

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ПРОЧНОСТИ

**ПРОЧНОСТЬ  
ЭЛЕМЕНТОВ  
РОТОРОВ  
ТУРБОМАШИН**

ТРУДЫ  
II РЕСПУБЛИКАНСКОГО  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО  
СЕМИНАРА

КИЕВ «НАУКОВА ДУМКА» 1980

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

Горлышкин В.Т. Напряженно-деформированное состояние многодисковых несимметричных рабочих колес центробежных турбовоздуходувных машин одностороннего и двустороннего вращивания .....	8
Лакиев Р.И., Павленко Т.С. Методика расчета прочности составного трубчатого вала судового валопровода .....	17
Израилев Ю.Л., Плоткин Е.Р., Никишков Г.П., Лебедева М.И. Концентрация напряжений и деформаций в зоне прядисковой тепловой канавки ротора мощной паровой турбины ...	23
Мехождева Д.М. О распределении структурных напряжений в деталях турбомашин .....	83
Малинин Н.Н., Пушкарев В.К. Исследование напряженного состояния закрытых колес центробежных компрессоров ...	37
Козлов И.А., Кдин А.Б., Гонтаровский В.П. Исследование напряженно-деформированного состояния и несущей способности дисков при криогенных температурах .....	47
Резник Б.Г., Косоцов В.П., Балки А.Д., Бажанов В.Г., Гонтаровский В.П. Исследование напряженно-деформированного состояния и малоциклового прочностного хвостовика лопатки рабочего колеса компрессора ГТД .....	54
Слива О.К., Ковадло А.А. Влияние конструктивных и технологических факторов на вибронпряженность лопаток радиально-осевых турбин .....	61
Авербух В.Е. Расчет напряженно-деформированного состояния тонких дисков турбомашин .....	70
Шалин Р.Е., Булыгин И.П., Голубовский Е.Р. Вероятностная оценка и экстраполяция марочных характеристик жаропрочности сплавов для деталей роторов ГТД .....	76
Волк С.И. Расчетная модель исследования напряженно-деформированного состояния закрытого симметричного колеса центробежного нагнетателя .....	80
Демьянушко И.В. Обеспечение прочности и долговечности при автоматизированном проектировании роторов турбомашин .....	94
Темис Ю.М. Усовершенствованный алгоритм шагового метода расчета упругопластических роторных деталей .....	107
Секистов В.А., Войтко А.Г. Моделирование напряженного состояния дисков газовых турбин авиационных ГТД .....	117
Гонтаровская Т.Н., Козлов И.А. Расчет на прочность элементов роторов турбомашин нового типа .....	121

рительной вероятностью  $\beta$ , то для нахождения спектра значений характеристик  $\epsilon_p$  необходимо повторить процедуру вычисления средних и минимальных значений указанных характеристик для каждого напряжения из этого ряда. Как следует из рис. 1-3, имеет место удовлетворительное соответствие расчетных кривых и экспериментальных данных, включая контрольные.

Таким образом, для практической оценки и экстраполяции средних и минимальных значений марочных характеристик жаропрочности по трем плавкам, выбранным с учетом рассеяния показателей жаропрочности, целесообразно использовать уравнения температурно-временной зависимости указанных характеристик и значения дисперсии результатов испытаний относительно поверхностей регрессии, описываемых уравнениями длительной прочности, времени накопления данной величины деформации ползучести и длительной пластичности

1. Кузнецов Н.Д., Пейтлин В.И. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. - М.: Машиностроение, 1976. - 214 с.
2. Бульгин И.П., Тимофеева Л.Н., Голубовский Е.Р. и др. - Пробл. прочности, 1977, № 11, с. 57-62.
3. Бульгин И.П., Дорония В.М., Захаров И.И. и др. - Пробл. прочности, 1970, № 7, с. 75-81.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969. - 576 с.
5. Степнов М.Н., Гващинтов Е.В. Усталость легких конструктивных сплавов. - М.: Машиностроение, 1973. - 318 с.
6. Халед А. Математическая статистика с техническими приложениями. - М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956. - 664 с.

УДК 639.3

С.И. Волк  
Итомир

### РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАКРЫТОГО СИММЕТРИЧНОГО КОЛЕСА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАГНЕТАТЕЛЯ

Рассматривается задача о напряженно-деформированном состоянии быстрходного рабочего колеса центробежного нагнетателя с двухсторонним входом, профиль которого представлен на рис. 1, а. Основной и покрывающие диски, а также лопасти обозначены соответственно цифрами 1, 2, 3. В быстрходных колесах радиально-плоскостные лопасти расположены в радиальных плоскостях. Приводится расчетная схема колеса и дано ее математическое описание в виде разрабатываемой системы обычных дифференциальных уравнений, записанных относительно введенных статико-кинематических функций.

Поскольку поперечная нагрузка на колесо самоуравновешена и оно имеет плоскость симметрии, совпадающую со средней плоскостью основного диска, деформация изгиба в элементах 1, 3 не возникает. Циклически симметричным местным изгибом дисков 2 и несимметричным растяжением дисков 1, 2, вызванных дискретным расположением лопаток, пренебрегаем в виду их большого количества. Таким образом, задача рассматривается как осесимметричная. Предполага-

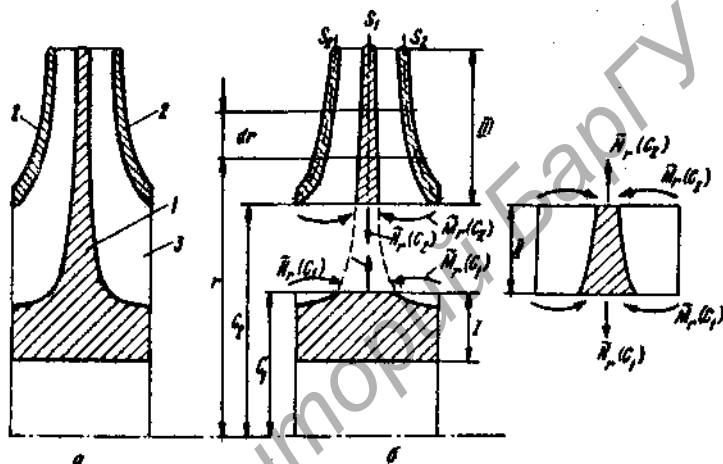


рис. 1. Профиль рабочего колеса (а) и его разбивка на характерные участки (б).

ется, что жесткая связь между элементами колеса осуществляется по линиям пересечения их средних поверхностей, которые будем называть линиями контакта.

В предлагаемой модели основной диск 1 рассматривается как пластина переменной толщины, покрывающие диски 2 — как пологие оболочки. Для каждого из дисков справедлива гипотеза о неизменяемости линейных элементов, параллельных оси колеса. Лопатки представляются как стержни переменного сечения, податливые на сдвиг, деформация сдвига вдоль сечения лопатки принимается постоянной.

В радиальном направлении колесо расчленяем на характерные участки I, II, III (рис. 1, б). Участок I (ступица) принимается в первом приближении как толстостенное кольцо; после определения усилий на границах участков напряженное состояние ступицы может быть

уточнено, например, по методу конечного элемента. Открытый участок воссозвая II следует рассматривать как ребристый диск, используя теорию конструктивно ортогольных пластин. Наибольшие трудности возникают при исследовании закрытого участка III, который будет рассмотрен детально. Условие целостности колеса предполагает равенство усилий и перемещений на границах участков.

Выведем разрешающую систему уравнений для участка III. Для этого мысленно расчленим его на отдельные элементы — диски и лопатки, нагруженные центробежными силами собственной массы и реактивными силами взаимодействия  $\bar{q}_r$ ,  $\bar{q}_x$ ; последние распределены вдоль линии контакта  $s_1$ ,  $s_2$  (рис. 1,б). Запишем условия равновесия дифференциальных элементов дисков и лопатки, а также соотношения упругости для них:

$$(N_{ri} r)' - N_{\theta i} + r \bar{q}_{ri} = 0 \quad (i = 1, 2); \quad (1)$$

$$\bar{M}_r' + \bar{q}_x - \bar{q}_{r1} - \bar{q}_{r2} = 0, \quad \bar{M}_\theta' - \bar{q}_r - n^2 \bar{q}_x \delta = 0; \quad (2)$$

$$D_{ni} = D_{ni} (u_i' + \frac{\nu}{r} u_i), \quad M_{\theta i} = D_{ni} (\nu u_i' + \frac{1}{r} u_i) \quad (i = 1, 2); \quad (3)$$

$$\bar{M}_r = 2 \int_0^h \delta E u'(x) dx, \quad \bar{M}_\theta = \int_0^h \delta E \nu u'(\frac{1}{2} h + x) dx, \quad \bar{q}_r = \bar{q}_r r. \quad (4)$$

Здесь  $N_{ri}$ ,  $N_{\theta i}$  — радиальные и окружные усилия в дисках 1, 2;  $\bar{M}_r$  — радиальное усилие в лопатке;  $\bar{q}_r$ ,  $\bar{M}_\theta$  — перерезывающая сила в полусечении лопатки и момент радиальных напряжений в нем относительно точек срединной плоскости диска 1;  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u(x)$  — радиальные перемещения точек дисков 1, 2 и сечения лопатки;  $D_{ni}$  — жесткостные характеристики дисков;  $h$ ,  $\delta$ ,  $D_\theta$  — высота, ширина и сдвиговая жесткость полусечения лопатки;  $E$ ,  $\nu$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала колеса;  $\bar{q}_{ri} = q_{\omega i} + \frac{n}{2\pi r} \bar{q}_{ri}$ ;  $q_{\omega i}$ ,  $\bar{q}_{ri}$  — интенсивности центробежных нагрузок на диски и лопатки;  $n$  — число лопаток;  $n = 3, 4, \dots$ . В формулах (1) — (4) и ниже штрихами обозначены производные по  $r$ . Второе условие равновесия (2) составлено для элемента лопатки с высотой сечения  $h$ ; по всему сечению статически величины  $\bar{M}_\theta$  и  $\bar{q}_r$  самоуравновешены.

На рис. 2,б показана принятая модель деформации профиля колеса; через  $\gamma$  обозначен угол сдвига сечения лопатки. Перемещение

точек срединной поверхности диска 2 и сечения лопатки определяем по формулам

$$u_2 = u_1 + \gamma b, \quad u(z) = u_1 + \left(\frac{1}{2} h_1 + z\right) \gamma. \quad (5)$$

Подставив  $u_2$  и  $u(z)$  из (5) в (3) при  $i = 2$  и в (4), получаем

$$M_{r2} = D_{H2} \left[ u_1' + \frac{\nu}{r} u_1 + b \gamma' + \left( b' + \frac{\nu}{r} b \right) \gamma \right], \quad (6)$$

$$M_{\theta 2} = D_{H2} \left[ \nu u_1' + \frac{1}{r} u_1 + \nu b \gamma' + \left( \nu b' + \frac{1}{r} b \right) \gamma \right];$$

$$\bar{N}_r = \bar{D}_H u_1' + \bar{D}_{MH} \gamma', \quad \bar{M}_\theta = \bar{D}_{MH} u_1' + \bar{D}_{H\theta} \gamma'. \quad (7)$$

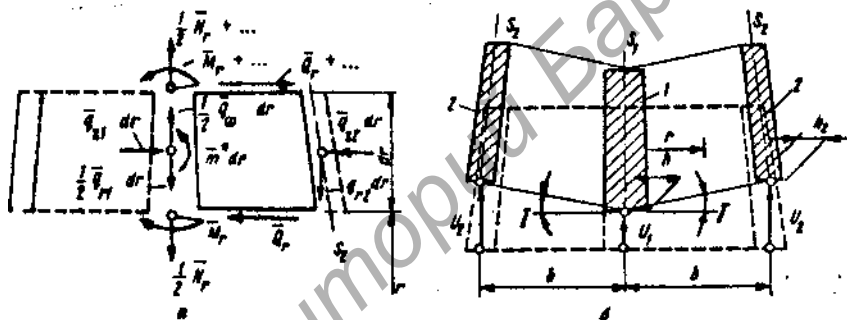


Рис. 2. Дифференциальный элемент полулопатки (а) и схема деформация профиля колеса (б).

В формулах (7)  $\bar{D}_{MH} = ES$ ,  $\bar{D}_H = EJ$ , где  $S$ ,  $J$  - статический момент площади и момент инерции попересечения лопатки относительно оси, лежащей в срединной плоскости диска 1.

Дифференциальные уравнения, описывающие напряженное состояние объектов, подобных рассматриваемому, обычно записываются в переменных  $[1, 2, 3]$ . Коэффициенты таких уравнений содержат производные от жесткостных характеристик элементов конструкции, что вызывает определенные трудности при их интегрировании. Чтобы облегчить решение задачи, запишем уравнения относительно функций

$$u_1, \gamma, \bar{N}_r = N_{r1} + 2N_{r2} + \frac{n}{2nr} \bar{N}_r, \quad \bar{M}_\theta = 4M_{\theta 2} + \frac{n}{2nr} \bar{M}_\theta. \quad (8)$$

Здесь деформация сдвига  $\gamma$  поставлена в соответствие статическим величинам  $\bar{M}_g$ . Выражения для  $\bar{M}_r$ ,  $\bar{M}_g$  получаем на основании формул (3), (6), (7):

$$\bar{M}_r = \bar{D}_N u_1' + D_{TN} \gamma' + \frac{\nu}{r} D_N u_1 + 2(b' + \frac{\nu}{r} b) D_{ND} \gamma; \quad (9)$$

$$\bar{M}_g = D_U u_1' + D_{TN} \gamma' + \frac{\nu}{r} b D_{ND} u_1 + (b' + \frac{\nu}{r} b) b D_{ND} \gamma; \quad (10)$$

где

$$D_N = D_{NN} + 2D_{ND}, \quad \bar{D}_N = D_{N1} + 2D_{ND} + \frac{n}{2\pi r} \bar{D}_N,$$

$$D_{TN} = 2bD_{ND} + \frac{n}{2\pi r} \bar{D}_{MN}, \quad D_U = bD_{ND} + \frac{n}{2\pi r} \bar{D}_{MN}, \quad D_{TN} = b^2 D_{ND} + \frac{n}{2\pi r} \bar{D}_M.$$

Решая уравнения (9), (10) как алгебраическую систему относительно  $u_1'$ ,  $\gamma'$ , находим

$$u_1' = \frac{1}{d} (D_{TN} \bar{M}_r - D_{TN} \bar{M}_g + \frac{\nu}{r} f_1 u_1 + f_2 \gamma); \quad (11)$$

$$\gamma' = \frac{1}{d} (-D_U \bar{M}_r + \bar{D}_N \bar{M}_g + \frac{\nu}{r} f_3 u_1 + f_4 \gamma); \quad (12)$$

где

$$d = \bar{D}_N D_{TN} - D_U D_{TN}, \quad f_1 = b D_{ND} D_{TN} - D_N D_{TN},$$

$$f_2 = D_{ND} (b D_{TN} - 2 D_{TN}) (b' + \frac{\nu}{r} b), \quad f_3 = D_N D_U - b D_{ND} \bar{D}_N,$$

$$f_4 = D_{ND} (2 D_U - b \bar{D}_N) (b' + \frac{\nu}{r} b).$$

Подставив выражения (11), (12) в формулы (3), (6), получим

$$M_{r1} = \frac{1}{d} D_{N1} [D_{TN} \bar{M}_r - D_{TN} \bar{M}_g + \frac{\nu}{r} (d + f_1) u_1 + f_2 \gamma]; \quad (13)$$

$$M_{r2} = \frac{1}{d} D_{ND} [(D_{TN} - b D_U) \bar{M}_r + (b \bar{D}_N - D_{TN}) \bar{M}_g + \frac{\nu}{r} (D_U + f_1 + d) u_1 + f_3 \gamma]; \quad (14)$$

$$N_{01} = \frac{\nu}{\alpha} D_{N1} (D_{TN} \tilde{N}_r - D_{TN} \tilde{M}_g + \frac{\nu}{r} f u_1 + f_0 \gamma); \quad (15)$$

$$N_{02} = \frac{\nu}{\alpha} D_{N2} [(D_{TN} - \delta D_u) \tilde{N}_r + (\delta \tilde{D}_N - D_{TN}) \tilde{M}_g + \frac{\nu}{r} (\delta f_3 + f) u_1 + f_0 \gamma]. \quad (16)$$

Число

$$f = f_1 + \frac{\alpha}{\nu^2}, \quad f_1 = f_2 + \delta f_4 + \delta; \quad (i=5, \delta), \quad \delta_3 = \alpha(\delta' + \frac{\nu}{r} \delta), \quad \delta_0 = \alpha(\delta' + \frac{\delta}{\nu r}).$$

Уравнения равновесия (1), (2) преобразуем к статическим функциям (8). Для этого уравнения (2) умножим на  $n/2\pi$  и подставим в первое из них силы взаимодействия  $\tilde{q}_{r1}$ ,  $\tilde{q}_{r2}$ , найденные из уравнения (1) при  $i=1, 2$ , а второе сложим с уравнением (1) при  $i=2$ , умноженным на  $\delta$ . Из полученных таким образом уравнений исключим члены  $N_{01}$ ,  $N_{02}$  на основании (15), (16). Решив уравнения относительно  $\tilde{N}_r$ ,  $\tilde{M}_g$ , окончательно получим

$$\tilde{N}_r' = \frac{\nu}{\alpha r} \left\{ (D_N D_{TN} - 2\delta D_{N0} D_u - \frac{\alpha}{\nu}) \tilde{N}_r + (2\delta D_{N2} \tilde{D}_N - D_N D_{TN}) \tilde{M}_g + \frac{\nu}{r} (f D_N + 2\delta f_3 D_{N0}) u_1 + [f_2 D_N + 2\delta D_{N2} (f_3 - f_0) \gamma] \right\} - \tilde{q}_{01}; \quad (17)$$

$$\tilde{M}_g' = \frac{1}{kr} [(D_{TN} - \delta D_u) \tilde{N}_r + (\delta \tilde{D}_N - D_{TN} - k) \tilde{M}_g + \frac{\nu}{r} (f + \delta f_3) u_1 + (f_0 + \frac{kn}{2\pi} \tilde{D}_g) \gamma] - \frac{n}{2\pi r} \tilde{m}''; \quad (18)$$

или

$$k = \frac{\alpha}{\nu \delta D_{N0}} \cdot \tilde{q}_{01} - \tilde{q}_{02} + 2\tilde{q}_{00} + \frac{n}{2\pi r} \tilde{q}_{00}.$$

Уравнения (11), (12), (17), (18) образуют разрешающую систему, описывающую напряженно-деформированное состояние рабочего колеса на участке III. Разрешающая система для участка II имеет такой же вид; при этом в коэффициентах уравнений и в формулах (8)  $n_{01} = n_{02} = 0$ . Граничные условия на выходной кромке колеса записываются в функциях (8):

$$\tilde{N}_r = 0, \quad \tilde{M}_g = 0. \quad (19)$$

Условия сопряжения участков (рис. 1,б) имеют вид

$$\text{при } r = c_1 \quad u(I) = u(II), \quad \gamma(II) = 0; \quad (20)$$

$$\text{при } r = c_2 \quad u(II) = u(III), \quad \gamma(II) = \gamma(III), \quad \tilde{N}_r(II) = \tilde{N}_r(III), \quad \tilde{M}_g(II) = \tilde{M}_g(III). \quad (21)$$

$$N_{01} = \frac{\nu}{\alpha} D_{N1} (D_{TM} \tilde{N}'_r - D_{TN} \tilde{M}'_g + \frac{\nu}{r} f u_1 + f_2 \gamma); \quad (15)$$

$$N_{02} = \frac{\nu}{\alpha} D_{N2} [(D_{TM} - b D_u) \tilde{N}'_r + (b \tilde{D}_N - D_{TM}) \tilde{M}'_g + \frac{\nu}{r} (b f_3 + f) u_1 + f_6 \gamma]. \quad (16)$$

или

$$f = f_1 + \frac{d}{\nu^2}, \quad f_1 = f_2 + b f_4 + b, \quad (i=3, 4), \quad b_5 = d(b' + \frac{\nu}{r} b), \quad b_6 = d(b' + \frac{b}{\nu r}).$$

Уравнения равновесия (1), (2) преобразуем к статическим функциям (8). Для этого уравнения (2) умножим на  $n/2\pi r$  и подставим в них вместо  $N$  и  $M$  силы взаимодействия  $\tilde{q}_{r1}$ ,  $\tilde{q}_{r2}$ , найденные из уравнения (1) при  $i=1, 2$ , а второе сложим с уравнением (1) при  $i=2$ , умноженным на  $b$ . Из полученных таким образом уравнений исключим члены  $N_{01}$ ,  $N_{02}$  на основании (15), (16). Решив уравнения относительно  $\tilde{N}'_r$ ,  $\tilde{M}'_g$ , окончательно получим

$$\tilde{N}'_r = \frac{\nu}{\alpha r} \left\{ (D_N D_{TM} - 2b D_{N2} D_u - \frac{\alpha}{\nu}) \tilde{N}'_r + (2b D_{N2} \tilde{D}_N - D_N D_{TM}) \tilde{M}'_g + \frac{\nu}{r} (f D_N + 2b f_3 D_{N2}) u_1 + [f_2 D_N + 2b D_{N2} (f_6 - f_2) \gamma] \right\} - \tilde{q}_{r1}; \quad (17)$$

$$\tilde{M}'_g = \frac{1}{\alpha r} [(D_{TM} - b D_u) \tilde{N}'_r + (b \tilde{D}_N - D_{TM} - k) \tilde{M}'_g + \frac{\nu}{r} (f + b f_3) u_1 + (f_6 + \frac{k n}{2\pi} \tilde{D}_g) \gamma] - \frac{n}{2\pi r} \tilde{m}^*, \quad (18)$$

или

$$k = \frac{\alpha}{b D_{N2}}, \quad \tilde{q}_{r2} = \tilde{q}_{r1} + 2 \tilde{q}_{r2} + \frac{n}{2\pi r} \tilde{q}_{r2}.$$

Уравнения (11), (12), (17), (18) образуют разрешающую систему, описывающую напряженно-деформированное состояние рабочего колеса на участке III. Разрешающая система для участка II имеет такой вид; при этом в коэффициентах уравнений и в формулах (8)  $N_{01} = N_{02} = 0$ . Граничные условия на выходной кромке колеса записываются в функциях (8):

$$\tilde{N}'_r = 0, \quad \tilde{M}'_g = 0. \quad (19)$$

Условия сопряжения участков (рис. 1,б) имеют вид

$$\text{при } r = c_1 \quad u(II) = u(I), \quad \gamma(II) = 0; \quad (20)$$

$$\text{или } r = c_2 \quad u(II) = u(III), \quad \gamma(II) = \gamma(III), \quad \tilde{N}'_r(II) = \tilde{N}'_r(III), \quad \tilde{M}'_g(II) = \tilde{M}'_g(III). \quad (21)$$

Для решения полученных уравнений целесообразно применять один из методов численного интегрирования на ЭВМ, например, метод С.К.Годунова [4,5]. По найденным функциям (8) определяем усилия в дисках согласно формулам (13) - (16); усилия в лопатках  $\bar{N}_r$ ,  $\bar{M}_r$  находим из выражений (8) для  $\bar{N}_r$ ,  $\bar{M}_r$ , а  $\bar{Q}_r$  определяем по формуле (4).

1. Ильин Л.А. Дифференциальные уравнения задачи о напряжении в состоянии круглых дисков с криволинейными ребрами при силовых и тепловых воздействиях. - В кн.: Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1964, вып. 4, с. 46-54.

2. Биргер И.А. Приближенный расчет на прочность рабочих колес центробежных турбомашин с двухсторонним входом. - В кн.: Прочность и динамика авиационных двигателей, 1964, вып. 1, с. 104-122.

3. Волк С.И. Метод расчета колес центробежных нагнетателей, учитывающий несимметричную деформацию покрывающего диска, - Пробл. прочности, 1973, № 10, с. 114-116.

4. Волк С.И. Циклически симметричная деформация оболочек вращения с меридиональными ребрами. - Прикладная механика, 1971, 7, вып. 8, с. 16-23.

5. Шинкарь А.И., Голуб Г.П., Семенова В.В. Решение линейных краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В кн.: Алгоритмы и программы решения задач механики твердого деформируемого тела. Киев: Наук. думка, 1976, с. 144-157.

УДК 539.374

И.Б.Демьянушко  
Москва

#### ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ РОТОРОВ ТУРБОМАШИН

При автоматизированном проектировании роторов турбомашин\* возникает ряд проблем, связанных с обеспечением прочности и долговечности создаваемых конструкций. Частично они уже были рассмотрены нами ранее [1]. Опыт работы с существующими программами [2,3], использование последних в системах более высокого класса и дальнейшее развитие исследований в области прочности роторов привели к необходимости усовершенствования моделей проектирования и определения направлений их развития.

\*В настоящей работе ротор - отдельные диски или система дисков, соединенных с элементами оболочек и колец (проставками, пафами). Лопатки из рассмотрения исключаются. При автоматизированном проектировании двигателя я его узлы с помощью ЭВМ соблюдается принцип модульности конструкции [5], согласно которому алгоритм проектирования ротора выделяется в самостоятельный модуль.