23. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 224 ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. P. 217.
24. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении. Т. 2. С. 98 ; Бари Н. К. Тригонометрические ряды. С. 165—166.
25. Bruj I., Schmieder G. Real trigonometric series of class BMO and (C,1)-means // Acta scientiarum mathematicarum (Szeged). 1998. Vol. 64. P. 485.
26. Ibid. P. 486.
27. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 273.
28. Morgenthaler G. W. On Walsh—Fourier series // Trans. Amer. Math. Soc. 1957. Vol. 84, № 2. P. 472—507.
29. Ibid. P. 488.
30. Ibid. P. 490.
31. Ibid. P. 489.
32. Fine N. J. Fourier—Stieltjes series of Walsh functions // Trans. Amer. Math. Soc. 1957. Vol. 86, № 1. P. 246—255.
33. Зигмунд А. Тригонометрические ряды : в 2 т. М. : Мир, 1965. Т. 1. 615 с.
34. Morgenthaler G. W. On Walsh—Fourier series.
35. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 1.
36. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении. Т. 1. С. 201 ; Карлсон Л. О. сходимости рядов Фурье и о росте их частных сумм // Математика : период. сб. пер. иностран. ст. 1967. Т. 11, № 4. С. 113 ; Hunt R. A. On the convergence of Fourier series // Orthogonal Expansions and their Continuous Analogues. Carbondale : Southern Illinois University Press, 1968. P. 235—255.
37. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 234 ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. P. 203.
38. Бари Н. К. Тригонометрические ряды. С. 40 ; Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М. : Наука, 1974. С. 142.
39. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 1.
40. Шварц Л. Анализ : в 2 т. М. : Мир, 1972. Т. 1. 824 с.
41. Muckenhoupt B., Stein E. M. Classical expansions and their relation to conjugate harmonic functions // Trans. Amer. Math. Soc. 1965. Vol. 118, № 6. P. 17—92.
42. Muckenhoupt B. Hermite conjugate expansions // Trans. Amer. Math. Soc. 1969. Vol. 139. P. 256 ; Joó I.: 1) Saturation theorems for Hermite—Fourier series // Acta Math. Hungar. 1991. Vol. 57, № 1—2. P. 170 ; 2) On Hermite—Fourier series // Period. Math. Hungar. 1992. Vol. 24, № 2. P. 112.
43. Muckenhoupt B. Conjugate functions for Laguerre expansions // Trans. Amer. Math. Soc. 1970. Vol. 147. P. 403—418.
44. Hunt R. A. Developments related to the a. e. convergence of Fourier series // Studies in harmonic analysis : Proc. of the Conf., Chicago, 1974. Washington, DC : Mathematical Association of America, 1976. P. 29 ; Joó I. On some problems of M. Horváth (saturation theorems for Walsh—Fourier expansions) // Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1988. T. 31. P. 248.
45. Butzer P. L., Stens R. L. The Operational Properties of the Chebyshev Transform. II. Fractional Derivatives // Теория приближения функций : Междунар. конф. по теории приближения функций, Калуга, 24—28 июля 1975 г. : тр. М. : Наука, 1977. С. 49—61.
46. Joó I. On the conjugate function of Dirichlet series // Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1992. T. 35. P. 59—67.
47. Joó I. On some notions of harmonic analysis for Sturm—Liouville expansions // Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1992. T. 35. P. 77—98.
48. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 252 ; Sarason D. Functions of vanishing mean oscillation // Trans. Amer. Math. Soc. 1975. Vol. 207. P. 396.
49. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 224 ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. P. 200.
50. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 228 ; Кусис П. Введение в теорию пространств H^p. С. 270 ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. P. 206.
51. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. С. 252 ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. P. 221 ; Muckenhoupt B., Stein E. M. Classical expansions and their relation to conjugate harmonic functions. P. 396.
52. Бари Н. К. Тригонометрические ряды. С. 165.
53. Там же. С. 168.

УДК 536.33

Д. Ю. Горбач
Белорусский национальный технический университет, Минск

Е. И. Гацкевич,
кандидат физико-математических наук, доцент
Белорусский национальный технический университет, Минск

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММЫ WOLFRAM/ALPHA И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD ДЛЯ АНАЛИЗА НАГРЕВА И ОХЛАЖДЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

В настоящей работе проведено исследование нагрева и последующего охлаждения металлов при импульсном лазерном воздействии на основе анализа решения одномерного уравнения теплопроводности с помощью программы Wolfram/Alpha (computational knowledge engine) и пакета математических программ Mathcad. Получены данные о пространственно-временной эволюции температурного поля в различных режимах облучения. Проведён сравнительный анализ эффективности использования Wolfram/Alpha и Mathcad для изучения лазерно-индуцированных процессов.

Heating and following cooling of metal have been studied under pulsed laser irradiation on the basis of analysis of one-dimensional heat conduction equation solution by use of the computational knowledge engine Wolfram/Alpha and mathematical program package Mathcad. The data about space-time evolution of temperature field in different regime of irradiation is obtained. The comparative analysis of the effectiveness of Wolfram/Alpha and Mathcad using for the study of laser-induced processes is carried out.

Введение. Лазерная обработка — эффективный метод модификации свойств различных материалов: полупроводников, металлов, гетероструктур [1]. В связи с этим актуальной проблемой является исследование температурных режимов лазерного воздействия. В настоящей работе проведён анализ эффектов воздействия лазерных импульсов наносекундной и миллисекундной длительности на примере алюминия, широко используемого в современных технологиях. Наряду с исследованием лазерно-индуцированного нагрева и последующего охлаждения алюминия проводился анализ эффективности использования программы Wolfram/Alpha и пакета математических программ Mathcad для указанной задачи.

Основная часть. Рассмотрим воздействие лазерных импульсов длительности τ_p постоянной мощности на металлические пластины. Задачу будем решать в следующих приближениях. Предположим, что толщины пластины достаточно, чтобы можно было воспользоваться приближением полубесконечной среды. Будем рассматривать экспериментальную ситуацию, когда распределение лазерного излучения по зоне воздействия однородно и глубина тепловой диффузии существенно меньше размеров нагреваемой области, что позволяет перейти к одномерной задаче. Теплофизические и оптические параметры будем считать постоянными. Металлы, как известно, характеризуются весьма высокими показателями поглощения, что даёт возможность перейти к поверхностному источнику тепла. В такой постановке задачу о нагреве можно сформулировать следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

$$-k\frac{\partial T(0,\, t)}{\partial x} = q_0 A,$$

$$T(x,\, 0) = T_0,$$

где $T(x,\ t)$ — температура в момент времени t на глубине x; a и k — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности соответственно; q_0 — плотность интенсивности лазерного излучения; A — поглощательная способность; T_0 — начальная температура, равная 300 K.

В такой постановке задача имеет аналитическое решение [2], которое может быть записано в виде

$$T(x,\, t) = \frac{2Aq_0\sqrt{at}}{k}\, ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right).$$

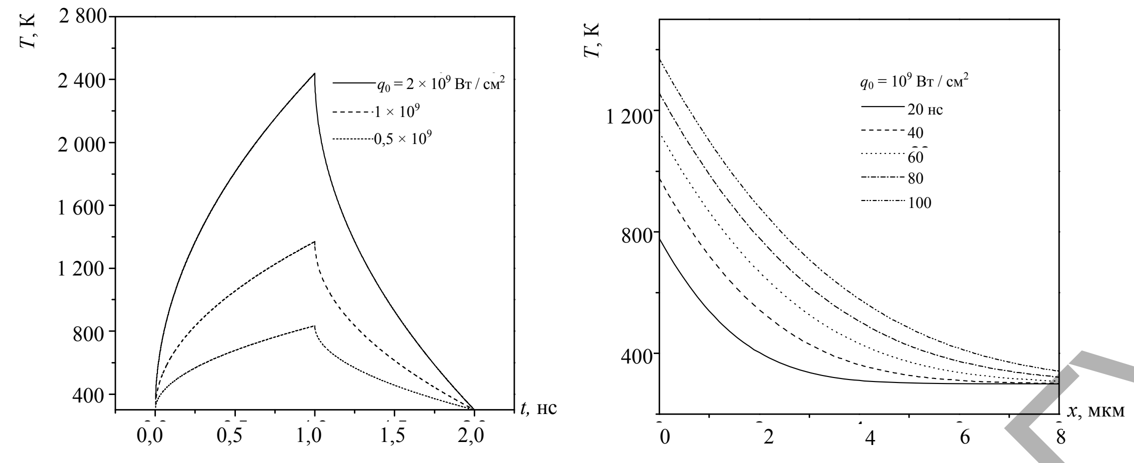
При вычислении температурного поля на стадии остывания воспользовались подходом [3]. В этом случае температура после окончания действия лазерного импульса, т. е. при $t > \tau_p$ определяется выражением

$$T(x,\, t) = \frac{2Aq_0\sqrt{a}}{k}\left[\sqrt{t}\, ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \sqrt{1-\tau_p}\, ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{a\left(t-\tau_p\right)}}\right)\right].$$

Температурное поле при нагреве и охлаждении анализировалось на основе указанных выше аналитических выражений, при вычислениях параметры алюминия брали из работы «Введение в лазерные технологии» [4], поглотительная способность A была равна 0,07, при расчёте использовались пакет математических программ Mathcad и программа Wolfram/Alpha.

Следует отметить, что Mathcad уже давно и достаточно эффективно используется при теоретических исследованиях различных явлений в физике, программа Wolfram/Alpha — довольно новый продукт, применение которого к указанному типу задач пока не исследовано. С использованием данных программ рассчитаны временные зависимости температуры, а также распределения температуры по глубине в различные моменты времени (рисунок 1).

Предложенную методику расчёта пространственно-временной эволюции температурного поля можно использовать и для других металлов, для которых корректны сделанные выше приближения. Проведённый в разных программах расчёт показал, что использование Wolfram/Alpha в применении к этой задаче несколько сложнее. В Mathcad удобнее записывать сложные формулы и проводить моделирование для различных режимов облучения. Wolfram/Alpha весьма эффективен для одиночных операций. К преимуществам Wolfram/Alpha можно отнести то, что он является бесплатным сервисом, всегда доступен в сети Интернет, им можно пользоваться с планшетов и смартфонов.



а) *б)*

Рисунок 1 — Временная эволюция температуры поверхности алюминия при воздействии импульсами лазерного излучения длительностью 100 нс с указанными интенсивностями излучения (*а*) и распределение температуры по глубине при облучении лазерным импульсом в указанные моменты времени (*б*)

Заключение. Получены данные о пространственно-временной эволюции температурного поля при импульсном лазерном воздействии на алюминий. Программа Wolfram/Alpha — весьма эффективный инструмент для анализа явлений нагрева и охлаждения при импульсных воздействиях на металлы.

Список цитируемых источников

1. Bauerle D. Laser processing and chemistry. Berlin : Springer, 2000. 787 p. ; Взаимодействие лазерного излучения с веществом / В. П. Вейко [и др.]. М. : Физматлит, 2008. 312 с.
2. Взаимодействие лазерного излучения с веществом / В. П. Вейко [и др.].
3. Там же. С. 161
4. Вейко В. П., Петров А. А. Введение в лазерные технологии. СПб., 2009. С. 44.

УДК 378.147

В. Г. Заяц, И. М. Толочинец
Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ У СТУДЕНТОВ СПОСОБНОСТЕЙ К ИНЖЕНЕРНОЙ ИНТУИЦИИ

В статье рассматривается вопрос о необходимости применения различных форм инновационного обучения при подготовке специалистов инженерного профиля.

The article discusses the need for different forms of innovative training in the preparation of engineering specialists.

Введение. Анализируя опыт отечественных и зарубежных исследований в области современной педагогики, видим, что к настоящему времени разработано немало новых дидактических методов и педагогических технологий, обеспечивающих формирование у студентов способности к инновационной инженерной деятельности. В основе всех этих методов лежит развитие творческого потенциала обучающихся. Изучение существующих и создание новых методов инновационного обучения позволяют разработать комплексный методический подход, формирующий у будущих инженеров способность к инновационной инженерной деятельности.

Основная часть. В современных условиях возникают противоречия между существующей системой инженерного образования и требованиями инновационного развития экономики страны. В качестве основных выделяют расхождения между: 1) фундаментализацией образования и необходимостью углубления специальной подготовки; 2) междисциплинарным характером современных технологий и обучением им; 3) глобализацией и регионализацией общественной жизни; 4) постоянным обновлением и углублением современных представлений о мире и обучением им [1, с. 19].