Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Барановичский государственный университет»
Студенческое научное общество БарГУ

СОДРУЖЕСТВО НАУК. БАРАНОВИЧИ-2016

Материалы XII Международной
научно-практической конференции
молодых исследователей

(Барановичи, 19—20 мая 2016 года)

В трёх частях

Часть 2

Барановичи
БарГУ
2016

УДК 001(082)

В части 2 сборника материалов XII Международной научно-практической конференции молодых исследователей «Содружество наук. Барановичи-2016» представлены результаты исследований в области физики и математики, а также рассмотрены актуальные проблемы в области информационных систем и технологий в образовании, науке и технике. Особое внимание уделено современным тенденциям в технологиях и материалах машиностроительного и сельскохозяйственного производств, а также экономическим аспектам развития предприятия, региона.

Сборник адресован научным работникам, аспирантам, магистрантам и студентам инженерных и экономических специальностей учреждений высшего образования.

Рецензент

кандидат технических наук, заведующий лабораторией механофизики гетерогенных систем
Государственного научного учреждения «Физико-технический институт
Национальной академии наук» А. М. Милюкова

Научное издание

СОДРУЖЕСТВО НАУК.
БАРАНОВИЧИ-2016

Материалы XII Международной
научно-практической конференции
молодых исследователей

(Барановичи, 19—20 мая 2016 года)

На русском, белорусском, английском языках

В трёх частях

Часть 2

Ответственный за выпуск Е. Г. Хохол
Технический редактор А. Ю. Сидоренко
Компьютерная вёрстка С. М. Глушак
Корректор Н. Н. Колодко

Подписано в печать 04.10.2016. Формат $60 \times 84\ ^1/_8$. Бумага ксероксная.
Отпечатано на копировально-множительной технике. Усл. печ. л. 28,00. Уч.-изд. л. 25,10. Тираж 9 экз. Заказ 681.

Учреждение образования «Барановичский государственный университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя № 1/424 от 09.09.2016.
Ул. Войкова, 21, 225404 г. Барановичи. Тел. 8 (0163) 45 46 28, e-mail: rio@barsu.by .

ISBN 978-985-498-736-1 (ч. 2)
ISBN 978-985-498-734-7

64. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. II. С. 346—347, теорема (4.14).
65. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М. : Мир, 1979. С. 86–87, лемма.
66. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении. Т. 2. С. 309, 16.1.2(4), 16.1.2(5), с. 332, (16.4.7) ; Torchinsky A. Real-Variable Methods in Harmonic Analysis. С. 129, (4.18), утверждение 4.6; с. 140, 5.40.
67. Харди Г. Расходящиеся ряды.
68. Там же.
69. Покало А. К. К вопросу о суммировании функций классов $B^{(r)}$ // Докл. АН СССР. 1957. Т. 116, № 5. С. 750—753.
70. Харди Г. Расходящиеся ряды.
71. Бари Н. К. Тригонометрические ряды.
72. Зигмунд А.: 1) Тригонометрические ряды. Т. 1 ; 2) Тригонометрические ряды. Т. II.
73. Бари Н. К. Тригонометрические ряды ; Зигмунд А.: 1) Тригонометрические ряды. Т. 1 ; 2) Тригонометрические ряды. Т. II.
74. Бруй И. Н.: 1) Матричные средние ортогональных рядов и классы функций // Международная конференция "Теория приближений и гармонический анализ": (Россия, Тула, 26–29 мая 1998 года) : Тезисы докладов. Тула, 1998. С. 58–59 ; 2) Ряды Уолша – Пэли и пространства Рисса // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. 2014. № 2 (173). С. 11—19.
75. Бруй И. Н. Мультипликативные ряды и пространства Рисса // Технологии, экономика и право: актуальные проблемы и инновации : материалы Междунар. науч.-практ. конф., 20 нояб. 2014 г., г. Барановичи, Респ. Беларусь / редкол.: А. В. Никишова (гл. ред.), А. К. Гавриленя (отв. ред.) [и др.]. Барановичи : РИО БарГУ, 2014. С. 7—16.
76. Бруй, І. М. Матрычныя сярэднія артаганальных шэрагаў і прастора $C[0;1]$ // Весці Беларускага дзяржаўнага педагагічнага універсітэта. 2001. № 2. С. 156—158. ; Bruj I., Müller J. Classes of functions and matrix means of orthogonal series // Наука. Образование. Технологии–2010 : материала III Междунар. науч.-практ. конф., 21—22 окт. 2010 г., Барановичи, Респ. Беларусь / редкол.: А. В. Никишова (гл. ред.) [и др.]. Барановичи : РИО БарГУ, 2010. С. 230—232 (Part 1), 232—234 (Part 2).
77. Бруй, І. М. Метады сумавання артаганальных па плошчы шэрагаў і класы галаморфных функцый // Весці Беларускага дзяржаўнага педагагічнага універсітэта. Серыя 3. 2004. № 1 (39). С. 14—17.
78. Bruj I., Schmieder G. Matrix Mean Series in Terms of Boundary Orthogonal Systems and Functions in the Classes H^{∞} and E^{p} // Journal of Approximation Theory. 2002. Vol. 118, no. 2. P. 246—256 ; Бруй И. Н. Методы суммирования ортогональных по контуру рядов и классы В. И. Смирнова $E^{p}(G)$, $p \in (1,\infty)$, и $H^{\infty}(G)$ // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага універсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. 2004. № 1 (25). С. 16—29.
79. Бруй И. Н. Матричные средние рядов Фабера и классы В. И. Смирнова $E^{p}(G)$, $p \in (1,\infty)$ // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага універсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. 2002. № 1 (9). С. 38—48.

УДК 517.95

А. И. Басик, Н. В. Солопов
Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест

ОБОБЩЁННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА—ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ СИСТЕМ ОРТОГОНАЛЬНОГО ТИПА В $\mathbb{R}^4$

Введение. В настоящей работе рассматривается класс эллиптических систем четырёх уравнений первого порядка с четырьмя переменными ортогонального типа. Для таких систем в неограниченной двусвязной области специального вида изучается неклассическая краевая задача, подобная задаче Римана-Гильберта. Постановку такой задачи ранее изучал Б. Б. Ошоров для одной системы кватернионного типа в четырёхмерном пространстве [1, с. 212—220].

Отметим, что для рассматриваемых систем однородная задача Римана—Гильберта имеет бесконечно много линейно независимых решений в ограниченной односвязной области [2, с. 161—163]. Более того, в работе [3, с. 410—412] доказано нарушение условия регуляризуемости Я. Б. Лопатинского произвольной краевой задачи для таких систем (условие регуляризуемости эквивалентно нетеровости краевой задачи в широком классе банаховых пространств [4, с. 3—120]).

Основные определения и обозначения. Пусть $h > 0$, через Ω обозначим множество

$$\Omega = \left\{ x = (x_1, x') \in \mathbb{R}^4 \mid 0 < x_1 < h,\, x' = (x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^3 \right\}.$$

Пусть, далее, $B(x)$ — заданная в области Ω непрерывная матрица-функция размера 4×4, $A_1 = E_4$ — единичная матрица четвертого порядка, A_2, A_3, A_4 — постоянные действительные квадратные матрицы четвертого порядка, удовлетворяющие соотношениям $A_k A_j^T + A_j A_k^T = 2\delta_{jk} E_4$ $\left(j,k = \overline{1,4}\right)$, где δ_{jk} — символ Кронекера, T — транспонирование.

Определение 1. Оператор вида

$$\Lambda : U \mapsto \sum_{j=1}^{4} A_j \frac{\partial U}{\partial x_j} + BU$$

называется оператором ортогонального типа в $\mathbb{R}^4$, здесь $U = \left(u_1(x), \dots, u_4(x)\right)^T$ — дифференцируемая вектор-функция.

Интерес к изучению операторов ортогонального типа вызван тем, что в случае B равном 0 система ΛU равная 0 является четырёхмерным аналогом системы Коши—Римана. Последнее означает, что каждая компонента $u_k(x)$ $(k=1,\dots,4)$ произвольного непрерывно дифференцируемого решения U является гармонической функцией [5, с. 1 067—1 069].

Через $C_\Lambda(\Omega)$ обозначим класс бесконечно дифференцируемых вектор-функций $U=\left(u_1(x),u_2(x),u_3(x),u_4(x)\right)^T$, удовлетворяющих граничным условиям

$$u_1\big|_{x_1=0}=u_2\big|_{x_1=h}=u_3\big|_{\partial\Omega}=u_4\big|_{\partial\Omega}=0 \tag{1}$$

и интегрируемых в квадрате по Ω вместе со всеми производными до второго порядка включительно. Замыкание $C_\Lambda(\Omega)$ по норме пространства $W_2^1(\Omega)$ [6, с. 1 118—1 125] обозначим через $S_\Lambda(\Omega)$.

Для определения формально сопряжённого оператора введём пространство $S_{\Lambda^*}(\Omega)$ как замыкание по норме пространства $W_2^1(\Omega)$ множества бесконечно дифференцируемых вектор-функций $V=\left(v_1(x),v_2(x),v_3(x),v_4(x)\right)^T$, удовлетворяющих условиям $v_1\big|_{x_1=h}=v_2\big|_{x_1=0}=v_3\big|_{\partial\Omega}=v_4\big|_{\partial\Omega}=0$ и интегрируемых в квадрате по Ω вместе со всеми производными до второго порядка включительно.

Отметим, что оператор $\Lambda^*:=-A_1\dfrac{\partial}{\partial x_1}+\sum\limits_{j=2}^{4}A_j^T\dfrac{\partial}{\partial x_j}+B^T$ является формально сопряжённым оператору Λ, т. е. для любых $U\in S_\Lambda(\Omega)$ и $V\in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ выполняется равенство

$$\left\langle \Lambda U,V\right\rangle_{L_2(\Omega)}=\left\langle U,\Lambda^*V\right\rangle_{L_2(\Omega)}. \tag{2}$$

Задача типа Римана—Гильберта.

Определение 2. Пусть $F:\Omega\mapsto\mathbb{R}^4$ — заданная вектор-функция. Задача типа Римана—Гильберта состоит в отыскании в слое Ω решения системы уравнений

$$\Lambda U=F(x), \tag{3}$$

удовлетворяющего граничным условиям (1).

В работе [7, с. 3—9] доказана единственность классического решения этой задачи.

Заметим, что если U — классическое решение задачи типа Римана—Гильберта, то умножая скалярно в пространстве $L_2(\Omega)$ обе части равенства (3) на произвольную вектор-функцию $V\in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ и учитывая формулу (2) получим

$$\left\langle F,V\right\rangle_{L_2(\Omega)}=\left\langle U,\Lambda^*V\right\rangle_{L_2(\Omega)}. \tag{4}$$

Определение 3. Функция $U\in L_2(\Omega)$ называется обобщённым решением задачи типа Римана—Гильберта (3), если для любой $V\in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ имеет место равенство (4).

Теорема 1. *Пусть* $C=\min\left\{1/\sqrt{2},1/h\right\}$, *матрица* $B(x)$ *непрерывна в слое* $\overline{\Omega}$ *и существует число* $\delta\in\left[0,\left(\sqrt{2}-1\right)C\right]$, *такое, что для любой* $U\in S_\Lambda(\Omega)$ *выполняется* $\|BU\|_{L_2(\Omega)}\le\delta\|U\|_{L_2(\Omega)}$. *Тогда для любой* $F\in L_2(\Omega)$ *существует обобщённое решение задачи типа Римана—Гильберта.*

Доказательство. Анализ доказательств лемм 3, 4 и теоремы 5 работы [7] позволяет установить, что существует положительное число альфа такое, что для любой вектор функции $V\in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ выполняется неравенство

$$\alpha\|V\|_{W_1^2(\Omega)}\le\left\|\Lambda^*V\right\|_{L_2(\Omega)}. \tag{5}$$

Для фиксированной вектор-функции $F \in L_2(\Omega)$ и произвольной $V \in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ рассмотрим функционал $\langle F, V \rangle_{L_2(\Omega)}$. Пользуясь неравенствами Коши—Буняковского и (5), получим

$$\left| \langle F, V \rangle_{L_2(\Omega)} \right| \le \|F\|_{L_2(\Omega)} \|V\|_{L_2(\Omega)} \le \frac{1}{\alpha} \|F\|_{L_2(\Omega)} \left\| \Lambda^* V \right\|_{L_2(\Omega)},$$

т. е. $\langle F, V \rangle_{L_2(\Omega)}$ является линейным ограниченным функционалом по $\Lambda^* V$ на некотором подпространстве пространства $L_2(\Omega)$. По теореме Хана—Банаха этот функционал продолжается на все пространство. Тогда по теореме Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве, найдется функция $U \in L_2(\Omega)$ такая, что имеет место равенство (4). Теорема доказана.

Заключение. В работе доказано существование обобщё нного решения задачи типа Римана—Гильберта для систем четырех уравнений первого порядка с четырьмя переменными ортогонального типа.

Список цитируемых источников

1. Ошоров Б. Б. Об одном четырехмерном аналоге системы уравнений Коши-Римана // Неклассические уравнения математической физики. 2007.
2. Виноградов, В. С. Граничная задача для псевдосимметрических систем // Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21, № 1.
3. Басик А. И., Усс А. Т. О краевых задачах для эллиптических псевдосимметрических систем первого порядка в $\mathbb{R}^4$ // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 38, № 3.
4. Агранович М.С. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы // Успехи мат. наук. 1965. Т. 20, вып. 5.
5. Шевченко В. И. Гомотопическая классификация краевых задач Гильберта для голоморфного вектора // Докл. АН СССР. 1971. Т. 201, № 5.
6. Усс А. Т. Гомотопическая классификация трех- и четырехмерных аналогов системы Коши—Римана // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 8.
7. Басик А. И., Солопов Н. В. Априорные оценки нормы эллиптического оператора ортогонального типа в $\mathbb{R}^4$ // Математическое моделирование и новые образовательных технологии в математике : сб. ст. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; редколл.: Э.М. Аксень [и др.]. Брест : БрГУ, 2015.

УДК 51-77

А. А. Веко, Е. А. Жукова, Ю. Ф. Мирошникова
Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

ОЦЕНКА УРОВНЯ БЕЗРАБОТИЦЫ МАТЕМАТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Введение. На данном этапе экономического развития Республики Беларусь состояние рынка труда, а в частности такого показателя как уровень безработицы, является одним из важнейших факторов для системы рыночных отношений. Безработицу определяют как сложное, многоаспектное, социально-экономическое явление, характеризующееся избыточным предложением труда. Безработица хоть и становится причиной усиление неустойчивости социально-экономического положения государства, однако, она также является и неотъемлемой частью перехода к рыночному типу экономики. Именно поэтому исследование безработицы и её причин является актуальным для Республики Беларусь на современном этапе.

Основная часть. Изучив данные, предоставленным Национальным статистическим комитетом Республики Беларусь, можно увидеть, что за последние 10 лет ситуация на рынке труда республики изменялась в лучшую сторону, в 2014 г. количество безработных сократилось в среднем на 35,6% по отношению к 2005 г. [1; 2] Однако, начиная с 2014 г., численность безработных начинает увеличиваться. Если в 2014 г. количество безработных в среднем по регионам возросло на 20,6%, то в 2015 по отношению к 2014 г. их число увеличилось в среднем на 83,8%. Наибольшая динамика роста зафиксирована в Минске (172%), а наименьшая в Гомельской области (58,7%) (таблица 1).