

МАДЭЛІРАВАННЕ І АНАЛІЗ СІЛОВОГА ЎЗАЕМАДЗЕЯННЯ ЗВЕННЯЎ У РАБОЧАЙ КАМЕРЫ ЛАНЦУЖНАГА АГРЭГАТА

У. А. Патапаў¹, С. І. Русан², Л. А. Сівачэнка³

¹ Старшы выкладчык кафедры тэхнічнага забеспячэння сельскагаспадарчай вытворчасці і аграноміі Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта, Баранавічы, Рэспубліка Беларусь, e-mail: vladimir-potapov-1990@mail.ru

² К. т. н., дацэнт, Баранавічы, Рэспубліка Беларусь, e-mail: rusan33@mail.ru

³ Д. т. н., прафесар, прафесар кафедры транспартных і тэхналагічных машын Беларуска-Расійскага ўніверсітэта, Магілёў, Рэспубліка Беларусь, e-mail: 228011@mail.ru

Рэферат

У артыкуле выкладзены алгарытм разліку рабочай камеры ланцужнага агрэгата, які дазваляе набліжана вызначыць сілы ўзаемадзеяння рабочых органаў з каромыслам прываднога механізма і нерухомай апорай. Праведзены статычны і дынамічны аналіз разліковай мадэлі. Вынікі работы могуць быць выкарыстаны для канструавання ланцужных агрэгатаў і даследавання працэсаў дэзінтэграцыі і класіфікацыі матэрыялаў.

Ключавыя словы: ланцужны агрэгат, рабочая камера, разліковая мадэль, статычны аналіз, дынамічны аналіз.

MODELING AND ANALYSIS OF FORCE INTERACTION OF LINKS IN THE WORKING CHAMBER OF THE CHAIN UNIT

V. A. Potapov, S. I. Rusan, L. A. Sivachenko

Abstract

The article presents an algorithm for calculating the working chamber of a chain unit, which makes it possible to approximately determine the forces of interaction of the working bodies with the rocker arm of the drive mechanism and the fixed support. A static and dynamic analysis of the calculation model was carried out. The results of the work can be used to design chain units and study the processes of disintegration and classification of materials.

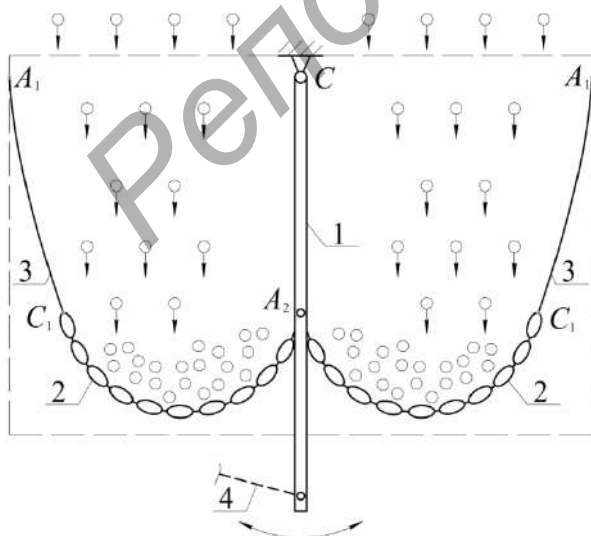
Keywords: chain unit, working chamber, calculation model, static analysis, dynamic analysis.

Уступ

Прызначэнне, канструкцыі і функцыянаванне ланцужных агрэгатаў, як і іншых машын для дэзінтэграцыі матэрыялаў, апісаны ў манаграфіі [1] і часткова ў артыкулах [2, 3] ды іншых. У наш час працягваецца распрацоўка перспектывіўных варыянтаў здрабняльнай тэхнікі, адаптаваных да перапрацоўкі і класіфікацыі канкрэтных матэрыялаў. У сувязі з гэтым узнікае набыдчасць паглыбленага вывучэння іх рабочых органаў, ад якіх залежыць патрэбная якасць перапрацоўкі і прадукцыйнасць агрэгатаў.

Канструкцыя і функцыянаванне рабочай камеры

Рабочай камерай у структуры ланцужнага агрэгата будзем называць частку прасторы са звеннямі, што рухаюцца ў ёй, дзе адбываецца перапрацоўка рэчыва – яго разбурэнне і прасейванне. Аб'ектам нашага даследавання з'яўляецца варыянт рабочай камеры, схема якой прадстаўлена на рысунку 1 (абмежавана пункцірнай лініяй).



1 – два каромыслы (на рысунку сумяшчаюцца);

2 – ланцужныя палотны; 3 – гнуткія сценкі; 4 – шатун

Рысунк 1 – Мадэль рабочай камеры ланцужнага агрэгата

У стане раўнавагі звенняў камера мае дзве вертыкальныя плоскасці сіметрыі: адна з іх паралельна да плоскасці рысунка – у ёй рухаецца шатун 4 прываднога механізма, другая праходзіць праз два каромыслы 1 (на рысунку яны сумяшчаюцца). Ланцужныя палотны 2 адной старонаю з дапамогай штангі (на рысунку не паказана) злучаны з каромысламі, другой – з гнуткімі рухомымі сценкамі 3. Падчас работы агрэгата каромыслы, замацаваныя на восі С, выконваюць вагальныя рухі, якія перадаюцца ланцужным палотнам і сценкам. Часцінкі рэчыва засыпаюцца ў камеру зверху, трапляюцца пад удары ланцужных палотнаў, разбураюцца і прасыпаюцца ў падланцужную ёмісць.

Заўважым, што на рысунку 1 паказаны не ўсе рабочыя органы камеры, а толькі тыя, сілавое ўзаемадзеянне якіх патрабуе найбольшай увагі пры праектаванні ланцужных агрэгатаў. Найперш – гэта сілы, што ўзнікаюць у злучэннях палотнаў з каромысламі і гнуткімі сценкамі, і сценкак з жорсткімі апорамі А₁. На першым этапе даследавання будзем вывучаць сілы ўзаемадзеяння рабочых органаў камеры без уліку сіл інерцыі. Аб'ектам раўнавагі прымем сукупнасць палотнаў 2 са сценкамі 3. Наяўнасць сіметрыі рабочай камеры адносна вертыкальнай плоскасці, што праходзіць праз каромыслы 1, дазваляе разглядаць толькі адну яе левую палову. Форма выбранага намі аб'екта раўнавагі нават пры дзеянні на яго толькі ўласнай сілы цяжару не мае дакладнага матэматычнага апісання. Адсутнасць ідэальнай гнуткасці і характар знешняй нагрузкі не дазваляюць мадэліраваць аб'ект раўнавагі ланцужнай лініяй [4, 5]. Таму для набліжанага сілавога аналізу прымем мадэль аб'екта, даступную для апісання сродкамі тэарэтычнай механікі, у выглядзе стрыжняў А₁В і ВА₂ (рысунк 2), злучаных шарнірна паміж сабою, са стойкай (апорай) А₁ і каромыслам 1 (рысунк 1).

Даўжыні стрыжняў і іх скарачэнныя назвы абазначым літарамі l_1 , l_2 . Прымем $l_1 + l_2 = L$, дзе L – сумарная даўжыня лініі А₁С₁А₂ (рысунк 1). Каб каардыната z магла прымаць значэнне $z = 0$, будзем лічыць у разліках, што $l_1 = l_2 + e$.

У прынятай мадэлі левая апора А₁, як і ў рэальнай рабочай камеры, застаецца нерухомай, а правая А₂ можа перамяшчацца. Пры вывучэнні залежнасці сіл узаемадзеяння ў стане раўнавагі ад габарытнай шырыні z паловы камеры апоры А₂ разам са стрыжнем СВ₂ будзем надаваць паступальнае перамяшчэнне, змяняючы каардынату z . Пры выведзенай з дапамогай шатуна 4 (рысунк 1) сістэме са стану раўнавагі апора А₂ будзе рухацца па дузе акружнасці радыуса e . Яе становішча будзем вызначаць вуглом павароту φ стрыжня СВ₂ пры $z = const$.

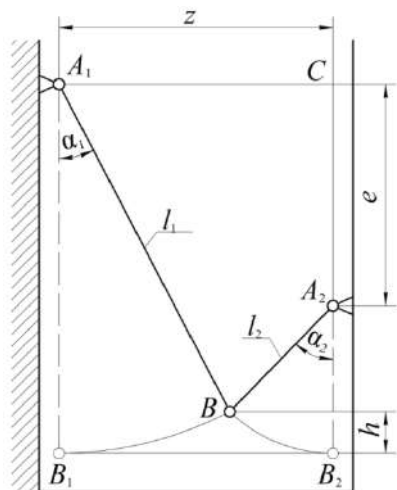


Рисунок 2 – Ілюстрація да вызначэння геаметрычных параметраў пры вертыкальным становішчы каромысла

Вызначэнне становішча аб'екта раўнавагі ў рабочай камеры
Становішча сістэмы стрыжняў l_1, l_2 , якое адпавядае нерухомаму (вертыкальнаму) каромыслу, будзем задаваць вугламі α_1, α_2 (рысунак 2). Знайдзем іх. Аналізуючы рысунак, устанавліваем відавочныя суадносіны:

$$\begin{cases} l_1 \sin \alpha_1 + l_2 \sin \alpha_2 = z; \\ l_1 \cos \alpha_1 - l_2 \cos \alpha_2 = e \end{cases} \quad (1)$$

Перапісваем сістэму (1) у выглядзе:

$$\begin{cases} (l_2 \sin \alpha_2)^2 = (z - l_1 \sin \alpha_1)^2; \\ (l_2 \cos \alpha_2)^2 = (l_1 \cos \alpha_1 - e)^2 \end{cases}$$

Складшы тут паасобку левыя і правыя часткі роўнасцей, атрымаем:

$$2l_1(z \sin \alpha_1 + e \cos \alpha_1) = z^2 + e^2 + l_1^2 - l_2^2 \quad \text{ці скарачана}$$

$$z \sin \alpha_1 + e \cos \alpha_1 = d, \quad (2)$$

дзе $d = (z^2 + e^2 + l_1^2 - l_2^2) / 2l_1$. Улічваем, што ў роўнасці (2)

$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1}$. Тады, выключыўшы ў ёй радыкал,

атрымаем: $(e^2 + z^2) \sin^2 \alpha_1 - 2dz \sin \alpha_1 + (d^2 - e^2) = 0$. Адсюль

$$\sin \alpha_1 (\sin \alpha_1) = \left(dz \pm e \sqrt{z^2 + e^2 - d^2} \right) / (e^2 + z^2). \quad (3)$$

Аналіз формулы (3) паказвае, што ў ёй неабходна перед радыкалам пакінуць знак «-». Далей, з першага ўраўнення сістэмы (1) знаходзім:

$$\sin \alpha_2 = (z - l_1 \sin \alpha_1) / l_2. \quad (4)$$

Калі ўлічыць, што ў формуле (3) велічыня d , вызначаемая па формуле (2), уяўляе сабою даўжыню адрэзка A_1E (рысунак 3), дзе E – аснова перпендыкуляра p , апушчанага з пункта A_2 на стрыжень A_1B , то яе можна перапісаць у выглядзе:

$$\sin \alpha_1 = (dz - ep) / l^2, \quad (5)$$

дзе пераменная $l = \sqrt{z^2 + e^2} = A_1A_2$.

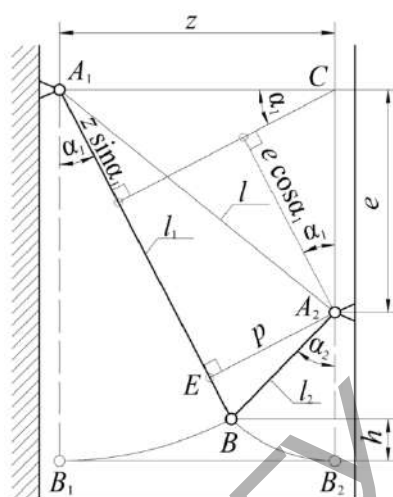


Рисунок 3 – Ілюстрація да вызначэння геаметрычных суадносін пры вертыкальным становішчы каромысла

Параўноўваючы формулы (5) і (3), заўважым, што даўжыня перпендыкуляра p у формуле (5) роўна радыкалу $\sqrt{z^2 + e^2 - d^2}$ ў формуле (3). Адзначым, што пераменная l змяняецца ў межах ад $l_{\min} = e$ да $l_{\max} = l_1 + l_2$. Формула (4) застаецца без змянення.

Пры павароце каромысла (рысунак 4) вуглы α_1, α_2 узрастаюць. Каб знайсці іх новыя значэнні α'_1, α'_2 , выкарыстаем спосаб, распрацаваны намі раней [6].

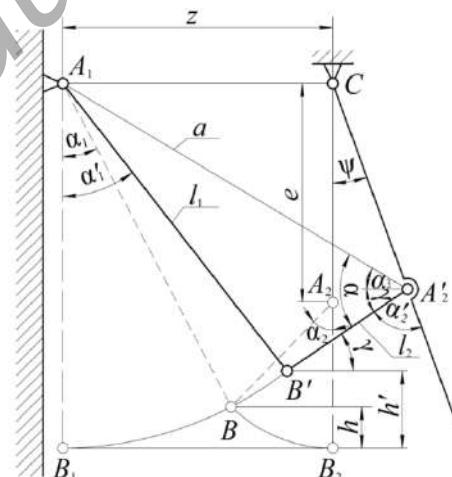


Рисунок 4 – Ілюстрація да вызначэння геаметрычных параметраў пры адхіленым становішчы каромысла

Звернемся да названага рысунка 4. Пункт B' знаходзім на перасячэнні дзвюх акружнасцей з цэнтрамі ў пунктах A_1, A'_2 , радыусы якіх раўны l_1, l_2 . Пачатак восей каардынат сумясцім з пунктам A_1 . У якасці параметрычных вуглоў прымем α'_1 і γ . Запішам ураўненні акружнасцей для пункта B' :

$$\begin{cases} x_{B'} = x_{A'_2} - l_2 \cos \gamma; \\ y_{B'} = y_{A'_2} + l_2 \sin \gamma \end{cases} \quad (6)$$

$$(x_{B'} = l_1 \sin \alpha'_1; y_{B'} = l_1 \cos \alpha'_1). \quad (7)$$

Тут $x_{A'_2} = z + e \sin \psi$; $y_{A'_2} = e \cos \psi$. У роўнасцях (6) какуль невядомы параметрычны вугал γ . Знайдзем яго. Спачатку разгледзім трохвугольнік $A_1B'A'_2$. Абзначым яго невядомую старану

A_1A_2' літарай a і вызначым яе з трохвугольніка $A_1A_2'C$. Паводле тэарэмы косінусаў $a^2 = z^2 + e^2 - 2ze \cos(\pi/2 + \psi)$. Цяпер на падставе той жа тэарэмы запісваем $l_1^2 = a^2 + l_2^2 - 2al_2 \cos \alpha$, адкуль $\cos \alpha = (a^2 + l_2^2 - l_1^2) / 2al_2 = t_1$ і $\alpha = \arccos t_1$. Як відаць на рысунку 4, шукаемый пры вяршыне A_2' вугал $\gamma = \alpha - \alpha_3$, дзе $\alpha_3 = \arcsin(e \cos \psi / a)$. Такім чынам:

$$\gamma = \arccos t_1 - \arcsin t_2,$$

дзе $t_2 = e \cos \psi / a$. Далей з першых роўнасцей (6), (7) выключаем $x_{B'}$; атрымліваем: $x_{A_2'} - l_2 \cos \gamma = l_1 \sin \alpha_1'$, адкуль $\sin \alpha_1' = (x_{A_2'} - l_2 \cos \gamma) / l_1 = t_3$ і

$$\alpha_1' = \arcsin t_3.$$

Аналізуючы вуглы пры пункце A_2' , знаходзім: $\pi/2 - \psi + \gamma + \alpha_2' = \pi$. Адсюль:

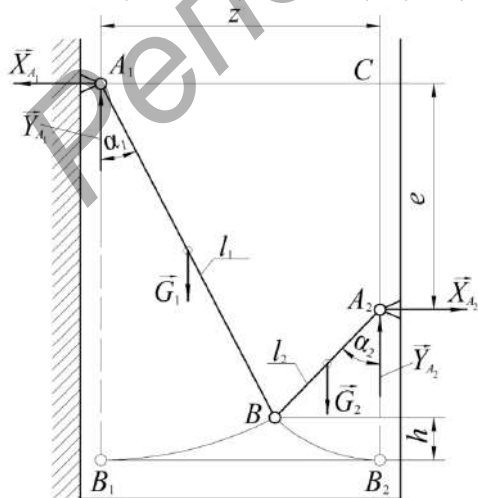
$$\alpha_2' = \pi/2 + \psi - \gamma.$$

Пераходзім да сілавога аналізу. Сілы ўзаемадзеяння звенняў будзем разглядаць як рэакцыі сувязей, накладзеных на матэрыяльны аб'ект. Для іх вызначэння прыменім метадку, выкладзеную ў курсах тэарэтычнай механікі ў раздзеле «Статыка».

У якасці аб'екта раўнавагі прымем апісаную вышэй мадэль (ці яе частку) рабочага органа камеры ў выглядзе статычнавызначальнай механічнай сістэмы, што складаецца з аднародных стрыжняў l_1, l_2 (рысункі 3, 4). Іх сілы цяжару абазначым літарамі G_1, G_2 . Будзем даследаваць два варыянты нагружэння: а) сілы G_1, G_2 прыкладзены ў цэнтрах цяжару стрыжняў; б) сілы G_1, G_2 перанесены ў шарнір B (гл. рысунак 7). Рэакцыі знойдзем пры вертыкальным і павёрнутым становішчы каромысла. Паколькі стрыжні аднародны і з аднолькавай пагоннай масай, то паміж іх сіламі цяжару мае месца наступная залежнасць: $G_2 / G_1 = l_2 / l_1$; адсюль $G_2 = l_2 G_1 / l_1$. Калі ўлічыць, што тут $l_2 = l - e = (1 - \mu)l_1$, то канчаткова атрымліваем: $G_2 = (1 - \mu)G_1$, дзе $\mu = e / l_1$. Суму сіл, перанесеных у шарнір B , абазначым літарай G : $G = G_1 + G_2 = (2 - \mu)G_1$.

Вызначэнне сіл ўзаемадзеяння звенняў пры вертыкальным становішчы каромысла

Вызваляем сістэму A_1BA_2 ад сувязей A_1, A_2 (рысунак 5).



Рысунак 5 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл ўзаемадзеяння звенняў пры вертыкальным становішчы каромысла (сілы G_1, G_2 прыкладзены ў цэнтрах цяжару стрыжняў)

І запісваем для яе і асобна стрыжня A_1B умовы раўнавагі:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_B(\vec{F}_i) &= X_{A_1} l_1 \cos \alpha_1 - Y_{A_1} l_1 \sin \alpha_1 + G_1 l_1 \sin \alpha_1 / 2 = 0; \\ \sum M_{A_2}(\vec{F}_i) &= X_{A_1} e - Y_{A_1} z + G_1(z - l_1 \sin \alpha_1 / 2) + G_2 l_2 \sin \alpha_2 / 2 = 0; \\ m_1 X_{A_1} - n_1 Y_{A_1} &= k_1; \\ m_2 X_{A_1} - n_2 Y_{A_1} &= k_2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

дзе

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= l_1 \cos \alpha_1; m_2 = e; n_1 = l_1 \sin \alpha_1; n_2 = z; k_1 = -G_1 l_1 \sin \alpha_1 / 2; \\ k_2 &= -[G_1(z - l_1 \sin \alpha_1 / 2) + G_2 l_2 \sin \alpha_2 / 2] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Тут сістэму ўраўненняў (8) з двума невядомымі X_{A_1}, Y_{A_1} , які і далей, будзем рашаць спосабам ураўноўвання каэфіцыентаў пры аднолькавых невядомых. Так, каб выключыць з сістэмы (8) невядомую Y_{A_1} , першае яе ўраўненне памножым на n_2 , другое – на $(-n_1)$, і складзем паміж сабою атрыманыя новыя роўнасці; знойдзем: $(m_1 n_2 - m_2 n_1) X_{A_1} = n_2 k_1 - n_1 k_2$. Адсюль:

$$X_{A_1} = (n_2 k_1 - n_1 k_2) / (m_1 n_2 - m_2 n_1). \quad (10)$$

Аналагічна, пасля памнажэння першага ўраўнення сістэмы (8) на m_2 , а другога – на $(-m_1)$ і складання вынікаў, атрымаем:

$$Y_{A_1} = (m_2 k_1 - m_1 k_2) / (m_1 n_2 - m_2 n_1). \quad (11)$$

Калі цяпер падставім каэфіцыенты (9) у формулы (10), (11) і ўлічыць залежнасць паміж сіламі G_2 і G_1 , то атрымаем канчатковыя формулы для вылічэння кампанентаў рэакцыі апоры A_1 :

$$(X_{A_1} = p_1 G_1, Y_{A_1} = p_2 G_1). \quad (12)$$

На падставе залежнасцей (12) знаходзім раўнадзейную рэакцыю той жа апоры:

$$R_{A_1} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} G_1. \quad (13)$$

Яе вугал нахілу β_1 да восі A_1x вызначаецца з формулы:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = Y_{A_1} / X_{A_1} = p_2 / p_1. \quad (14)$$

У формулах (12), (13), (14) прыняты абазначэнні:

$$p_1 = l_1 \sin \alpha_1 \left\{ \left[z - l_1 \sin \alpha_1 / 2 + (1 - \mu)^2 l_1 \sin \alpha_2 / 2 \right] - z / 2 \right\} / p;$$

$$p_2 = l_1 \left\{ \cos \alpha_1 \left[z - l_1 \sin \alpha_1 / 2 + (1 - \mu)^2 l_1 \sin \alpha_2 / 2 \right] - e \sin \alpha_1 / 2 \right\} / p;$$

$$p = l_1 (z \cos \alpha_1 - e \sin \alpha_1).$$

Для вызначэння рэакцыі апоры A_2 разглядаем раўнавагу сістэмы A_1BA_2 цалкам і асобна стрыжня BA_2 . Атрымліваем наступныя ўмовы раўнавагі:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_B(\vec{F}_i) &= Y_{A_2} l_2 \sin \alpha_2 - X_{A_2} l_2 \cos \alpha_2 - G_2 l_2 \sin \alpha_2 / 2 = 0; \\ \sum M_{A_1}(\vec{F}_i) &= Y_{A_2} z + X_{A_2} e - G_2(z - l_2 \sin \alpha_2 / 2) - G_1 l_1 \sin \alpha_1 / 2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Перапісваем умовы (15) у скарачаным выглядзе:

$$\left. \begin{aligned} a_1 Y_{A_2} - b_1 X_{A_2} &= g_1; \\ a_2 Y_{A_2} + b_2 X_{A_2} &= g_2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Сістэму ўраўненняў (16) рашаем тым жа спосабам, што і (8). Спачатку памнажаем першае ўраўненне сістэмы (16) на a_2 , другое – на $(-a_1)$, складываем паміж сабою новыя роўнасці. З іх сумы знаходзім:

$$X_{A_2} = (a_1 g_2 - a_2 g_1) / (a_2 b_1 + a_1 b_2). \quad (17)$$

Затым памнажаем першую і другую роўнасці (16) адпаведна на b_2 і b_1 і зноў складваем выніковыя роўнасці. З іх сумы атрымаем:

$$Y_{A_2} = (b_2 g_1 + b_1 g_2) / (a_1 b_2 + a_2 b_1). \quad (18)$$

Кэфіцыенты, што ўваходзяць у (16), (17), (18), вызначаюцца па формулах:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (l_1 - e) \sin \alpha_2; \quad a_2 = z; \quad b_1 = (l_1 - e) \cos \alpha_2; \\ b_2 &= e; \quad g_1 = G_2 (l_1 - e) \sin \alpha_2 / 2; \\ g_2 &= G_1 l_1 \sin \alpha_1 / 2 + G_2 [z - (l_1 - e) \sin \alpha_2 / 2]; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

тут множнік a_1 можа быць прадстаўлены ў выглядзе: $a_1 = z - l_1 \sin \alpha_1$. Пасля падстаноўкі кэфіцыентаў (19) у (17), (18)

атрымаем кампаненты $X_{A_2} = d_1 G_1$; $Y_{A_2} = d_2 G_1$, а затым і раўнадзейную рэакцыю апоры A_2 у выглядзе:

$$R_{A_2} = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} G_1,$$

дзе $d_1 = a_1 [(z - a_1) / 2 + (1 - \mu)(z - a_1) / 2 - (1 - \mu)a_2 / 2] / d$;

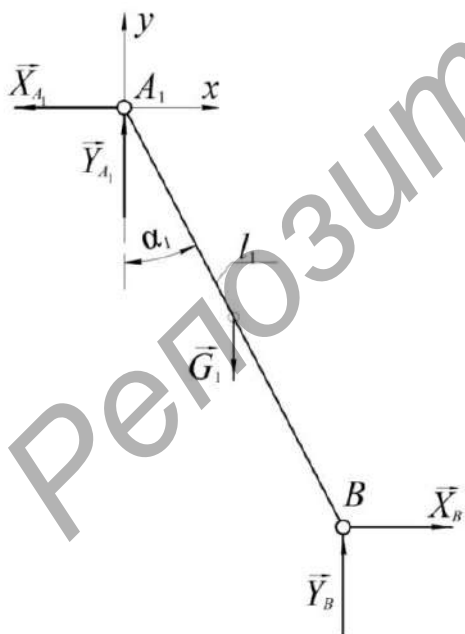
$d_2 = \{b_1 [(z - a_1) / 2 + (1 - \mu)(z - a_1) / 2] + b_2 a_1 (1 - \mu) / 2\} / d$;

$d = (l_1 - e)(e \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_2)$.

Вугал нахілу β_2 рэакцыі R_{A_2} да восі $A_1 x$ вызначаем з формулы:

$$\operatorname{tg} \beta_2 = d_2 / d_1.$$

Для вызначэння сілы ўзаемадзеяння паміж стрыжнямі l_1, l_2 у шарніры B разгледзім раўнавагу стрыжня l_1 (рысунак 6).



Рысунак 6 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл узаемадзеяння стрыжняў l_1, l_2 у шарніры B

Запісваем яго ўмовы раўнавагі:

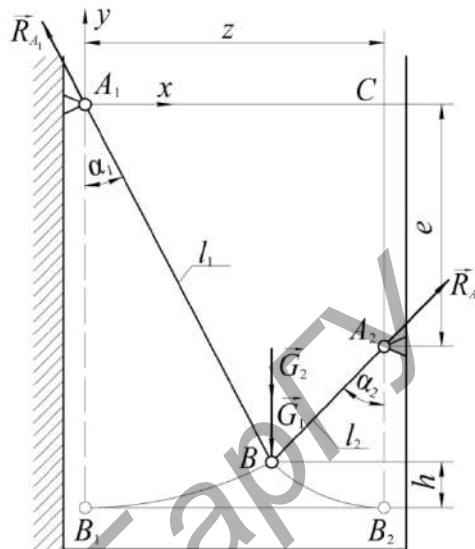
$$\sum X_i = X_B - X_{A_1} = 0; \quad \sum Y_i = Y_B + Y_{A_1} - G_1 = 0.$$

Адсюль $X_B = X_{A_1}$; $Y_B = G_1 - Y_{A_1}$ і $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$

ці з улікам формул (12):

$$X_B = p_1 G_1; \quad Y_B = (1 - p_2) G_1 \quad \text{і} \quad R_B = \sqrt{p_1^2 + (1 - p_2)^2} G_1.$$

Пераходзім да другога варыянта нагружэння. Сілы цяжару G_1, G_2 прыкладаем у шарнір B (рысунак 7).



Рысунак 7 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл узаемадзеяння звянаў пры вертыкальным становішчы каромысла (сілы G_1, G_2 прыкладзены ў шарнір B)

Цяпер кожны са стрыжняў l_1, l_2 нагружаны толькі ў сваіх канцах – шарнірах A_1, A_2, B . У гэтым выпадку паводле аксіёмы аб абсалютна цвёрдым целе (з курса тэарэтычнай механікі) лініі дзеяння рэакцый супадаюць з прамымі, што праходзяць праз шарніры $A_1 B$ і $A_2 B$.

Значыць, напрамкі рэакцый R_{A_1}, R_{A_2} знешніх сувязей вядомы. У якасці аб'екта раўнавагі разглядаем сістэму $A_1 B A_2$. Складаем для яе ўмовы раўнавагі:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i &= R_{A_2} \sin \alpha_2 - R_{A_1} \sin \alpha_1 = 0; \\ \sum Y_i &= R_{A_2} \cos \alpha_2 + R_{A_1} \cos \alpha_1 - (G_1 + G_2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

З першага ўраўнення сістэмы (20) знаходзім $R_{A_1} = \sin \alpha_2 R_{A_2} / \sin \alpha_1$ і падстаўляем у другое; маем:

$R_{A_2} (\cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 / \sin \alpha_1) - (G_1 + G_2) = 0$. Адсюль:

$$R_{A_2} = (2 - \mu) G_1 / (\cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \operatorname{ctg} \alpha_1). \quad (21)$$

Аналагічна знаходзім другую невядомую рэакцыю. З першага ўраўнення (20) выражаем R_{A_2} : $R_{A_2} = \sin \alpha_1 R_{A_1} / \sin \alpha_2$.

Падстаўляем знойдзенае R_{A_2} у другое ўраўненне гэтай жа сістэмы:

$$R_{A_1} (\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 / \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1) - (G_1 + G_2) = 0.$$

Адкуль

$$R_{A_1} = (2 - \mu) G_1 / (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1 \operatorname{ctg} \alpha_2). \quad (22)$$

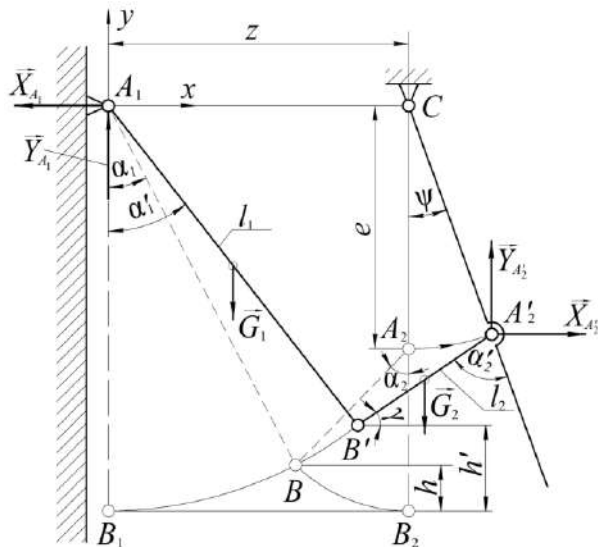
Знаходзім складовыя вектараў R_{A_1}, R_{A_2} па воясах каардынат:

$$\left(\begin{aligned} X_{A_1} &= R_{A_1} \sin \alpha_1; \quad Y_{A_1} = R_{A_1} \cos \alpha_1; \\ X_{A_2} &= R_{A_2} \sin \alpha_2; \quad Y_{A_2} = R_{A_2} \cos \alpha_2 \end{aligned} \right). \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{B'}(\vec{F}_i) &= -X_{A_2} l_2 \sin \gamma + Y_{A_2} l_2 \cos \gamma - G_2 l_2 \cos \gamma / 2 = 0; \\ \sum M_{A_1}(\vec{F}_i) &= X_{A_2} e \cos \psi + Y_{A_2} (z + e \sin \psi) - G_2 (l_2 \cos \gamma / 2 + l_1 \sin \alpha'_1) - G_1 l_1 \sin \alpha'_1 / 2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Вызначэнне сіл узаемадзеяння звенняў пры адхіленым становішчы каромысла

Вугал адхілення абазначым літарай ψ (рысунак 8).



Рысунак 8 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл узаемадзеяння звенняў пры адхіленым становішчы каромысла (сілы G_1, G_2 прыкладзены ў цэнтрах цяжару стрыжняў)

Разглядаем раўнавагу сістэмы $A_1 B' A'_2$. Прымаем першы варыянт нагружэння сіламі G_1, G_2 . Вызваляем аб'ект раўнавагі ад сувязей $A_1 A'_2$. Для вызначэння складаемых $X_{A'_2}, Y_{A'_2}$ запісваем умовы раўнавагі асобна для стрыжня $B' A'_2$ і для ўсёй сістэмы $A_1 B' A'_2$.

Запісваем ураўненні сістэмы (24) у скарачаным выглядзе:

$$(-c_1 X_{A'_2} + d_1 Y_{A'_2} = e_1; c_2 X_{A'_2} + d_2 Y_{A'_2} = e_2). \quad (25)$$

Памнажаем першае ўраўненне сістэмы (25) на c_2 , другое на c_1 і складваем памножаныя ўраўненні:

$$(c_2 d_1 + c_1 d_2) Y_{A'_2} = e_1 c_2 + e_2 c_1. \text{ Адсюль:}$$

$$Y_{A'_2} = (e_1 c_2 + e_2 c_1) / (c_2 d_1 + c_1 d_2). \quad (26)$$

Зноў вяртаемся да сістэмы (25). Памнажаем першую яе роўнасць на $(-d_2)$, другую – на d_1 , і складваем вынікі:

$$(c_1 d_2 + c_2 d_1) X_{A'_2} = d_1 e_2 - d_2 e_1. \text{ Адсюль знаходзім:}$$

$$X_{A'_2} = (d_1 e_2 - d_2 e_1) / (c_1 d_2 + c_2 d_1). \quad (27)$$

Па кампанентах (26), (27) знаходзім раўнадзейную рэакцыю ў кінематычнай пары A'_2 :

$$R_{A'_2} = \sqrt{X_{A'_2}^2 + Y_{A'_2}^2}.$$

З параўнання (24) і (25) устанавліваем, што

$$\left[\begin{aligned} c_1 &= l_2 \sin \gamma; c_2 = e \cos \psi; d_1 = l_2 \cos \gamma; \\ d_2 &= z + e \sin \psi; e_1 = G_2 l_2 \cos \gamma / 2; \\ e_2 &= G_2 (l_2 \cos \gamma / 2 + l_1 \sin \alpha'_1) + G_1 l_1 \sin \alpha'_1 / 2 \end{aligned} \right] \quad (28)$$

Для вызначэння рэакцыі R_{A_1} разглядаем раўнавагу стрыжня $A_1 B'$ і ўсёй сістэмы $A_1 B' A'_2$ (рысунак 8). Запісваем для іх умовы раўнавагі:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{B'}(\vec{F}_i) &= X_{A_1} l_1 \cos \alpha'_1 - Y_{A_1} l_1 \sin \alpha'_1 + G_1 l_1 \sin \alpha'_1 / 2 = 0; \\ \sum M_{A'_2}(\vec{F}_i) &= X_{A_1} e \cos \psi - Y_{A_1} (z + e \sin \psi) + \\ &+ G_1 (e \sin \psi + z - l_1 \sin \alpha'_1 / 2) + G_2 l_2 \cos \gamma / 2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Прадстаўляем сістэму ўраўненняў (29) у скарачаным выглядзе:

$$(f_1 X_{A_1} - h_1 Y_{A_1} = i_1; f_2 X_{A_1} - h_2 Y_{A_1} = i_2). \quad (30)$$

Памнажаем першае ўраўненне на $(-h_2)$, другое – на h_1 . Выніковыя роўнасці складваем; з атрыманых выражэнняў знаходзім:

$$X_{A_1} = (i_2 h_1 - i_1 h_2) / (f_2 h_1 - f_1 h_2). \quad (31)$$

Аналагічна вызначаем Y_{A_1} : першае ўраўненне сістэмы (30) памнажаем на $(-f_2)$, другое – на f_1 . З атрыманых пасля складання вынікаў роўнасці вызначаем:

$$Y_{A_1} = (i_2 f_1 - i_1 f_2) / (f_2 h_1 - f_1 h_2). \quad (32)$$

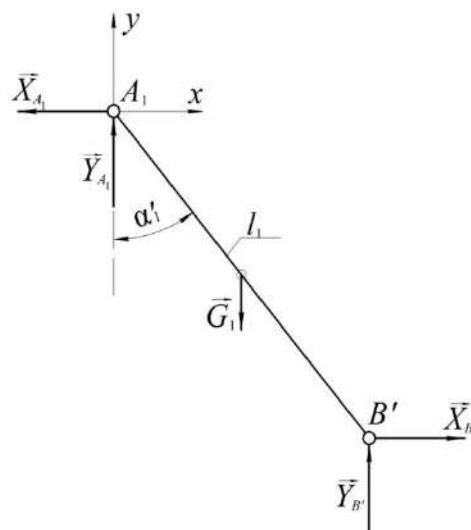
У формулах (30), (31), (32) прыняты абазначэнні:

$$\left[\begin{aligned} i_1 &= -l_1 \sin \alpha'_1 G_1 / 2; \\ i_2 &= -[e \sin \psi + (z - l_1 \sin \alpha'_1 / 2)] G_1 - G_2 l_2 \cos \gamma / 2; \\ f_1 &= l_1 \cos \alpha'_1; f_2 = e \cos \psi; h_1 = l_1 \sin \alpha'_1; h_2 = z + e \sin \psi. \end{aligned} \right] \quad (33)$$

На падставе (31), (32) знаходзім раўнадзейную рэакцыю апоры A_1 :

$$R_{A_1} = \sqrt{X_{A_1}^2 + Y_{A_1}^2}.$$

Знойдзем сілы ўзаемадзеяння звенняў h_1, h_2 у шарніры B' . Для гэтага разгледзім раўнавагу звяна h_1 (рысунак 9).



Рысунак 9 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл узаемадзеяння стрыжняў h_1, h_2 у шарніры B'

Записуємо для яго ўмовы раўнавагі:

$$\sum X_i = -X_{A_1} + X_{B'} = 0; \sum Y_i = Y_{A_1} + Y_{B'} - G_1 = 0.$$

Адсюль знаходзім:

$$X_{B'} = X_{A_1}; Y_{B'} = G_1 - Y_{A_1}; R_{B'} = \sqrt{X_{B'}^2 + Y_{B'}^2}.$$

$$\text{Тут } e_1 = [-A' + (z + e \sin \psi) / 2] \sin \alpha'_1 / [e \cos \psi \sin \alpha'_1 - \cos \alpha'_1 (z + e \sin \psi)];$$

$$e_2 = [-A' \cos \alpha'_1 + e \sin \alpha'_1 \cos \psi / 2] / [e \cos \psi \sin \alpha'_1 - \cos \alpha'_1 (z + e \sin \psi)];$$

$$c_1 = \left\{ (1-\mu) \cos \gamma l_1 [(1-\mu)((1-\mu) \cos \gamma + 2 \sin \alpha'_1) + \sin \alpha'_1] - (1-\mu)^2 (z + e \sin \psi) \cos \gamma \right\} /$$

$$/ 2(1-\mu) [\sin \gamma (z + e \sin \psi) + e \cos \gamma \cos \psi];$$

$$c_2 = \left\{ (1-\mu) \sin \gamma l_1 [(1-\mu)((1-\mu) \cos \gamma + 2 \sin \alpha'_1) + \sin \alpha'_1] + (1-\mu)^2 e \cos \gamma \cos \psi \right\} /$$

$$/ 2(1-\mu) [\sin \gamma (z + e \sin \psi) + e \cos \gamma \cos \psi];$$

$$A' = e \sin \psi + (z - l_1 \sin \alpha'_1 / 2) + (1-\mu)^2 l_1 \cos \gamma / 2$$

Вуглы, утвораныя раўнадзейнымі R_{A_1} , $R_{A'_2}$ з воссю A_1x , вылічваюцца па формулах:

$$\beta_1 = \arctg(e_2/e_1), \quad \beta_2 = \arctg(c_2/c_1).$$

Адзначым, што ўжоды на рысунках паказаны рэакцыі, прыкладзеныя да аб'ектаў раўнавагі. На апоры яны дзейнічаюць у процілеглых напрамках. На рысунку 10 пункцірам паказаны напрамак рэакцыі $R_{A'_2}$, прыкладзенай да каромысла, з якім яна ўтварае вугал

$$\alpha''_2 = \pi/2 + \psi - \beta_2.$$



Рысунак 10 – Ілюстрацыя да вызначэння напрамку рэакцыі $R_{A'_2}$

Разгледзім другі вырыянт нагружэння сістэмы сіламі G_1 , G_2 (рысунак 11).

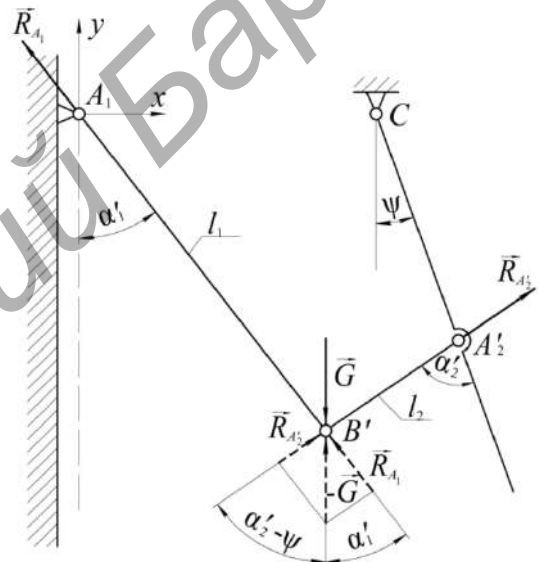
Аб'ектам раўнавагі прымем мадэль у становішчы $A_1B'A'_2$. На яе дзейнічае, як нам ужо вядома, сыходная сістэма сіл. Запісваем для яе ўмовы раўнавагі:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i &= -R_{A_1} \sin \alpha'_1 + R_{A'_2} \sin(\alpha'_2 - \psi) = 0; \\ \sum Y_i &= R_{A_1} \cos \alpha'_1 + R_{A'_2} \cos(\alpha'_2 - \psi) - G = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (35)$$

Падставім каэфіцыенты (28) у (26), (27), а (33) – у (31), (32); атрымаем:

$$X_{A_1} = e_1 G_1; Y_{A_1} = e_2 G_1; R_{A_1} = \sqrt{e_1^2 + e_2^2} G_1.$$

$$\left(X_{A'_2} = c_1 G_1; Y_{A'_2} = c_2 G_1; R_{A'_2} = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} G_1 \right). \quad (34)$$



Рысунак 11 – Ілюстрацыя да вызначэння сіл узаемадзеяння звянаў пры адхіленым становішчы каромысла (сілы G_1 , G_2 прыкладзены ў шарнір B')

дзе па-ранейшаму, $G = G_1 + G_2$. Першую роўнасць (35) памнажаем на $\cos(\alpha'_2 - \psi)$, другую на $-\sin(\alpha'_2 - \psi)$; выніковыя роўнасці складваем:

$$-\left[\sin \alpha'_1 \cos(\alpha'_2 - \psi) + \cos \alpha'_1 \sin(\alpha'_2 - \psi) \right] R_{A_1} = -G \sin(\alpha'_2 - \psi).$$

$$\text{Адсюль: } R_{A_1} = G \sin(\alpha'_2 - \psi) / s'_1,$$

дзе $s'_1 = \sin \alpha'_1 \cos(\alpha'_2 - \psi) + \cos \alpha'_1 \sin(\alpha'_2 - \psi)$. Аналагічна памнажаем першую роўнасць (35) на $\cos \alpha'_1$, а другую – на $\sin \alpha'_1$ і выконваем усе дзеянні, што і пры вызначэнні R_{A_1} ; атрымліваем:

$$R_{A'_2} = G \sin \alpha'_1 / s'_2, \text{ дзе } s'_2 = s'_1. \text{ Канчаткова, рэакцыі сувязі } A_1,$$

A'_2 прадставім у выглядзе:

$$R_{A_1} = s_1 G; R_{A'_2} = s_2 G,$$

$$q_1 = (1 - \mu) l_1 \sin \gamma^{\text{II}}; \quad q_2 = e \cos \psi;$$

$$\eta = (1 - \mu) l_1 \cos \gamma^{\text{II}}; \quad r_2 = z - e \sin \psi. \quad \text{Вугал нахілу}$$

раўнадзейнай $R_{A_2}^{\text{II}}$ вызначаем па формуле: $\beta = \arctg(b_2/b_1)$.

Для вылічэння адначасовага двухбаковага ўздзеяння \bar{R}_{A_2}' на каромысел пры першым варыянце нагружэння скарыстаемца формуламі (34). У выніку атрымаем:

$$\bar{X}_{A_2}' = X_{A_2}' - X_{A_2}^{\text{II}} = (c_1 - b_1) G_1;$$

$$\bar{Y}_{A_2}' = Y_{A_2}' + Y_{A_2}^{\text{II}} = (c_2 + b_2) G_1,$$

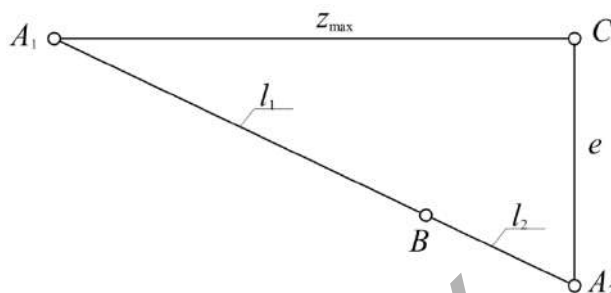
$$\bar{R}_{A_2}' = \sqrt{(c_1 - b_1)^2 + (c_2 + b_2)^2} G_1. \quad \text{Вугал нахілу вектара}$$

$$\bar{R}_{A_2}' \text{ роўны: } \bar{\beta} = \arctg[(c_2 + b_2)/(c_1 - b_1)].$$

Каб атрымаць вынік аналізу, справядлівы не толькі для канкрэтных значэнняў размераў l_1, l_2 , а ў больш агульным выглядзе, прыйдзем у атрыманых вышэй формулах да адносных параметраў. Для гэтага замест абсалютнага параметра z увядзем безразмерную пераменную $\zeta = z/z_{\text{max}}$. Велічыня z_{max} вызначаецца з

трохвугольніка A_1A_2C (рысунк 13), у якім $l_1 + l_2 = 2l_1 - e$;

$$\text{яна роўна } 2l_1 \sqrt{1 - \mu}.$$



Рысунк 13 – Ілюстрацыя да вызначэння велічыні z_{max}

Тады $\zeta = z/2l_1 \sqrt{1 - \mu}$; адсюль $z/l_1 = 2\sqrt{1 - \mu} \zeta$. З улікам суадносін z/l_1 каэфіцыенты пры G_1 у формулах сіл узаемадзеяння звенняў прымуць выгляд:

$$p_1 = \sin \alpha_1 \left[2\sqrt{1 - \mu} \zeta - \sin \alpha_1 + (1 - \mu)^2 \sin \alpha_2 \right] / 2(2\sqrt{1 - \mu} \zeta \cos \alpha_1 - \mu \sin \alpha_1);$$

$$p_2 = \left\{ \cos \alpha_1 \left[4\sqrt{1 - \mu} \zeta + (1 - \mu)^2 \sin \alpha_2 \right] - (\mu + \cos \alpha_1) \sin \alpha_1 \right\} / 2(2\sqrt{1 - \mu} \zeta \cos \alpha_1 - \mu \sin \alpha_1);$$

$$d_1 = (1 - \mu) \sin \alpha_2 \left\{ \left[2\sqrt{1 - \mu} \zeta - (1 - \mu) \sin \alpha_2 \right] + (1 - \mu) \left[2\sqrt{1 - \mu} \zeta - (1 - \mu) \sin \alpha_2 \right] \right\} / 2(1 - \mu) (\mu \sin \alpha_2 + 2\sqrt{1 - \mu} \zeta \cos \alpha_2);$$

$$d_2 = \left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu) \cos \alpha_2 \times \\ \times \left(\left[2\sqrt{1 - \mu} \zeta - (1 - \mu) \sin \alpha_2 \right] / 2 \right) + \\ + (1 - \mu) \left(2\sqrt{1 - \mu} \zeta - (1 - \mu) \sin \alpha_2 / 2 \right) \\ + \mu (1 - \mu) \sin \alpha_2 (1 - \mu) / 2 \end{array} \right\} / \left[(1 - \mu) (\mu \sin \alpha_2 + 2\sqrt{1 - \mu} \zeta \cos \alpha_2) \right];$$

$$A' = \mu \sin \psi + 2\sqrt{1 - \mu} \zeta - \sin \alpha_1 / 2 + (1 - \mu)^2 \cos \gamma / 2;$$

$$B = 2\sqrt{1 - \mu} \zeta + \mu \sin \psi;$$

$$e_1 = [(-A + B/2) \sin \alpha_1'] / [\mu \sin \alpha_1' \cos \psi - B \cos \alpha_1'];$$

$$e_2 = [-A \cos \alpha_1' + \mu \sin \alpha_1' \cos \psi / 2] / [\mu \sin \alpha_1' \cos \psi - B \cos \alpha_1'];$$

$$c_1 = \left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu) \cos \gamma \left[(1 - \mu) \left((1 - \mu) \cos \gamma + 2 \sin \alpha_1' \right) + \sin \alpha_1' \right] - \\ - (1 - \mu)^2 \left(2\sqrt{1 - \mu} \zeta + \mu \sin \psi \right) \cos \gamma \end{array} \right\} / 2(1 - \mu) \left[\sin \gamma \left(2\sqrt{1 - \mu} \zeta + \mu \sin \psi \right) + \mu \cos \gamma \cos \psi \right];$$

$$c_2 = \left\{ \sin \gamma (1 - \mu) \left[(1 - \mu) \left((1 - \mu) \cos \gamma + 2 \sin \alpha_1' \right) + \sin \alpha_1' \right] + (1 - \mu)^2 \mu \cos \gamma \cos \psi \right\} / 2(1 - \mu) \left[\sin \gamma \left(2\sqrt{1 - \mu} \zeta + \mu \sin \psi \right) + \mu \cos \gamma \cos \psi \right];$$

$$b_1 = \left[(1-\mu) \left[(1-\mu) \cos \gamma'^{\Pi} / 2 + \sin \alpha_1^{\Pi} \right] + \sin \alpha_1^{\Pi} / 2 \right] (1-\mu) \cos \gamma'^{\Pi} - (1-\mu)^2 \cos \gamma'^{\Pi} / 2 (2\sqrt{1-\mu}\zeta - \mu \sin \psi) /$$

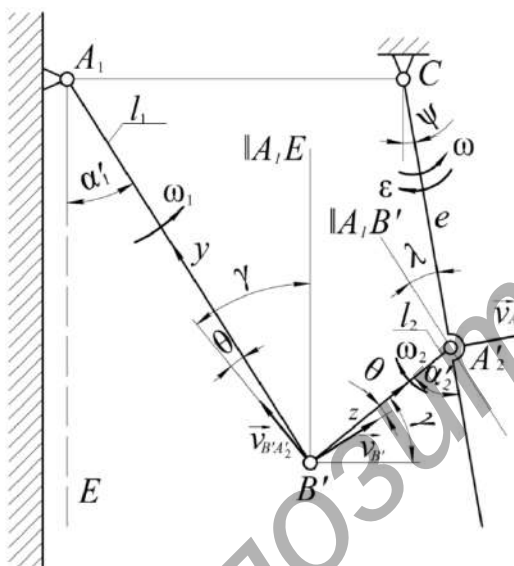
$$/ (1-\mu) \left[2\sqrt{1-\mu}\zeta \sin \gamma'^{\Pi} + \mu \cos (\psi + \gamma'^{\Pi}) \right];$$

$$b_2 = \left\{ -(1-\mu)^2 \cos \gamma'^{\Pi} / 2 (\mu \cos \psi) - \left[(1-\mu) \left[(1-\mu) \cos \gamma'^{\Pi} / 2 + \sin \alpha_1^{\Pi} \right] + \sin \alpha_1^{\Pi} / 2 \right] (1-\mu) \sin \gamma'^{\Pi} \right\} /$$

$$/ (1-\mu) \left[2\sqrt{1-\mu}\zeta \sin \gamma'^{\Pi} + \mu \cos (\psi + \gamma'^{\Pi}) \right].$$

Визначэнне кінематычных параметраў руху рабочага органа

Як ужо адзначалася, аналіз сіл узаемадзеяння выкананы тут без уліку сіл інерцыі. Каб знайсці іх велічыню, неабходна выканаць дынамічны разлік мадэлі, якому папярэднічае яе кінематычны аналіз. Няцяжка заўважыць, што механічная сістэма, утвораная са стрыжняў l_1, l_2 і каромысла, уяўляе сабою чатырохзвенны механізм, вядучым звяном у якім з'яўляецца каромысел. Такім чынам, кінематычная схема ланцужнага аграгата прадстаўляецца трыма чатырохзвеннікамі, злучанымі ў адну сістэму з дапамогай каромысла. Рух прываднага механізма даследаван намі ў рабоце [3]. Гэта дазваляе перайсці да кінематычнага аналізу мадэлі рабочага органа камеры. На рысунку 14 кінематычныя характарыстыкі ω, ϵ звяна CA_2' лічым зададзенымі. Вышэй знойдзены вуглы $\alpha_1', \alpha_2', \gamma$.



Рысунак 14 – Ілюстрацыя да вызначэння скорасцей пунктаў і звенняў

Пераходзім да вызначэння скорасцей пунктаў і звенняў. Для гэтага выкарыстоўваем тыпавыя формулы з курса тэарэтычнай механікі. Скорасць пункта B' роўна:

$$\vec{v}_{B'} = \vec{v}_{A_2'} + \vec{v}_{B'A_2'} \quad (40)$$

дзе $\vec{v}_{B'A_2'} \perp A_2'B'$.

Праецыруем роўнасць (40) паслядоўна на восі $B'y, B'z$:

$$0 = -v_{A_2'} \sin \lambda + v_{B'A_2'} \cos \theta; \quad v_{B'} \cos \theta = v_{A_2'} \cos (\gamma - \psi) + 0.$$

Адсюль знаходзім:

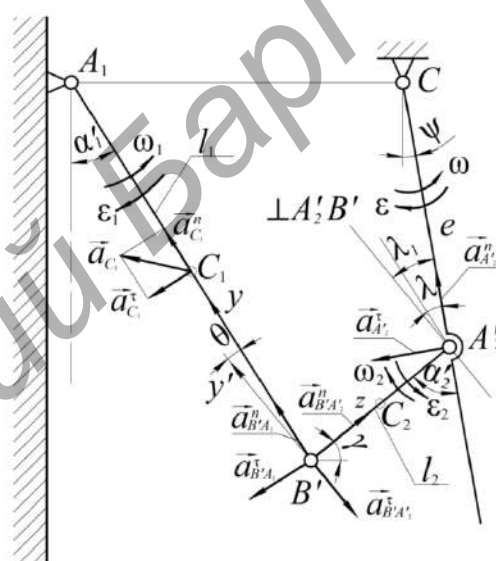
$$v_{B'A_2'} = v_{A_2'} \sin \lambda / \cos \theta;$$

$$v_{B'} = \cos (\gamma - \psi) v_{A_2'} / \cos \theta.$$

Визначаем вуглавыя скорасці звенняў l_1, l_2 : $\omega_1 = v_{B'} / l_1$; $\omega_2 = v_{B'A_2'} / l_2$. Вуглы λ і θ , як відаць на рысунку 14, роўны:

$$\lambda = \alpha_1' - \psi; \quad \theta = \gamma - \alpha_1'.$$

Вылічваем паскарэнні (рысунак 15).



Рысунак 15 – Ілюстрацыя да вызначэння паскарэння пунктаў і звенняў

У якасці полюсаў прымаем пункты A_2' і A_1 . Тады для пункта B' атрымліваем:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_{B'} &= \vec{a}_{A_2'}^n + \vec{a}_{A_2'}^\tau + \vec{a}_{B'A_2'}^n + \vec{a}_{B'A_2'}^\tau; \\ \vec{a}_{B'} &= \vec{a}_{B'A_1}^n + \vec{a}_{B'A_1}^\tau \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

дзе $a_{A_2'}^n = \omega_2^2 e$; $a_{A_2'}^\tau = \epsilon e$; $a_{B'A_2'}^n = \omega_2^2 l_2$; $a_{B'A_2'}^\tau = \omega_2 l_1$.

Выключаем з сістэмы (41) паскарэнне $\vec{a}_{B'}$. Атрымліваем роўнасць, неабходную для вылічэння тангенцыяльных паскарэнняў $a_{B'A_2'}^\tau, a_{B'A_1}^\tau$:

$$\vec{a}_{A_2'}^n + \vec{a}_{A_2'}^\tau + \vec{a}_{B'A_2'}^n + \vec{a}_{B'A_2'}^\tau = \vec{a}_{B'A_1}^n + \vec{a}_{B'A_1}^\tau \quad (42)$$

Праецыруем (42) на восі $B'y, B'z$:

$$a_{A_2'}^n \cos \lambda + a_{A_2'}^\tau \sin \lambda + a_{B'A_2'}^n \sin (\gamma - \alpha_1') - a_{B'A_2'}^\tau \cos (\gamma - \alpha_1') = a_{B'A_1}^n + 0;$$

$$a_{A_2'}^n \cos \alpha_2' - a_{A_2'}^\tau \sin \alpha_2' + a_{B'A_2'}^n + 0 = a_{B'A_1}^n \sin (\gamma - \alpha_1') - a_{B'A_1}^\tau \cos (\gamma - \alpha_1').$$

З атриманих роўнасцей знаходзім:

$$a_{B'A_2}^{\tau} = \left[a_{A_2}^n \cos \lambda + a_{A_2}^{\tau} \sin \lambda + a_{B'A_2}^n \sin(\gamma - \alpha_1) - a_{B'A_1}^n \right] / \cos(\gamma - \alpha_1);$$

$$a_{B'A_1}^{\tau} = \left[a_{A_2}^{\tau} \sin \alpha_2 - a_{A_2}^n \cos \alpha_2 - a_{B'A_2}^n + a_{B'A_1}^n \sin(\gamma - \alpha_1) \right] / \cos(\gamma - \alpha_1).$$

Паскарэнне пункта B' цяпер вызначаецца па другой формуле сістэмы (41). Вылічваем вуглавыя паскарэнні звенняў: $\varepsilon_1 = a_{B'A_2}^{\tau} / l_1$; $\varepsilon_2 = a_{B'A_2}^{\tau} / l_2$. Для наступных дынамічных разлікаў спатрэбяцца паскарэнні цэнтраў мас C_1, C_2 звенняў l_1, l_2 . Паскарэнне $a_{C_1} = 1/2 a_{B'}$. Для вылічэння паскарэння a_{C_2} выкарыстаем формулу

$$\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_{A_2}^n + \bar{a}_{A_2}^{\tau} + \bar{a}_{C_2 A_2}^n + \bar{a}_{C_2 A_2}^{\tau}.$$

Праецыруем яе на ўзаемнаартаганальныя восі $B'y', B'z'$:

$$a_{C_2}^{y'} = a_{A_2}^n \cos \lambda_1 + a_{A_2}^{\tau} \sin \lambda_1 + 0 - a_{C_2 A_2}^{\tau};$$

$$a_{C_2}^z = a_{A_2}^n \sin \lambda_1 - a_{A_2}^{\tau} \cos \lambda_1 + a_{C_2 A_2}^n + 0. \text{ Дзе вугал } \lambda_1 = \lambda + \theta.$$

Адсюль:

$$a_{C_2} = \sqrt{(a_{C_2}^{y'})^2 + (a_{C_2}^z)^2}.$$

Вызначэнне дынамічных сіл узаемадзеяння

Для набліжанага дынамічнага аналізу мадэлі стрыжнямі l_1, l_2 прадставім матэрыяльнымі пунктамі масы $m_1 = G_1/g$, $m_2 = G_2/g$, змешчанымі ў іх цэнтрах цяжару C_1, C_2 (g – паскарэнне свабоднага падзення). Складальныя сілы інерцыі (рысунк 16) вылічваем па формулах: $\bar{\Phi}_{C_1}^{\tau} = -m_1 \bar{a}_{C_1}^{\tau}$; $\bar{\Phi}_{C_1}^n = m_1 \bar{a}_{C_1}^n$;

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{B'}(\bar{F}_i) &= -X_{A_2}^n l_2 \sin \gamma + Y_{A_2}^n l_2 \cos \gamma - G_2 l_2 \cos \gamma / 2 + \Phi_{C_2}^{y'} l_2 / 2 = 0; \\ M_{A_1}(\bar{F}_i) &= X_{A_2}^n e \cos \psi + Y_{A_2}^n (l_1 \sin \alpha_1' + l_2 \cos \gamma) - G_2 (l_1 \sin \alpha_1' + l_2 \cos \gamma / 2) - \\ &\sum -\Phi_{C_2 x}^{y'} (l_1 \cos \alpha_1' - l_2 \sin \gamma / 2) + \Phi_{C_2 y}^{y'} (l_1 \sin \alpha_1' + l_2 \cos \gamma / 2) - \Phi_{C_2}^z l_1 \sin \eta + \\ &+ \Phi_{C_1}^{\tau} l_1 / 2 - G_1 l_1 \sin \alpha_1' / 2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

дзе $\eta = \alpha_1' + \alpha_2' - \psi$. Перапісваем ураўненні (43) у скарачаным выглядзе:

$$\left. \begin{aligned} -i_1 X_{A_2}^n + j_1 Y_{A_2}^n &= w_1; \\ i_2 X_{A_2}^n + j_2 Y_{A_2}^n &= w_2 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

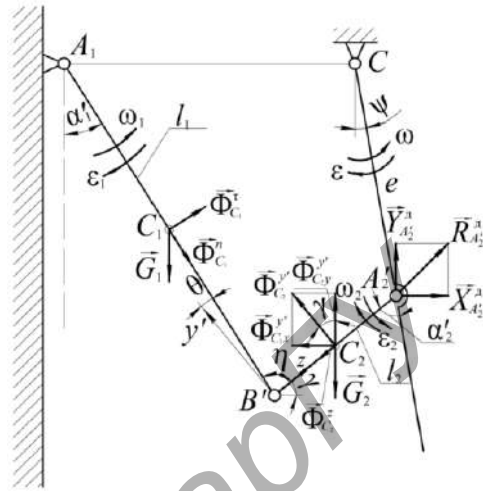
Значэнні велічынь $i_1, i_2, j_1, j_2, w_1, w_2$ знаходзяцца з супастаўлення

$$\left[X_{A_2}^n = (w_2 j_1 - w_1 j_2) / D; Y_{A_2}^n = (w_1 i_2 + w_2 i_1) / D; R_{A_2}^n = \sqrt{(X_{A_2}^n)^2 + (Y_{A_2}^n)^2} \right], \quad (45)$$

дзе $D = i_1 j_2 + i_2 j_1$. Формулы (45) можна пераўтварыць і запісаць карацей ў выглядзе:

$$X_{A_2}^n = i G_1; Y_{A_2}^n = j G_1; R_{A_2}^n = \sqrt{i^2 + j^2} G_1.$$

$\bar{\Phi}_{C_2}^{y'} = -m_2 \bar{a}_{C_2}^{y'}$; $\bar{\Phi}_{C_2}^z = -m_2 \bar{a}_{C_2}^z$, дзе $\bar{a}_{C_2}^{y'}$, $\bar{a}_{C_2}^z$ – складальныя паскарэння a_{C_2} па восях $B'y', B'z'$.



Рысунк 16 – Ілюстрацыя да вызначэння кампанент дынамічных сіл узаемадзеяння $X_{A_2}^n, Y_{A_2}^n$ і раўнадзейнай рэакцыі $R_{A_2}^n$ ў кінематычнай пары A_2'

Для вылічэння кампанент дынамічных сіл узаемадзеяння $X_{A_2}^n, Y_{A_2}^n$ выкарыстаем прынцып Даламбера. Запісваем умовы раўнавагі бязважкіх стрыжня $B'A_2'$ і сістэмы $A_1 B'A_2'$ мадэлі левага рабочага органа:

сістэмы (44) з (43). Для вызначэння $X_{A_2}^n$ памнажаем першае ўраўненне сістэмы (44) на j_2 , другое – на $(-j_1)$ і складваем выніковыя ўраўненні; атрымліваем $-(i_1 j_2 + i_2 j_1) X_{A_2}^n = w_1 j_2 - w_2 j_1$. Аналагічна, пасля памнажэння тых жа ураўненняў на i_2, i_1 , пасля складання атрымаем: $(j_1 i_2 + j_2 i_1) Y_{A_2}^n = w_1 i_2 + w_2 i_1$. З апошніх роўнасцей знаходзім:

$$\text{Тут } i_1 = (1 - \mu) \sin \gamma; i_2 = \mu \cos \psi; j_1 = (1 - \mu) \cos \gamma; j_2 = \sin \alpha_1' + (1 - \mu) \cos \gamma; B = \sin \alpha_1' + (1 - \mu) \cos \gamma / 2;$$

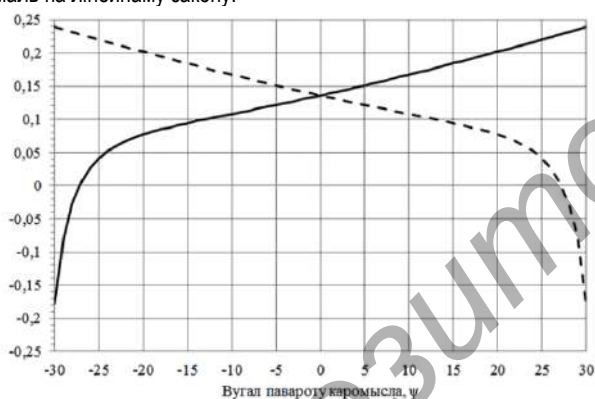
$$i = \left\{ \left[\begin{aligned} &(1-\mu)B + \sin \alpha'_1/2 + (1-\mu) \sin \gamma a_{C_2}^{y'} \times \\ &\times [\cos \alpha'_1 - (1-\mu) \sin \gamma/2] / g - (1-\mu) \cos \gamma a_{C_2}^{y'} B/g + (1-\mu) \sin \eta a_{C_2}^z / g - a_{C_1}^r / 2g \end{aligned} \right] \times \right\} / D;$$

$$j = \left\{ \left[\begin{aligned} &(1-\mu)^2 (\cos \gamma - a_{C_2}^{y'} / g) / 2 \right] i_2 + \left[\begin{aligned} &(1-\mu)B + \sin \alpha'_1/2 + (1-\mu) \sin \gamma \times \\ &g - (1-\mu) \cos \gamma a_{C_2}^{y'} \times \\ &\times B/g + (1-\mu) \times \\ &\times \sin \eta a_{C_2}^z / g - a_{C_1}^r / 2g \end{aligned} \right] i_1 \right\} / D.$$

Вылічэнне сіл узаемадзеяння звенняў і іх аналіз

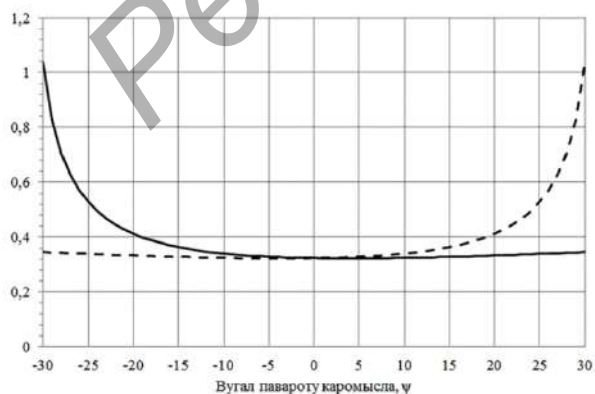
Па атрыманых вышэй формулах з дапамогай праграмы Mathcad знойдзены лікавыя значэнні статычных і дынамічных сіл узаемадзеяння звенняў у рабочай камеры ланцужнага агрэгата. Графікі іх змянення прадстаўлены на рысунках 17–31 для агульнай нарузкі $(2-\mu)G_1$ на звенні. Суцэльнымі лініямі ўсюды паказаны графікі змянення сіл, што прыкладзены да левага рабочага органа, пункцірнымі – да правага. Адносныя статычныя сілы прадстаўлены ў выглядзе функцый вугла ψ павароту каромысла пры пастаянным значэнні адноснай каардынаты $\zeta = 0,5$.

З графікаў на рысунках 17, 18 відаць, што ў межах рэальнага функцыянавання рабочай камеры ($|\psi| = 0^\circ \dots 12^\circ$) кампаненты X_{A_2} , Y_{A_2} сіл узаемадзеяння рабочых органаў з каромыслам змяняюцца амаль па лінейнаму закону.



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты X_{A_2}

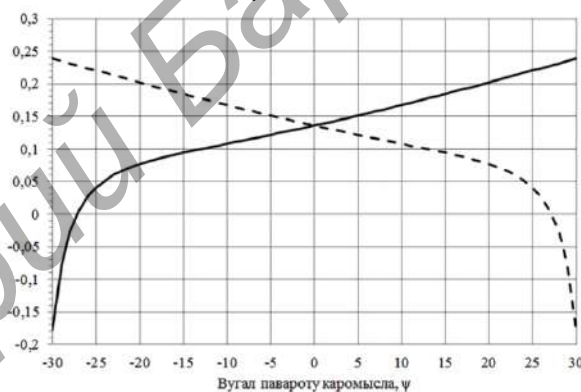
Рысунк 17 – Графік змянення кампаненты X_{A_2} : суцэльная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты Y_{A_2}

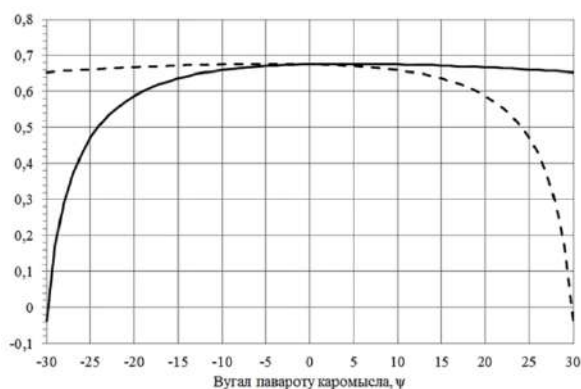
Рысунк 18 – Графік змянення кампаненты Y_{A_2} : суцэльная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага

Пры гэтым адносная велічыня кампаненты X_{A_2} прымае значэнні ў межах ад 0,1 да 0,17 (павялічваецца ў 1,7 раза), а Y_{A_2} практычна не змяняецца – застаецца на ўзроўні 0,34. Такая ж заканамернасць уласціва і сілам узаемадзеяння рабочых органаў з апорай A_1 (рысункі 19, 20); тут кампанента X_{A_1} таксама ўзрастае ў 1,7 раза (ад 0,1 да 0,17), а $Y_{A_1} \approx 0,67$.



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты X_{A_1}

Рысунк 19 – Графік змянення кампаненты X_{A_1} : суцэльная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты Y_{A_1}

Рысунк 20 – Графік змянення кампаненты Y_{A_1} : суцэльная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага

Велічыня кампанентаў X_{A_1} , X_{A_2} залежыць ад геаметрычных змяненняў у структуры рабочых органаў пры павароце каромысла. Лёгка заўважыць, што пры павялічэнне вугла $A_1 B' A'_2$ – назавём яго вуглом расхінення звенняў h_1, h_2 – названыя кампаненты ўзрастаюць.

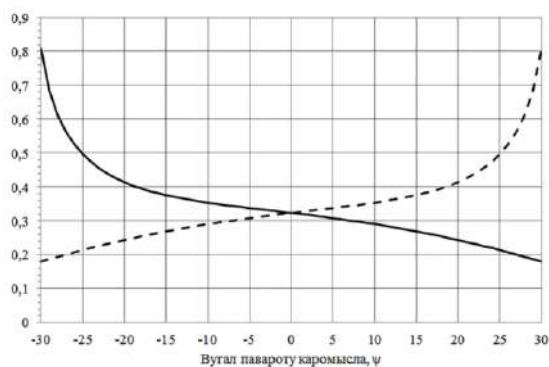
Для визначення необхідних механічних характеристик рухавіка ланцюжного агрегата сили взаємодіяння робочих органів з каромислам мэтазгодна прадставіць у выглядзе нармальнай $R_{A_2}^n$ і

тангенцыяльнай $R_{A_2}^t$ кампанентаў па формулах:

$$R_{A_2}^n = Y_{A_2} \cos \psi - X_{A_2} \sin \psi ;$$

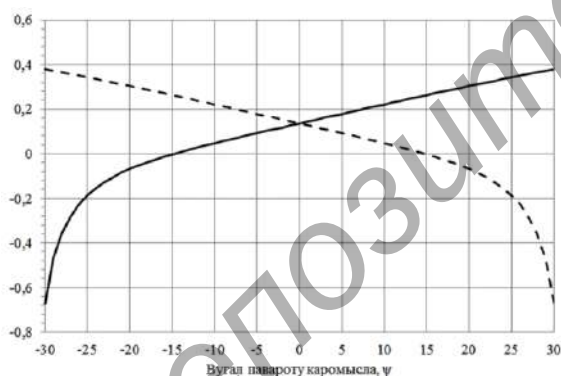
$$R_{A_2}^t = X_{A_2} \cos \psi + Y_{A_2} \sin \psi .$$

Вектар нармальнай складальнай накіраваны да восі С вярчэння каромысла, тангенцыяльнай – перпендыкулярна да яго. Для графікаў змянення гэтых кампанентаў (рысункі 21, 22) таксама характэрна лінейнасць.



На восі ардынат паказана велічыня нармальнай кампаненты $R_{A_2}^n$

Рысунк 21 – Графік змянення нармальнай кампаненты $R_{A_2}^n$ сілы ўзаемадзіяння робочых органаў з каромислам: суцэльная лінія – для левай паловы рабочай камеры, пункцірная – для правай



На восі ардынат паказана велічыня тангенцыяльнай кампаненты $R_{A_2}^t$

Рысунк 22 – Графік змянення тангенцыяльнай кампаненты $R_{A_2}^t$

сілы ўзаемадзіяння робочых органаў з каромислам: суцэльная лінія – для левай паловы рабочай камеры, пункцірная – для правай

У разглядаемых інтэрвалах змянення вугла ψ ($\psi = 0^\circ \dots 12^\circ$) нармальна кампанента для левага рабочага органа змяншаецца ад 0,36 да 0,28, тангенцыяльная – узрастае ад 0,03 да 0,24.

Пры адначасовым нагрукжэнні левага і правага рабочых органаў тангенцыяльныя сілы ўзаемадзіяння часткова ўраўнаважваюцца, што спрыяльна адбіваецца на рабоце рухавіка. Аднак пры незапланаваным аднабаковым нагрукжэнні рабочай камеры магчыма яго перагрукка, якую можна вылічыць на падставе графікаў, змешчаных на рысунку 22. Так, для $\psi = 12^\circ$ пры двухбаковым нагрукжэнні рабочай камеры тангенцыяльнае ўздзіянне на каромисел ад правага і левага рабочых органаў роўна

$$\bar{R}_{A_2}^t = R_{A_2,л}^t - R_{A_2,п}^t = 0,24 - 0,03 = 0,21, \text{ а пры аднабаковым}$$

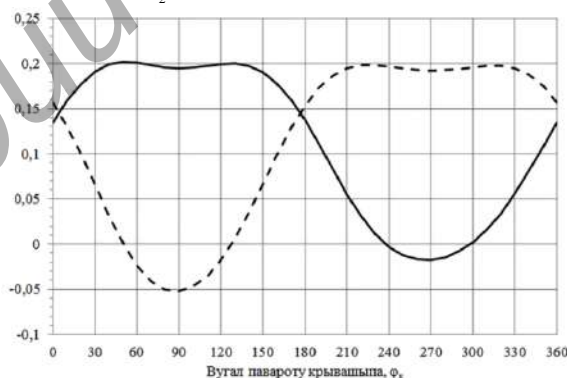
толькі левага – $R_{A_2,л}^t = 0,24$. Коэфіцыент перагруккі

$f_{\Pi} = 0,24/0,21 = 1,14$. Велічыня f_{Π} пераменная. Пры $|\psi| = 0^\circ \dots 12^\circ$ $f_{\Pi} = 0 \dots 1,14$. У разлік прымаецца яе максімальнае значэнне.

У працесе даследавання статычных сіл былі выкананы разлікі па формулах (21)...(23) для другога варыянта нагрукжэння. Іх параўнанне з вынікамі, атрыманымі для першага варыянта, дае падставы сцвярджаць, што сілы ўзаемадзіяння ў рабочай камеры залежаць ад размеркавання нагруккі на яе рабочыя органы. Пры другім спосабе нагрукжэння яны істотна ўзрастаюць.

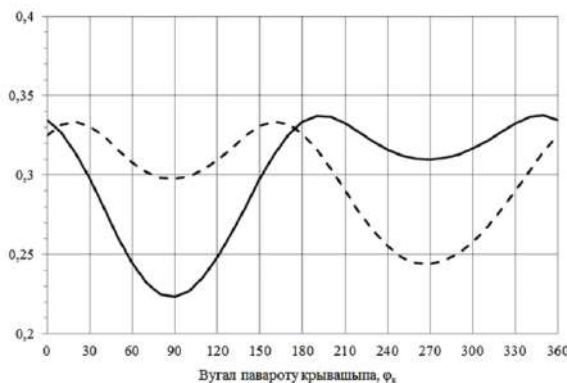
Пераходзячы да аналізу дынамічных сіл ўзаемадзіяння, нагадаем, што ў прывадным механізме літарамі r, l, h абазначаны даўжыні кривашыпа, шатуна і каромысла, а іх геаметрычныя суадносіны: $\rho = r/l, \lambda = h/l$; ω_k – вуглавая скорасць кривашыпа. Разлікі выкананы пры $\rho = 0,1; \lambda = 2/3; \zeta = 0,5; \omega_k = 1$ рад/с. Дынамічныя сілы ўзаемадзіяння прадстаўляюцца ў выглядзе функцый вугла ϕ_k павароту кривашыпа. Значэнне $\phi_k = 0$ адпавядае вертыкальнаму становішчу каромысла. Пры заданых вышэй параметрах максімальныя (амплітудныя) вуглы адхілення каромысла ўлева і ўправа роўны $8,19^\circ$ і $9,06^\circ$ адпаведна пры ϕ_k , роўным $269,6^\circ$ і $89,6^\circ$. Як і ў статыцы, тут суцэльнымі лініямі паказаны графікі змянення адносных сіл, што дзейнічаюць на левы рабочы орган, пункцірнымі – на правы. Як відаць на рысунках 23, 24, у межах аднаго цыкла ($\phi_k = 0^\circ \dots 360^\circ$) гарызантальная кампанента змяняецца ад $X_{A_2}^d = -0,02$ да $X_{A_2}^d = 0,2$, а вертыкальная

прымае значэнні $Y_{A_2}^d = 0,22 \dots 0,34$.



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты $X_{A_2}^d$

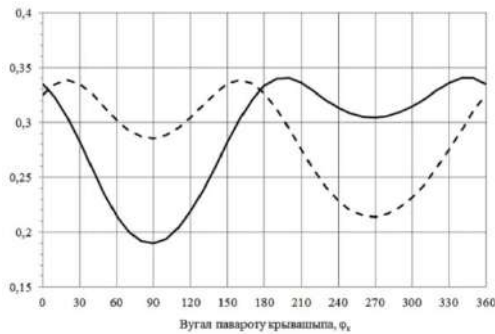
Рысунк 23 – Графік змянення кампаненты $X_{A_2}^d$: суцэльная лінія – для левай паловы рабочай камеры, пункцірная – для правай



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты $Y_{A_2}^d$

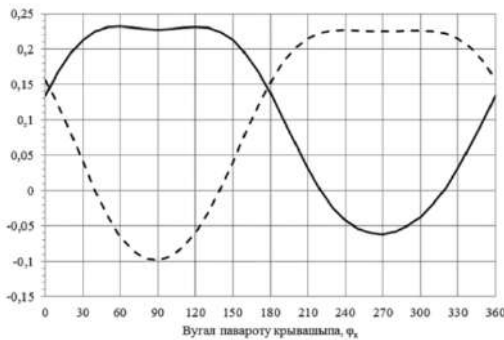
Рысунк 24 – Графік змянення кампаненты $Y_{A_2}^d$: суцэльная лінія – для левай паловы рабочай камеры, пункцірная – для правай

Неістотнае адрозненне графікаў для левага і правага рабочага органа выклікана асіметрыямі руху каромысла. Змяненне нармальнай $R_{A_2}^{nn}$ і тангенцыяльнай $R_{A_2}^{nt}$ складальных сілы ўзаемадзеяння ў пункце A_2' паказаны на рысунках 25, 26.



На восі ардынат паказана велічыня нармальнай кампаненты $R_{A_2}^{nn}$

Рысунк 25 – Графік змянення нармальнай кампаненты $R_{A_2}^{nn}$ сілы ўзаемадзеяння рабочых органаў з каромыслам: сцэпная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага



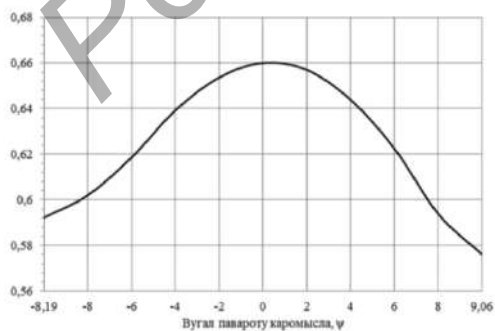
На восі ардынат паказана велічыня тангенцыяльнай кампаненты $R_{A_2}^{nt}$

Рысунк 26 – Графік змянення тангенцыяльнай кампаненты $R_{A_2}^{nt}$

сілы ўзаемадзеяння рабочых органаў з каромыслам: сцэпная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага

На іх заўважаецца адзначаная ў статыцы залежнасць тангенцыяльнай кампаненты $R_{A_2}^{nt}$ ад велічыні вугла расхінення звенняў h_1, h_2 .

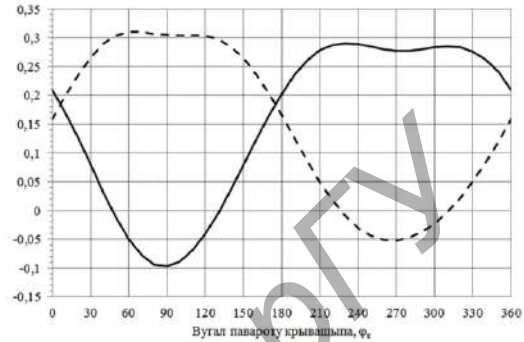
На рысунку 27 прадстаўлены графік змянення раўнадзейнай $\bar{R}_{A_2}^d$ сілы ўзаемадзеяння двух рабочых органаў з каромыслам.



На восі ардынат паказана велічыня раўнадзейнай сілы $\bar{R}_{A_2}^d$

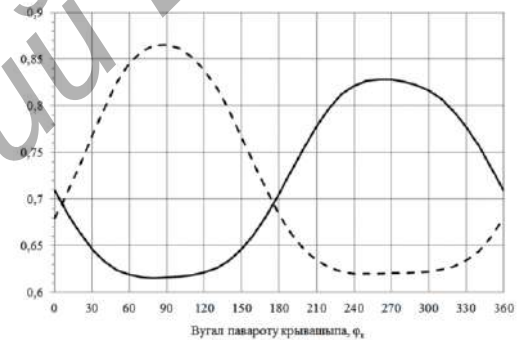
Рысунк 27 – Графік змянення раўнадзейнай $\bar{R}_{A_2}^d$ сілы ўзаемадзеяння двух рабочых органаў з каромыслам

Графік на рысунку 27 адпавядае перамяшчэнню каромысла з крайняга левага становішча ў крайняе правае. Калі аналізаваць яго па значэннях ардынат, то можна заўважыць, што велічыня $\bar{R}_{A_2}^d$ у межах $|\psi| = 0^\circ \dots 8^\circ$ практычна не змяняецца – застаецца на ўзроўні $\bar{R}_{A_2}^d \approx 0,63$. Графікі змянення кампанент $X_{A_1}^d, Y_{A_1}^d$ рэактыўнай сілы $R_{A_1}^d$ для апоры A_1 паказаны на рысунках 28, 29. І тут мае месца карэляцыя ардынат з вуглом расхінення.



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты $X_{A_1}^d$

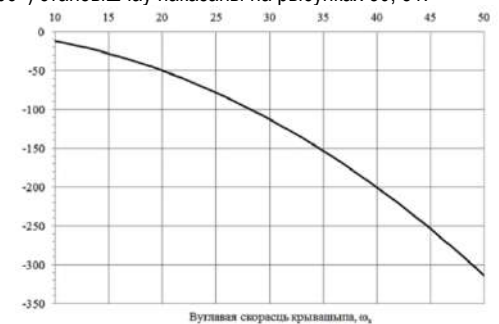
Рысунк 28 – Графік змянення кампаненты $X_{A_1}^d$: сцэпная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага



На восі ардынат паказана велічыня кампаненты $Y_{A_1}^d$

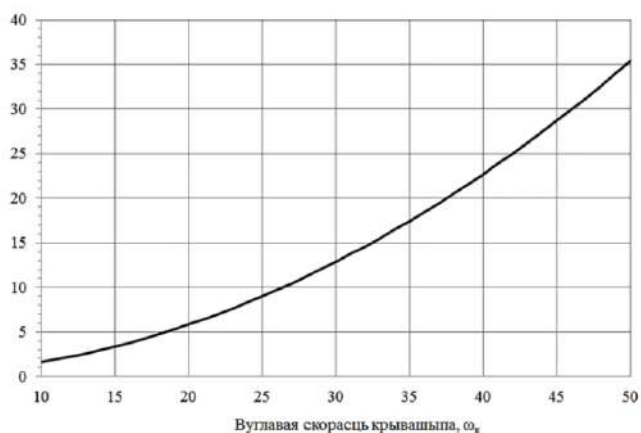
Рысунк 29 – Графік змянення кампаненты $Y_{A_1}^d$: сцэпная лінія – для левага палова рабочай камеры, пункцірная – для правага

Дадаткова даследавана залежнасць тангенцыяльнай дынамічнай сілы ўзаемадзеяння левага рабочага органа ў крайніх становішчах каромысла ад велічыні вуглавой скорасці ω_k крывашыпа. Адпаведныя графікі для левага ($\psi = 8,19^\circ$) і правага ($\psi = 9,06^\circ$) становішчаў паказаны на рысунках 30, 31.



На восі ардынат паказана велічыня тангенцыяльнай дынамічнай сілы $R_{A_2}^{nt}$

Рысунк 30 – Графік змянення тангенцыяльнай дынамічнай сілы $R_{A_2}^{nt}$ ўзаемадзеяння левага рабочага органа з каромыслам (крайняе левае становішча каромысла – $\psi = 8,19^\circ$)



Рысунак 31 – Графік змянення тангенціальнай дынамічнай сілы $R_{A_2}^{дт}$ узаемадзеяння левага рабочага органа з каромыслам (крайняе правае становішча каромысла – $\psi = 9,06^\circ$)

Як бачым, у крайнім левым становішчы пры $\omega_k = 10 \dots 50$ рад / с – $R_{A_2}^{дт} = 12,5 \dots 313,4$, у крайнім правым $R_{A_2}^{дт} = 1,6 \dots 35,4$. Параўнанне апошніх лічбаў з ардынатамі графіка, пабудаванага на рысунку 22, пераконвае ў тым, што ў сілавым аналізе рабочай камеры сіламі цяжару можна ігнараваць у параўнанні з сіламі інерцыі.

Магчымыя ўдасканаленні разліковай мадэлі

Як адзначалася на самым пачатку артыкула, двухстрыжнявая схема рабочага органа, якая ў сукупнасці з каромыслам уяўляе плоскі чатырохзвеннік, толькі набліжана мадэліруе рэальны рабочы орган. Мяркуецца, што ў масу m_1 , m_2 стрыжняў уваходзіць і маса рэчыва, якое затрымаецца на ланцужным палатне, з улікам дынамічнага эфекту пры бесперапынным напаўненні камеры. Прынятая мадэль без істотнага змянення алгарытма даследаванняў дапускае ўлік масы перапрацоўваемага рэчыва асобна. У гэтым варыянце рэчыва мадэліруецца ў выглядзе некалькіх матэрыяльных пунктаў, замацаваных на стрыжнях l_1 , l_2 .

Прынцыповага ўдасканалення мадэлі рабочага органа можна дасягнуць шляхам замены гнуткай сценкі і ланцужнага палатна трыма і большай колькасцю стрыжняў ці мадэліраваць рабочы орган так званай ланцужнай лініяй. Але такія змяненні патрабуюць значнага ўскладнення разліковага алгарытму.

Заклучэнне

У артыкуле апісаны канструкцыя і функцыянаванне рабочай камеры ланцужнага аграгата. Уведзена двухстрыжнявая мадэль яе рабочага органа. Выведзены формулы для вылічэння статычных і дынамічных сіл узаемадзеяння звенняў. На іх падставе з дапамогай праграмы Mathcad знойдзены лікавыя значэнні сіл і пабудаваны адпаведныя графікі; выкананы іх аналіз. Вынікі работы могуць быць выкарыстаны для канструявання ланцужных аграгатаў і даследавання працэсаў дэзінтэграцыі і класіфікацыі матэрыялаў.

Спіс цытаваных крыніц

1. Интенсификация технологических процессов в аппаратах адаптивного действия : коллектив. монография / Л. А. Сиваченко [и др.] : под науч. ред. Л. А. Сиваченко ; М-во образования Респ. Беларусь, Баранович. гос. ун-т. – Барановичи : БарГУ, 2020. – 359 с.
2. Потапов, В. А. Исследование влияния режимов работы целного агрегата на показатели процесса измельчения мела в технологии производства извести / В. А. Потапов, Л. А. Сиваченко, В. А. Дремук // Вестн. БарГУ. Сер. «Технические науки». – 2021. – Вып. 9. – С. 37–43.

3. Распрацоўка алгарытму аналітычнага метаду кінематычнага аналізу чатырохзвеннага механізма ланцужнага аграгата / У. А. Патапаў [і інш.] // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2022. – № 2. – С. 105–112.
4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики / В. И. Смирнов. – М. : Наука, 1974. – Том 1. – 479 с.
5. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.
6. Патапаў, У. А. Методыка ўстанаўлення залежнасцей паміж каардынатамі і вугламі ў сістэме дзвюх акружнасцей, злучаных адзін з адным / У. А. Патапаў, С. І. Русан, Л. А. Сівачэнка // Механика. Исследования и инновации. – 2021. – Вып.14. – С. 174–182.

References

1. Intensifikaciya tekhnologicheskikh processov v apparatah adaptivnogo dejstviya : kolektiv. monografiya / L. A. Sivachenko [i dr.] : pod nauch. red. L. A. Sivachenko ; M-vo obrazovaniya Resp. Belarus', Baranovich. gos. un-t. – Baranovichi : BarGU, 2020. – 359 s.
2. Potapov, V. A. Issledovanie vliyaniya rezhimov raboty celnogo agregata na pokazateli processa izmel'cheniya mela v tekhnologii proizvodstva izvesti / V. A. Potapov, L. A. Sivachenko, V. A. Dremuk // Vestn. BarGU. Ser. «Tekhnicheskie nauki». – 2021. – Vyp. 9. – S. 37–43.
3. Patapay, U. A. Raspracoyka algarytmu analitychnaga metadu kinematychnaga analizu chatyrohzennaga mekhanizma lancuzhnaga agregata / U. A. Patapay, S. I. Rusan, L. A. Sivachenka, S. U. Bolatay // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2022. – №2. – S. 105–112.
4. Smirnov, V. I. Kurs vysshej matematiki / V. I. Smirnov. – Tom 1. – M.: Nauka, 1974. – 479 s.
5. Korn, G. Spravochnik po matematike dlya nauchnyh rabotnikov i inzhenerov / G. Korn, T. Korn. – M.: Nauka, 1974. – 832 s.
6. Patapay, U. A. Metodyka ystanaylennya zalezhnascej pamizh kaardynatami i vuglami y sisteme dzvuyuh akruzhnascej, zluchanyh adrezkam / U. A. Patapay, S. I. Rusan, L. A. Sivachenka // Mekhanika. Issledovaniya i innovacii. – 2021. – Vyp.14. – S. 174–182.

Матэрыял паступіў 03.01.2023, адобраны 12.01.2023, прыняты да публікацыі 12.01.2023