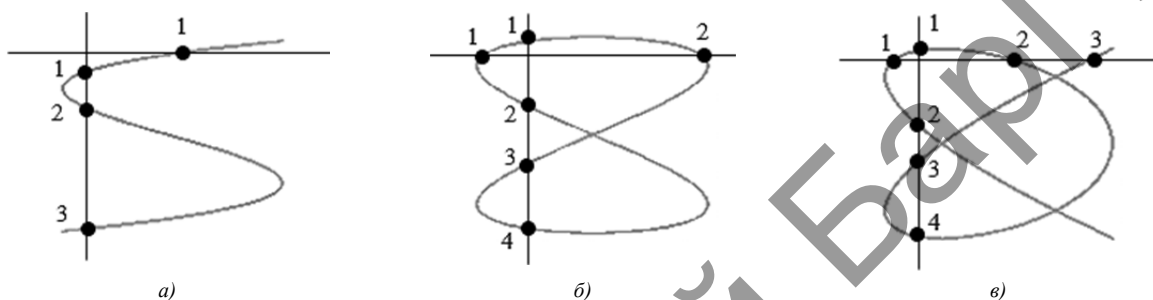


Рисунок 1 — Определение частоты неизвестного колебания по фигурам Лиссажу: 1:3 (а); 2:4 (б); 3:4 (в)

Таким образом, на рисунке 1, а, если синус с частотой 50 Гц один раз пересекает горизонтальную прямую, а синус с неизвестной нам частотой пересекает три раза вертикальную прямую, то их частоты относятся как один к трём (1:3), частота неизвестного сигнала в три раза больше, т. е. равна 150 Гц. На рисунке 1, б, синус с частотой 50 Гц два раза пересекает горизонтальную прямую, а синус с неизвестной нам частотой пересекает четыре раза вертикальную прямую, то их частоты относятся как два к четырём (2:4), или один к двум (1:2), и частота неизвестного сигнала в два раза больше, т. е. равна 100 Гц. Соответственно, на рисунке 1, в, частоты относятся как три к четырём и частота неизвестного сигнала будет равна 200 Гц.

Также по фигуре Лиссажу можно рассчитать разность фаз. От сдвига фаз между сигналами и отношения амплитуд зависят геометрические размеры эллипса. Произведя определённые замеры, можно посчитать разность фаз между сигналами. Для определения этих параметров воспользуемся функцией трассировки в Mathcad. Для примера возьмём фигуру Лиссажу, построенную для одинаковых амплитуд ($A_1 = A_2 = 0,5$) и одинаковых частот $\omega_1 = \omega_2 = 50$ Гц. Найдём разность фаз по формуле $\varphi = \arcsin(a/b)$, где определим a (рисунок 2, а) и b (рисунок 2, б), используя функцию трассировки.

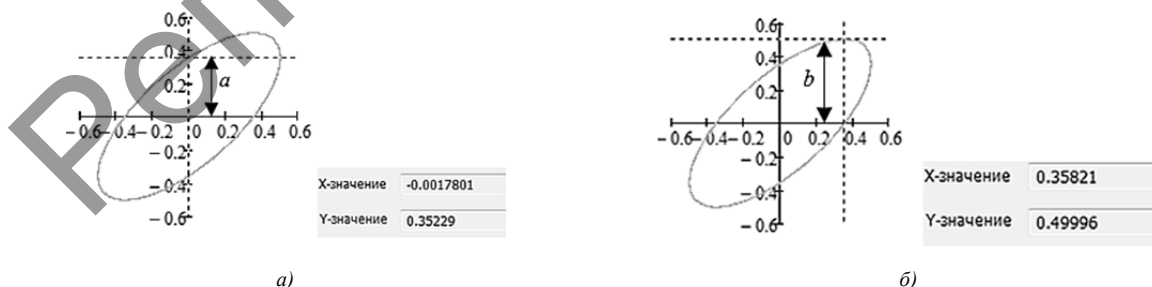


Рисунок 2 — Определение разности фаз по фигуре Лиссажу: определение параметра a (а); определение параметра b (б)

По полученным данным вычислим разность фаз $\varphi = \arcsin(0,35229 / 0,49996) = 0,781851$. Переведя в градусы, получаем $\varphi = 44,79^\circ \approx 45^\circ$, что соответствует значению из таблицы 1 для данной фигуры.

Заключение. Математическое моделирование фигур Лиссажу даёт возможность наглядно изучить сложение взаимно перпендикулярных колебаний, а также распространить полученные знания на изучение механических колебаний различных маятников в области своей профессиональной деятельности.

Список цитируемых источников

1. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие : в 3 т. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская. — М. : Высш. шк., 1973. — Т. 1 : Механика. Основы молекулярной физики и термодинамики. — 384 с.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. — 11-е изд., стер. — М. : Академия, 2006. — 560 с.

УДК 501

П. П. Люцко, Ю. Ф. Мирошникова

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В УЧРЕЖДЕНИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Введение. Изучение высшей математики в учреждении высшего образования является неотъемлемой частью при обучении будущего специалиста современного общества, владеющего математическим аппаратом, применяемым при решении задач по своей специальности, умеющим чётко формулировать и излагать свои идеи и мысли, логично обосновывать их важность и необходимость, достигать результатов, имеющих спрогнозированную и математически обоснованную выгоду. Наравне со своей важностью высшая математика является достаточно сложной для усвоения первокурсниками дисциплиной. Только в тандеме «обучающийся—преподаватель» будет достигнута их общая цель — овладение математическим аппаратом и дальнейшее его применение на практике.

Основная часть. Сегодня у обучающегося есть уникальная возможность расширить полученные знания, отработать навыки решения задач и проверить уровень усвоенного материала с помощью мобильных приложений по математике, которые находятся в свободном доступе их мобильных устройств.

Мобильное приложение (англ. Mobile App) — программное обеспечение, предназначенное для работы на смартфонах, планшетах и других мобильных устройствах, разработанное для конкретной платформы (iOS, Android, Windows Phone и т. д.). Многие мобильные приложения предустановлены на самом устройстве или могут быть загружены на него из онлайн-магазинов приложений, таких как App Store, Google Play и др., бесплатно или за плату [1].

Мобильные приложения по высшей математике позволяют получить справочную информацию, решить задачи различной сложности либо произвести математические вычисления.

В онлайн-магазинах множество приложений по математике, позволяющих оперативно, без доступа к Интернету получить справочную информацию по высшей математике: определения, формулы, утверждения. Наиболее популярное и удобное из них — «Высшая математика, справочник». Теория этого приложения практически в полной мере соответствует программе учреждений высшего образования Республики Беларусь по математике. Материал изложен достаточно доступно, с поисковой системой внутри приложения, что позволяет оперативно находить нужную информацию. Но недостатком этого приложения является малое количество примеров по темам.

Достаточно часто при изучении высшей математики приходится вспоминать формулы из школьного курса математики, но не всегда обучающиеся сходу могут вспомнить ту или иную формулу. В онлайн-магазинах приложений существует большое количество программных продуктов, представляющих возможность быстрого доступа к школьным формулам и фактам по математике. Одно из популярных среди студентов приложение — «Все формулы — справочник по математике и геометрии». Это достаточно содержательное и удобное в навигации приложение, не требующее доступа к Интернету.

При возникающих трудностях при решении задач по высшей математике, а также для самопроверки студенты пользуются приложениями-решебниками (приложениями-калькуляторами). MATLAB, Mathcad, Microsoft Math, Photomath, Math Solver, Mathway — программные продукты, которые пользуются популярностью среди обучающихся.

MATLAB — система компьютерной математики, которая применяется для решения прикладных и теоретических задач. Ядро MATLAB содержит более тысячи функций (выполнение операций с векторами и матрицами, манипулирование с интегралами и др.). Помимо них доступно большое количество внешних функций, описанных в расширениях системы. С помощью специального языка программирования можно создавать свои собственные функции. Стоит отметить, что язык программирования MATLAB обладает понятным и хорошо воспринимаемым синтаксисом. Данный продукт может предоставить огромные возможности, к тому же его программная среда позволяет преобразовывать код на C/C++. Из плюсов: MATLAB очень полезен в областях, которые требуют особой надежности при обработке данных, можно использовать для решения практически любых задач. Из минусов: MATLAB нужен далеко не всем. Не обращая внимания на широчайшую область применения, не каждому разработчику может понадобится знание данного языка.