

Интенсивность измельчения материала в пружинных мельницах мелкими мелющими телами потенциально значительно выше, чем в традиционных мельницах, так как в межвитковых зонах можно обеспечить предельно допустимые по условиям (прежде всего прочности) контактные напряжения измельчающих элементов — витков пружины рабочего органа и мелющих тел.

К достоинствам предлагаемой конструкции мельницы можно отнести ее простоту. При этом присутствие в обрабатываемой среде мелких шариков позволяет отказаться от закрепления пружинного рабочего органа своим свободным кольцом на оси опоры. Шарики будут выполнять роль своеобразных тел качения и дополнительно улучшат условия работы пружины, которая не будет испытывать сопротивление на трение в опоре, которое будет переведено в работу измельчения.

При необходимости в предлагаемой мельнице можно осуществить криогенное измельчение. Для этого в рабочую среду следует вводить хладагент, например жидкий азот. Повышенная энергонапряженность процесса разрушения, особенно минерального сырья, обеспечивает не только сверхтонкий помол, но и эффект механоактивации, что кардинально изменяет свойства обрабатываемого таким образом продукта.

**Заключение.** Анализ предлагаемой конструкции показывает реальную возможность получения в измельченном материале большого количества наночастиц. Заметим, что работ по нанопомолу в аппаратах с пружинными рабочими органами не проводилось.

Введение в помольную камеру пружинной мельницы мелких мелющих тел создает дополнительные механизмы повышения напряжений в частицах измельчаемого материала и тем самым позволяет повысить дисперсность готового продукта, в том числе перевести его в разряд нанопродукта. Концепция такого подхода изложена в работах [4; 7].

#### Список цитируемых источников

1. Сотник, Л. Л. Основы проектирования вибровалкового агрегата для дезинтеграторной обработки минеральных материалов / Л. Л. Сотник, Л. А. Сиваченко, И. А. Богданович // Научно-технические новинки и инновации : материалы Междунар. науч.-практ. конф. — Белгород, 2016. — Ч. 4. — С. 179—186.
2. Технологические аппараты адаптивного действия / Л. А. Сиваченко [и др.]. — Минск : Издат. центр БГУ, 2008. — 375 с.
3. Хайнике, Г. Трибохимия / Г. Хайнике. — М. : Мир, 1987. — 584 с.
4. Пружинная шаровая мельница МПК ВО2с 19/22 : пат. № 29820 Казахстана / Б. А. Унаспеков, Л. А. Сиваченко, Е. Г. Голбан [и др.] ; дата публ.: 15.05.2015.
5. Устройство для помола : пат. 4899941 США : МПК6 В02 С19/22 / Л. А. Сиваченко, А. М. Кургузиков, В. В. Моисеенко ; дата публ.: 1988.
6. Технологические аппараты адаптивного действия / Л. А. Сиваченко [и др.]. — Минск : Издат. центр БГУ, 2008. — 375 с.
7. Сиваченко, Л. А. Технологические аппараты для получения наноразмерных композиций / Л. А. Сиваченко, Т. Л. Сиваченко // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов : сб. ст. — Белгород : БГТУ, 2014. — С. 283—286.

УДК 69.04

Е. С. Живула, Д. С. Снегирев, Л. Л. Сотник

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

### СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОГИБА ДВУХОПОРНЫХ БАЛОК

**Введение.** Двухопорные балки — наиболее распространенный тип задач в механике материалов. Опираемые балки в двух точках осуществляются применением одной подвижной и одной неподвижной шарнирных опор, в совокупности отнимающих у балки все три степени свободы. В подвижной опоре возникает только вертикальная реакция, в неподвижной — вертикальная и горизонтальная (при наличии горизонтальных составляющих нагрузки) [1].

Двухопорные балки являются важным классом статически определимых задач, которые встречаются как в машиностроении, так и в других областях современной техники.

Если в поперечных сечениях балки одновременно имеют место большие значения изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ , то производится проверка величины наибольшего приведенного напряжения. Помимо этого необходимо проверить приведенные напряжения в поясных швах.

При двухопорном нагружении верхние части профиля балок работают на сжатие, нижние — на растяжение.

Определение прогиба в таких задачах может быть выполнено различными методами, но наиболее часто используемыми являются: метод начальных параметров и правило Верещагина [2].

Применение правила Верещагина при решении задач с нагружением двухопорной балки не пользуется популярностью у студентов машиностроительного профиля. Для большинства студентов наиболее простым является метод начальных параметров. Это обусловлено более простым алгоритмом действий

при решении таких задач. Нами предлагается рассмотрение расчета двухопорной балки вышеприведенными методами. Сопоставление этих методов расчета позволит сделать оценку их достоинств и окончательные выводы по их выбору.

**Основная часть.** Рассмотрим пример двухопорной балки, для которой необходимо определить прогибы в характерных точках (рисунок 1).

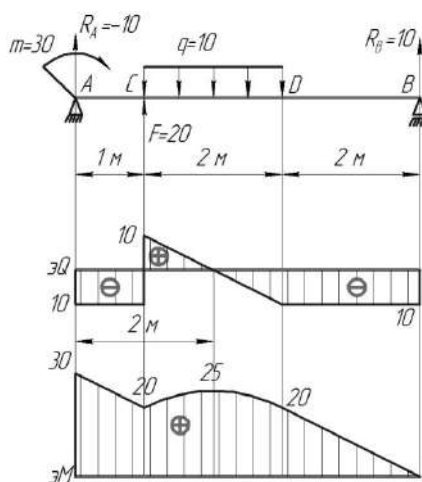


Рисунок 1 — Схема нагружения двухопорной балки

Балка нагружена сосредоточенной силой  $F = 40$  кН, изгибающим моментом  $m = 40$  кН · м и распределенной нагрузкой  $q = 20$  кН / м. Балка имеет следующие характеристики.

Опорные реакции и эпюры поперечных сил и изгибающих моментов определены при помощи уравнений статического равновесия и метода сечений.

Выбор профиля балки осуществляется по максимальному изгибающему моменту  $M_{\max}$  и допускаемым напряжениям  $[\sigma]$ :  $\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$ , где  $W_x$  — момент сопротивления сечения.

Определим номер профиля двухопорной балки двутаврового сечения:  $W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 187,5 \text{ см}^3$ .

Ближайший профиль № 20  $W_x = 184 \text{ см}^3$ . Перегрузка 2 %, что является допускаемой величиной. Балка имеет следующие характеристики: № 20,  $W_x = 184 \text{ см}^3$ ,  $I_x = 1 \ 840 \text{ см}^4$ .

**Расчет методом начальных параметров.**

Для определения прогиба сечений балки пользуются дифференциальным уравнением изогнутой оси балки:

$$EIV'' = M, \quad (1)$$

где  $E$  — модуль продольной упругости, МПа;

$I$  — осевой момент инерции сечения, м<sup>4</sup>;

$EIV''$  — вторая производная от прогиба;

$M$  — изгибающий момент.

Из высшей математики известно, что первая производная от функции равна тангенсу угла наклона касательной, т. е.  $V' = \text{tg} \phi$ .

Для малых значений угла справедливо равенство  $\text{tg} \phi = \phi$ . Следовательно, первая производная от прогиба представляет собой угол поворота сечения.

Проинтегрируем уравнение (1):

$$EI\phi = \int Mdz + C;$$

$$EIV = \int dz \int Mdz + Cz + D, \quad (2)$$

где  $C$  и  $D$  — постоянные интегрирования. Их находят из граничных условий.

Составим уравнения изгибающих моментов для балки (рисунок 2). Поместим начало координат на левом конце балки. Условимся: 1) интегрирование составленных выражений, содержащих скобки, производить без раскрытия скобок; 2) при наличии сосредоточенного момента  $m$  его значение представлять в виде произведения  $m(z - a)^0$ ; 3) при действии распределенной нагрузки, не доходящей до правого конца балки, ее продолжают до этого конца, уравновешивая противоположно направленной нагрузкой той же интенсивности.

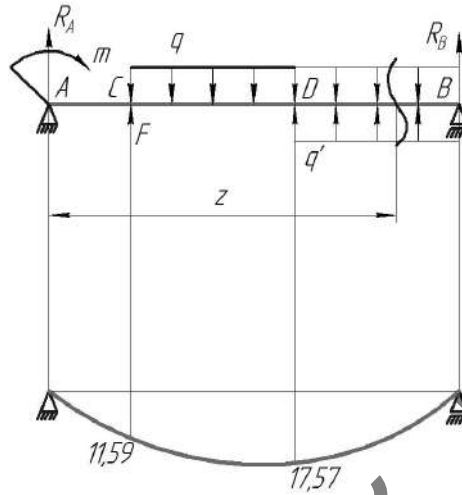


Рисунок 2 — Схема определения прогибов двухопорной балки методом начальных параметров

Распределенную нагрузку продлим до правого конца и приложим снизу балки компенсирующую нагрузку  $q'$ :  $M = R_A z + m(z)^0 + F(z-1) - q \frac{(z-1)^2}{2} + q' \frac{(z-3)^2}{2}$ .

Дважды проинтегрировав уравнение (2) получаем:

$$EIV = EIV_0 + EI\varphi_0 z + R_A \frac{z^3}{3!} + m \frac{z^2}{2!} + F \frac{(z-1)^3}{3!} - q \frac{(z-1)^4}{4!} + q' \frac{(z-3)^4}{4!}. \quad (3)$$

Для балки (см. рисунок 2) при  $z = 0$  и  $z = 5$  прогиб в опорах отсутствует:  $EIV_A = EIV_B = 0$ .

Следовательно, из уравнения (3) для опоры A:  $EIV_A = EIV_0 = 0$ .

$$\text{Для опоры B: } EIV_B = EIV_0 + EI\varphi_0 5 + R_A \frac{5^3}{6} + m \frac{5^2}{2} + F \frac{(5-1)^3}{6} - q \frac{(5-1)^4}{24} + q' \frac{(5-3)^4}{24} = 0.$$

Подставив эти значения, находят  $C = EI\varphi_0$  и  $D = EIV$ .

$$EIV_0 = 0;$$

$$EI\varphi_0 = \frac{-R_A \frac{5^3}{6} - m \frac{5^2}{2} - F \frac{(5-1)^3}{6} + q \frac{(5-1)^4}{24} - q' \frac{(5-3)^4}{24}}{5} = \\ = \frac{10 \frac{5^3}{6} - 30 \frac{5^2}{2} - 20 \frac{(5-1)^3}{6} + 10 \frac{(5-1)^4}{24} - 10 \frac{(5-3)^4}{24}}{5} = -56.$$

По уравнению (3) можно найти максимальный прогиб  $V_{\max}$ , называемый стрелой прогиба  $f$ . Во избежание появления чрезмерных перемещений наибольший прогиб  $V$  не должен превышать допустимого значения, устанавливаемого нормами проектирования  $[f]$ :  $V_{\max} \leq [f]$ .

Используя уравнение (3) определяют прогибы во всех характерных точках.

$$\text{Точка } C: EIV_C = 0 - 56 \cdot 1 - 10 \frac{1^3}{6} + 30 \frac{1^2}{2} = -42,67; V_C = \frac{-42,67}{EI} = \frac{-42,67 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1840 \cdot 10^4} = -11,59 \text{ мм.}$$

Точка  $D$ :

$$EIV_D = 0 - 56 \cdot 3 - 10 \frac{3^3}{6} + 30 \frac{3^2}{2} + 20 \frac{(3-1)^3}{6} - 20 \frac{(3-1)^4}{24} = -64,67;$$

$$V_D = \frac{-64,67}{EI} = \frac{-64,67 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1840 \cdot 10^4} = -17,57 \text{ мм.}$$

#### Расчет правилом Верещагина.

Верещагин предложил упрощение техники определения перемещений, используя интеграл Мора (4). Этот способ получил название способа перемножения эпюр или правила Верещагина.

$$\Delta_{1p} = \int_0^l \frac{M_1 M_p dz}{EI}. \quad (4)$$

Преобразовав его, прогиб определяют в общем случае по формуле  $\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_i \eta_{iC}}{EI}$ , где  $\omega_i$  — площадь грузовой эпюры;  $\eta_{iC}$  — значение момента от единичной нагрузки под центром тяжести грузовой эпюры.

Определим прогибы в точках  $C$  и  $D$ .

Перерисуем балку и эпюру грузовых моментов (рисунок 3). Вначале определим прогиб в сечении  $C$ , для чего к нему приложим единичную силу, направленную вверх, определим опорные реакции и построим эпюру моментов от нее. Поскольку единичная сила безразмерна, то момент от нее имеет размерность длины.

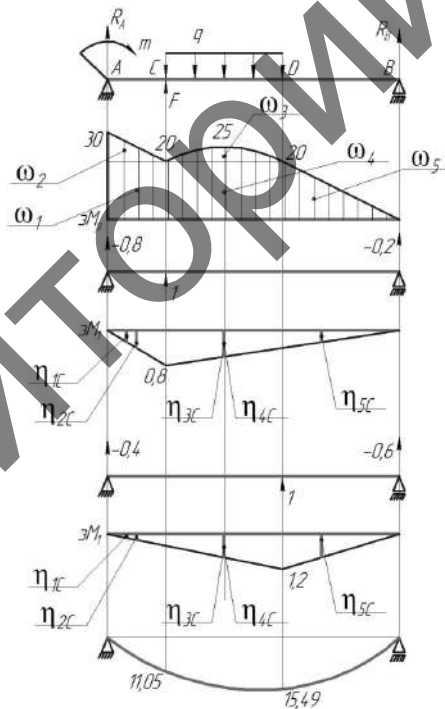


Рисунок 3 — Схема определения прогибов двухопорной балки правилом Верещагина

Разобьем эпюру грузовых моментов на элементарные фигуры и определим их площади, полученные данные занесем в таблицу 1. Значение координат под центром тяжести фигур определим, составив пропорции. Прогиб в сечении  $C$ :

$$V_C = \frac{1}{EI} (\omega_1 \eta_{1C} + \omega_2 \eta_{2C} + \omega_3 \eta_{3C} + \omega_4 \eta_{4C} + \omega_5 \eta_{5C}) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840} \left( -\frac{16}{3} - 2 - 4 - 24 - \frac{16}{3} \right) = \frac{-40,66 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1840 \cdot 10^4} = -11,05 \text{ мм.}$$

Т а б л и ц а 1 — Данные для определения прогиба, используя правило Верещагина

Показатель	Прямоугольник	Треугольник	Сегмент	Прямоугольник	Треугольник
$\omega_i$	$20 \times 1 = 20$	$10 \times 1 \times 1 / 2 = 5$	$5 \times 2 \times 2 / 3 = 20 / 3$	$20 \times 2 = 40$	$20 \times 2 \times 1 / 2 = 20$
Сечение C					
$\eta_{iC}$	$-8 / 30$	$-0,4$	$-0,6$	$-0,6$	$-8 / 30$
$\omega_i \eta_{iC}$	$-16 / 3$	$-2$	$-4$	$-24$	$-16 / 3$
Сечение D					
$\eta_{iC}$	$-4 / 30$	$-0,2$	$-0,8$	$-0,8$	$-0,8$
$\omega_i \eta_{iC}$	$-8 / 3$	$-1$	$-16/3$	$-32$	$-16$

Знак «минус» показывает, что перемещение сечения C будет в обратную сторону, чем направление единичной силы, т. е. вниз.

Аналогичные действия выполним для точки D.

Прогиб в сечении D:

$$V_D = \frac{1}{EI} (\omega_1 \eta_{1C} + \omega_2 \eta_{2C} + \omega_3 \eta_{3C} + \omega_4 \eta_{4C} + \omega_5 \eta_{5C}) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1840} \left( -\frac{8}{3} - 1 - \frac{16}{3} - 32 - 16 \right) = \frac{-57 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1840 \cdot 10^4} = -15,49 \text{ мм.}$$

**Заключение.** Расхождение в величине прогиба связаны с тем, что перемножаются безразмерные величины.

Выбор способа определения прогиба в двухопорных балках является собственным выбором каждого студента.

#### Список цитируемых источников

1. *Летковский, Л. И.* Механика материалов : метод указания и контрол. задания к расчетно-граф. работам для студентов техн. специальностей / Л. И. Летковский. — Барановичи : РИО БарГУ, 2010. — 52 с.
2. *Летковский, Л. И.* Сопротивление материалов : курс лекций / Л. И. Летковский. — Барановичи : РИО БарГУ, 2007. — 217 с.

УДК 621.9

А. Н. Жигалов, А. Д. Филипович

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФРЕЗЕРОВАНИЯ В ПРОГРАММНОМ ПРОДУКТЕ DEFORM

**Введение.** Фрезерование представляет собой сложный процесс металлообработки, тесно связанный с рядом таких явлений, как пластическая деформация металла при снятии стружки, явление нароста, появление сил сопротивления резанию и трения вследствие соприкосновения поверхностей обрабатываемой детали, инструмента и стружки, динамическая неустойчивость, химические и другие явления, протекающие на контактирующих поверхностях заготовки и фрезы, возникновение которых оказывает отрицательное влияние на стойкость и прочность режущего инструмента, качество обработанной поверхности и изменение ее размерных величин. Фрезерование может осуществляться двумя способами: встречное фрезерование или фрезерование против подачи, когда вращение фрезы и движение подачи направлены в противоположные стороны, и попутное — по подаче, когда направление движения заготовки и вектор вращения фрезы совпадают. В каждом из вышеуказанных способов обработки возникает ряд силовых факторов, оказывающих существенное влияние как на обрабатываемую заготовку, так и инструмент. Радиальная сила, направленная к центру фрезы и в процессе работы стремящаяся оттолкнуть фрезу от обрабатываемой детали, изгибает фрезерную оправку и оказывает давление на опоры шпинделя. Окружная сила, действующая тангенциально (по касательной) к зубьям фрезы и направленная перпендикулярно окружной силе, препятствует вращению фрезы, по ее величине определяется мощность электродвигателя и другие звенья привода станка.

**Основная часть.** Процесс фрезерования является процессом прерывистого резания, когда режущее лезвие взаимодействует с заготовкой с образованием новой поверхности за счет отделения от заго-