

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БАРАНОВИЧСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие

Библиотека БарГУ



0011 4149

Министерство **Барановичи 2006** Беларусь
«Барановичский государственный университет»
БИБЛИОТЕКА

Рекомендовано научно-методическим советом БарГУ (протокол № 2 от 25 октября 2006 г.)

Авторы-составители:

Л.Г. Чичкан, Г.Я. Житкевич, С.Н. Ситун

Рецензенты:

Л.Н. Захарченко, кандидат экономических наук, доцент Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина;

Н.А. Лесневская, кандидат экономических наук, доцент Белорусского государственного экономического университета

Статистика: учеб.-метод. пособие / авт.-сост. Л.Г. Чичкан, Г.Я. Житкевич, С.Н. Ситун; под ред. Л.Г. Чичкан. – Барановичи: БарГУ, 2006. – 184 с. – 300 экз. – ISBN 985-498-057-X

Учебно-методическое пособие разработано в соответствии с программой курса «Статистика», включает в себя изложение теоретического материала, примеры решения типовых задач, условия задач для самостоятельного решения, тесты, глоссарий, вопросы для самоконтроля. Книга позволяет изучить теоретические основы формирования основных статистических показателей, освоить методологию их расчета и анализа, применить полученные знания при решении задач. Особое внимание уделено следующим методам статистики: группировкам, относительным и средним величинам, показателям вариации, выборочному методу, рядам динамики, индексам, корреляционному и регрессионному анализу.

Адресуется студентам экономических специальностей.

УДК 311
ББК 60.6я73

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	7
ГЛАВА 1 ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ.....	9
1.1 Понятие статистики как науки.....	9
1.2 Предмет и методы статистики.....	10
1.3 Основные категории статистики.....	11
1.4 Единая система народнохозяйственного учета.....	12
1.5 Организация статистики в Республике Беларусь.....	13
1.6 Тесты.....	14
1.7 Вопросы для самоконтроля.....	15
ГЛАВА 2 ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ.....	16
2.1 Понятие о статистическом наблюдении.....	16
2.2 Организация проведения статистического наблюдения.....	17
2.3 Контроль и точность материалов статистического наблюдения.....	19
2.4 Формы и виды статистического наблюдения.....	21
2.5 Решение типовых задач.....	23
2.6 Задачи для самостоятельного решения.....	24
2.7 Тесты.....	26
2.8 Вопросы для самоконтроля.....	27
ГЛАВА 3 СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ.....	29
3.1 Понятие сводки. Виды сводки.....	29
3.2 Статистические группировки, их виды.....	31
3.3 Принципы построения статистических группировок.....	31
3.4 Вторичная группировка.....	33
3.5 Ряды распределения и группировки.....	34
3.6 Решение типовых задач.....	35
3.7 Задачи для самостоятельного решения.....	36
3.8 Тесты.....	41
3.9 Вопросы для самоконтроля.....	42

ГЛАВА 4 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ.....	44
4.1 Понятие и виды статистических таблиц.....	44
4.2 Основные правила составления и чтения таблиц.....	45
4.3 Задачи для самостоятельного решения.....	47
4.4 Тесты.....	50
4.5 Вопросы для самоконтроля.....	51
† ГЛАВА 5 ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ.....	52
5.1 Абсолютные статистические величины.....	52
5.2 Относительные статистические величины.....	53
5.3 Решение типовых задач.....	56
5.4 Задачи для самостоятельного решения.....	58
5.5 Тесты.....	63
5.6 Вопросы для самоконтроля.....	64
† ГЛАВА 6 ТЕОРИЯ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН.....	65
6.1 Сущность и значение средних величин.....	65
6.2 Исчисление средней арифметической простой и взвешенной.....	67
6.3 Исчисление средней величины в случае интер- вального ряда.....	68
6.4 Средняя хронологическая величина.....	69
6.5 Средняя гармоническая величина.....	70
6.6 Средняя геометрическая величина.....	72
6.7 Средняя квадратическая величина.....	72
6.8 Исчисление средней арифметической по способу моментов.....	73
6.9 Мода.....	76
6.10 Медиана.....	78
6.11 Решение типовых задач.....	79
6.12 Задачи для самостоятельного решения.....	80
6.13 Тесты.....	85
6.14 Вопросы для самоконтроля.....	87
ГЛАВА 7 СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ.....	88
7.1 Понятие и показатели вариации.....	88
7.2 Дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Коэффициент вариации.....	90
7.3 Расчет дисперсии упрощенными способами.....	91

7.4 Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии.....	93
7.5 Решение типовых задач.....	94
7.6 Задачи для самостоятельного решения.....	99
7.7 Тесты.....	103
7.8 Вопросы для самоконтроля.....	105
ГЛАВА 8 ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИКЕ.....	106
8.1 Понятие о выборочном наблюдении.....	106
8.2 Ошибки выборочного наблюдения.....	108
8.3 Определение необходимого объема выборки.....	110
8.4 Решение типовых задач.....	111
8.5 Задачи для самостоятельного решения.....	112
8.6 Тесты.....	115
8.7 Вопросы для самоконтроля.....	116
ГЛАВА 9 СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ.....	117
9.1 Понятие и классификация рядов динамики.....	117
9.2 Сопоставимость уровней и смыкание рядов динамики.....	118
9.3 Показатели уровней ряда динамики.....	119
9.4 Средние показатели ряда динамики.....	120
9.5 Решение типовых задач.....	121
9.6 Задачи для самостоятельного решения.....	124
9.7 Тесты.....	127
9.8 Вопросы для самоконтроля.....	128
ГЛАВА 10 ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ.....	129
10.1 Понятие об индексах и их видах.....	129
10.2 Групповые индексы.....	131
10.3 Индексы средних величин.....	132
10.4 Индексы структурных сдвигов.....	133
10.5 Решение типовых задач.....	135
10.6 Задачи для самостоятельного решения.....	139
10.7 Тесты.....	143
10.8 Вопросы для самоконтроля.....	146

ГЛАВА 11 СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ.....	147
11.1 Статистические связи, их классификация.....	147
11.2 Корреляционный анализ взаимосвязей экономических показателей.....	149
11.3 Корреляционный анализ порядковых переменных. Ранговая корреляция.....	150
11.4 Решение типовых задач.....	151
11.5 Задачи для самостоятельного решения.....	154
11.6 Тесты.....	155
11.7 Вопросы для самоконтроля.....	156
ГЛАВА 12 ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ.....	157
12.1 Понятие о статистических графиках, их основные элементы и виды.....	157
12.2 Методы построения статистических графиков.....	158
12.3 Графические статистические знаки.....	161
12.4 Радиальные диаграммы.....	161
12.5 Квадратные и круговые диаграммы.....	162
12.6 Задачи для самостоятельного решения.....	163
12.7 Тесты.....	164
12.8 Вопросы для самоконтроля.....	165
ГЛОССАРИЙ.....	166
ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ И ТЕСТАМ.....	178
ЛИТЕРАТУРА.....	181

ПРЕДИСЛОВИЕ

Переход к рыночной экономике наполняет новым содержанием работу менеджеров, коммерсантов, экономистов. По мере развития общественного производства, роста внешней и внутренней торговли увеличивается потребность в статистической информации. Овладение статистической методологией – одно из условий познания конъюнктуры рынка, изучения тенденций и прогнозирования спроса и предложения, принятия оптимальных решений на всех уровнях коммерческой деятельности на рынке товаров и услуг. Современный экономист, чтобы быть конкурентоспособным на рынке труда, должен владеть количественными методами анализа и прогнозирования.

В современном обществе статистика стала одним из важнейших инструментов управления народным хозяйством. Она собирает информацию, характеризующую развитие экономики страны, культуры и жизненного уровня народа. С помощью статистической методологии вся полученная информация обобщается, анализируется и в результате дает возможность увидеть стройную систему взаимосвязей в экономике, динамику ее развития, позволяет делать международные сопоставления.

В условиях перехода к рыночным отношениям перед статистической теорией и практикой встает новая задача – реформирование ее общеметодологических и организационных основ. Особое место отводится такой отрасли статистической науки, как теория статистики, которая является важным инструментом, обеспечивающим теоретическую и методологическую подготовку специалистов высшей квалификации, а также менеджеров, коммерсантов, бухгалтеров и тех, кто избрал статистику своей профессией.

Курс «Статистика» является первой частью единой статистической науки. В курсе изучаются общие категории, принципы и методы статистической науки, последовательно

рассматриваются вопросы, возникающие на стадии статистического наблюдения, сводки первичного материала и его последующей обработки.

Задачей изучения теории статистики является овладение знаниями общих основ статистической науки, навыками прогнозирования, проведения статистического исследования и анализа его результатов.

Изучив курс «Статистика», *студенты должны знать*: научные принципы организации статистических служб; принципы и методы организации сбора статистических данных, обработки результатов статистического наблюдения (его материалов); сущность обобщающих статистических показателей (абсолютных и средних статистических величин, показателей вариации, динамики, взаимосвязи); основы анализа статистических данных.

Студенты должны уметь: организовать и провести сплошное и несплошное наблюдение; строить статистические таблицы; исчислять различные статистические показатели (абсолютные и относительные, средние, показатели вариации, тесноты связи, аналитические показатели динамики); анализировать статистические данные и формулировать выводы.

ГЛАВА 1

ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ

Содержание

- 1.1 Понятие статистики как науки
- 1.2 Предмет и методы статистики
- 1.3 Основные категории статистики
- 1.4 Единая система народнохозяйственного учета
- 1.5 Организация статистики в Республике Беларусь
- 1.6 Тесты
- 1.7 Вопросы для самоконтроля

1.1 ПОНЯТИЕ СТАТИСТИКИ КАК НАУКИ

Термин «статистика» происходит от латинского слова *status*, что в переводе означает политическое состояние государства, определенное положение вещей, «государствование». В науку он был введен немецким ученым Готфридом Ахенвалем (1719–1772). В настоящее время этот термин употребляется в трех значениях:

1. Под статистикой понимают особую отрасль практической деятельности людей, направленную на сбор, обработку, анализ данных, характеризующих социально-экономическое положение страны, предприятия.

2. Статистика – это наука, занимающаяся разработкой технических методов и положений.

3. Статистикой называют статистические данные, представленные в отчете предприятий, отраслей.

Статистику часто представляют в виде бесконечного ряда цифр, сведенных в таблицу. Однако статистические цифры не абстрактны, в них выражен глубокий экономический и политический смысл.

Как самостоятельная общественная наука статистика имеет свой предмет исследования и свои специфические методы. Между статистической наукой и статистической практикой существует тесная связь: практика руководствуется наукой, а наука опирается на практику, обобщает опыт и из этого обобщения выделяет новые идеи и положения.

Курс «Статистика» является первой частью единой статистической науки. В курсе изучаются общие категории, принципы и методы статистической науки, рассматриваются вопросы, возникающие на стадии статистического наблюдения, сводки и обработки.

Статистика как наука включает в себя ряд специальных учебных предметов:

- 1) статистика (общая теория);
- 2) экономическая статистика;
- 3) статистика отраслей народного хозяйства (предприятий, торговли, строительства, сельского хозяйства, транспорта);
- 4) социальная статистика (статистика здравоохранения, образования, науки, населения);
- 5) международная статистика.

Развитию статистической науки способствует применение экономико-математических методов и широкое использование в анализе социально-экономических явлений современной компьютерной техники.

В настоящее время ведется работа по совершенствованию статистической методологии и завершению перехода на принятую в международной практике систему учета и статистики в соответствии с требованиями развития рыночной экономики. В рыночной статистике с целью усовершенствования системы сбора и обработки информации осуществляется переход на такие формы наблюдения, как регистры, переписи, цензы и др.

1.2 ПРЕДМЕТ И МЕТОДЫ СТАТИСТИКИ

Предметом статистики является изучение количественной стороны массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной, исследование количественного выражения закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

Массовые общественные явления – это совокупность фактов многократного повторения (зарплата, себестоимость, производительность труда и др.). Задача изучения массовых явлений заключается в том, чтобы за множеством различных случайных факторов выявить конкретные, которые действуют с определенным постоянством, т.е. выявить закономерности.

Для изучения предмета статистики разработаны и применяются специфические приемы, совокупность которых образует *методологию статистики*. Общей основой разработки и применения статистической методологии является диалектический метод познания, согласно которому явления и процессы рассматриваются в развитии, взаимной связи и причинной обусловленности.

Статистические методы используются комплексно. Это связано со сложностью процесса экономико-статистического исследования, состоящего из трех основных стадий:

- Первая – сбор первичной статистической информации. С этой целью применяются методы сплошного и несплошного *статистического наблюдения*.

- Вторая – статистическая сводка и обработка первичной информации. Основным методом, используемый на данном этапе – *метод группировок*.

- Третья – обобщение и анализ сводных материалов. На этом этапе рассчитываются *средние величины, индексы, показатели вариации, тесноты связи, скорости изменения социально-экономических явлений во времени*. При изучении статистической информации широко применяются *табличный и графический методы*.

1.3 ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ СТАТИСТИКИ

Свой предмет статистика изучает при помощи определенных категорий, т.е. понятий, отражающих наиболее общие и существенные свойства, признаки, связи и отношения предметов и явлений объективного мира.

В статистике таких показателей пять:

- 1) *Статистическая совокупность* – это совокупность объектов, явлений, объединенных общей связью, но отличающихся друг от друга отдельными признаками.

2) *Единица совокупности* – это первичный элемент, являющийся носителем признаков.

3) *Признак* – это черты и свойства единиц совокупности.

4) *Статистический показатель* – это понятие (категория), отражающее количественные характеристики соотношения признаков общественных явлений. Статистические данные – это конкретные числовые значения статистических показателей.

5) *Система статистических показателей* – это совокупность статистических показателей, отражающая взаимосвязи, существующие между явлениями.

1.4 ЕДИНАЯ СИСТЕМА НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННОГО УЧЕТА

Народное хозяйство Республики Беларусь представляет собой единое целое. Для его ведения необходимо повседневное наблюдение за ходом работы и получение точной информации. С этой целью создана единая система народнохозяйственного учета, включающая в себя оперативно-технический, бухгалтерский учет, статистику.

Оперативно-технический учет – это повседневный учет и контроль за ходом выполнения производственных заданий, использования рабочего времени и др.

Бухгалтерский учет – это учет финансово-хозяйственной деятельности предприятия. Его задача – отражать в документах состав и источники денежных и материальных средств, их движение и использование в соответствии с законодательством.

Статистика – это завершающая стадия учета. Статистика обрабатывает, обобщает материалы бухгалтерского и оперативно-технического учета, что необходимо для анализа работы предприятия.

Для того чтобы данные бухгалтерского и оперативного учета могли быть использованы в статистике, весь учет должен быть статистически организован. Первым условием статистической организации учета является единообразие его постановки в отраслях народного хозяйства. Второе условие – введение единой первичной документации.

Основными задачами статистики на современном этапе ее развития являются:

1) всестороннее исследование происходящих преобразований экономических и социальных процессов на основе лучше обоснованной системы показателей;

2) обобщение и прогнозирование тенденций развития народного хозяйства;

3) выявление резервов эффективности производства;

4) своевременное обеспечение информацией законодательной власти, управленческих и хозяйственных органов.

1.5 ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИКИ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ

В 1997 г. в Республике Беларусь был принят Закон «О государственной статистике», который определил порядок организации государственной статистики, отрегулировал правовые отношения, связанные со статистической деятельностью органов государственной статистики, министерств и других органов, ведущих государственную статистику. Закон распространяется на юридических лиц всех форм собственности, предпринимателей, их резидентов за пределами страны, а также на физических лиц в случаях, установленных законодательством Республики Беларусь.

В Республике Беларусь дело статистики и учета находится в ведении Министерства статистики и анализа. Органами государственной статистики являются:

1) республиканский орган государственного управления статистикой Республики Беларусь;

2) Минский городской и областные органы статистики;

3) районные и городские органы статистики.

Республиканский орган государственного управления статистикой в своей деятельности подчиняется Совету Министров Республики Беларусь. Органы государственной статистики финансируются за счет средств государственного бюджета в соответствии с планом статистических работ, а внеплановые статистические работы выполняются за счет дополнительного финансирования из бюджета либо из средств заказчика.

Государственные статистические наблюдения осуществляются органами государственной статистики, министерствами на основе методических указаний, программ и форм статистической отчетности.

1.6 ТЕСТЫ

1. Статистика изучает:
 - а) политическое состояние государства;
 - б) состояние государства в словесной форме, без цифр и вне динамики;
 - в) массовые явления, характеризует их с количественной и качественной сторон, выявляет закономерности;
 - г) общественные явления с помощью числовых характеристик.
2. Органы государственной статистики финансируются за счет:
 - а) кредитов банка;
 - б) средств государственного бюджета;
 - в) средств заказчиков;
 - г) средств государственного бюджета и средств заказчиков.
3. Закон Республики Беларусь «О государственной статистике» был принят в:
 - а) 1998 г.;
 - б) 1997 г.;
 - в) 1996 г.;
 - г) 1995 г.
4. Основой статистики являются следующие науки:
 - а) история, макроэкономика;
 - б) география, обществоведение, экономика;
 - в) экономическая теория, микро- и макроэкономика;
 - г) история, география, экономика.
5. Статистика использует в своих исследованиях следующие методы:
 - а) индексный метод и метод сводки;
 - б) методы средних и относительных величин, метод группировки;
 - в) метод статистического наблюдения, метод средних величин;
 - г) метод сводки и группировки, метод статистического наблюдения, метод средних и относительных величин, индексный метод.
6. Закон Республики Беларусь «О государственной статистике» распространяется на:

- а) государственные предприятия;
- б) юридические лица;
- в) юридические лица всех форм собственности, предпринимателей и физических лиц;
- г) предпринимателей с образованием юридического лица.

1.7 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. В каких значениях употребляется термин «статистика»?
2. Что является предметом статистики?
3. Что такое массовые явления?
4. Назовите методы статистики.
5. Что входит в единую систему народнохозяйственного учета?
6. Какова задача бухгалтерского учета?
7. Назовите условия, при которых бухгалтерский и оперативный учет может использоваться в статистике.
8. Назовите органы государственной статистики.
9. Каковы основные задачи статистики?

ГЛАВА 2

ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Содержание

- 2.1 Понятие о статистическом наблюдении
- 2.2 Организация проведения статистического наблюдения
- 2.3 Контроль и точность материалов статистического наблюдения
- 2.4 Формы и виды статистического наблюдения
- 2.5 Решение типовых задач
- 2.6 Задачи для самостоятельного решения
- 2.7 Тесты
- 2.8 Вопросы для самоконтроля

2.1 ПОНЯТИЕ О СТАТИСТИЧЕСКОМ НАБЛЮДЕНИИ

Для выполнения статистического исследования необходимо наличие научно-обоснованной информационной базы. С развитием рыночных отношений роль информационной базы возрастает, т.к. усложняются связи субъектов рынка, возникает потребность в изучении влияния различных факторов на результаты экономической деятельности и социальные последствия.

Информация – это «статистические данные», полученные в результате обработки и анализа. Информационная база формируется в результате статистического наблюдения.

Статистическое наблюдение – это научно организованный, планомерный и систематический процесс сбора массовых сведений о социально-экономических явлениях и процессах путем регистрации заранее намеченных существенных признаков. Статистическое наблюдение направлено на охват большого числа социально-экономических явлений и процессов.

Это необходимо для того, чтобы тенденции и закономерности их изменения проявились достаточно полно и достоверно.

Особенности статистического наблюдения:

- 1) массовость (охватывает большое число случаев проявления явления);
- 2) срочность – срок (период) наблюдения, т.е. время от начала до окончания сбора сведений;
- 3) систематичность (статистическое наблюдение должно проводиться либо систематически, либо непрерывно, либо регулярно);
- 4) достоверность данных – получение правдивых статистических данных;
- 5) полнота сведений;
- 6) своевременность;
- 7) сопоставимость данных.

2.2 ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

При подготовке и проведении статистического наблюдения решаются следующие вопросы:

1) программно-методические:

- а) установление цели и задач наблюдения;
- б) определение объекта и единицы наблюдения;
- в) разработка программы наблюдения;
- г) выбор вида и способа наблюдения;

2) организационные:

- а) сроки и место проведения наблюдения;
- б) подготовка и расстановка кадров;
- в) подготовка технической документации;
- г) проведение и обработка материалов статистического наблюдения.

Основной целью статистического наблюдения является выявление закономерностей развития явлений и процессов. В зависимости от цели выбирается *объект* статистического наблюдения (статистическая совокупность). *Статистическая совокупность* – это группы людей, фактов, явлений

объединенных в одну группу по какому-либо определяющему признаку. Определение объекта связано с определением его границ на основе соответствующего критерия, ценза. *Ценз* – это ограничительный признак. Например, промышленные предприятия с числом работающих менее 100 человек относятся к малым предприятиям.

После установления объекта наблюдения определяют *единицу наблюдения* – первичный элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации. Единицей наблюдения может быть человек, предприятие, домашнее хозяйство.

Исходя из содержания объекта, цели и задач статистического наблюдения разрабатывается программа наблюдения. *Программа наблюдения* – это перечень показателей, подлежащих регистрации; перечень вопросов, на которые должны быть получены правдивые, достоверные ответы по каждой единице наблюдения. К программе предъявляются следующие требования:

- она должна содержать существенные признаки, свойства, основные черты;
- вопросы должны строиться в логическом порядке;
- вопросы должны быть точными и недвусмысленными, легкими для понимания.

Программа статистического наблюдения содержит перечень признаков. *Признаки* – это черты и свойства единиц совокупности. Все признаки делятся:

1) на *определяющие* – признаки, на основании которых явления, предметы, факты объединяют в одну группу;

2) *варьирующие (изменяющиеся)*, которые могут быть:

а) количественными, если их варианты выражаются числовыми значениями (возраст, стаж работы, оплата труда и пр.); дискретными, если варианты выражены одним числовым значением, и интервальными;

б) качественными (атрибутивными), не имеющими числового выражения и представляющие собой смысловые понятия (профессия, социальная принадлежность и т.д.)

в) признаки сходства – признаки, не отличающиеся от других.

Вопросы программы статистического наблюдения и ответы на них находят отражение в *статистическом формуляре*

(листа, бланк, переписной лист и т.д.). Например, сведения о каждом из автомобильных заводов (единице наблюдения) могут быть занесены в карточку такой формы:

Наименование и марки автомобилей	Единица измерения	Виды автомашин	Фактический выпуск за год	Действующая оптовая цена предприятия за единицу, руб.	Стоимость выпуска, руб.	Кому отпускается
А	Б	1	2	3	4	5

Статистическая теория установила ряд принципов и правил организации и проведения наблюдения, основные из них — одновременность и периодичность. Это означает, что сбор статистического материала должен проводиться периодически и одновременно по всей стране. Примером тому может служить действующая государственная система отчетности, а также различные переписи.

2.3 КОНТРОЛЬ И ТОЧНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Степень соответствия значения какого-либо признака, полученного посредством статистического наблюдения, действительному его значению называется *точностью статистического наблюдения*.

Основным законом статистики является строгая *достоверность статистического материала*. Это требование относится, прежде всего, к статистическому наблюдению. Ошибки, возникающие в процессе наблюдения, могут быть различны. Выделяют *ошибки регистрации* и *ошибки репрезентативности*. Ошибки регистрации подразделяются на случайные и систематические. Так, при составлении отчетности источником ошибок могут быть ошибки первичного учета. *Случайные ошибки* регистрации действуют в разных направлениях и при сводной обработке результатов достаточно большого числа наблюдений, как правило, взаимопогашаются и на

конечных результатах не отражаются. *Систематические ошибки* регистрации действуют в одном направлении и имеют тенденцию как к увеличению, так и к уменьшению значения признака по каждой единице наблюдения. Эти ошибки могут быть преднамеренными и непреднамеренными.

Преднамеренными систематическими ошибками регистрации называются ошибки, возникающие в случае, когда регистратору представляют неверные, искаженные, не соответствующие реальной действительности данные. Эти ошибки рассматриваются как преступление уголовного характера. Органы государственной статистики, вышестоящие органы должны тщательно контролировать статистическую отчетность.

В процессе проведения статистического обследования возможны *непреднамеренные ошибки*. Устранение этих ошибок достигается путем тщательного контроля собранного материала и путем организации контрольной выборочной проверки. Кроме того, для предупреждения этих ошибок необходимо тщательно подбирать и инструктировать кадры.

Расхождения между значениями признака в отобранной и обследованной выборочной совокупности и его значениями во всей совокупности называются *ошибками репрезентативности*. Эти ошибки возникают только при несплошном наблюдении, т.к. выборочная часть изучаемой совокупности недостаточно точно отражает состав всей совокупности в целом.

Ошибки наблюдения можно выявить при хорошей организации контроля статистических отчетов, статистических бланков. Применяются следующие виды контроля: счетный (арифметический), логический и синтаксический.

Счетный контроль – это проверка итогов, отдельных числовых показателей, вытекающих один из другого.

Логический контроль – это сопоставление ответов на взаимосвязанные вопросы программы наблюдения.

Синтаксический контроль заключается в проверке правильности структуры документа, наличия необходимых реквизитов, полноты материала.

Полная и научно обоснованная проверка данных, объективная оценка их точности позволяют получить точную и достоверную информацию.

2.4 ФОРМЫ И ВИДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

В статистике используются три организационные формы (типа) статистического наблюдения:

- отчетность предприятий;
- специально организованное статистическое наблюдение (переписи, единовременные учеты, обследования сплошного и несплошного характера);
- регистры.

Отчетность – это основная форма статистического наблюдения, с помощью которой статистические органы в определенные сроки получают от предприятий, учреждений и организаций необходимые данные в виде установленных в законном порядке отчетных документов, скрепляемых подписями лиц, ответственных за представление и достоверность собираемых сведений.

Отчетность – это официальный документ, содержащий статистические сведения о работе предприятия, учреждения, организации, фирмы. Статистическую отчетность делят на *типовую* и *специализированную*.

Для отчетности характерно то, что она:

- утверждается органами государственной статистики;
- имеет обязательный характер;
- имеет юридическую силу, т.к. подписывается руководителем предприятия;
- имеет документальную обоснованность, т.к. все данные базируются на документах первичного учета.

По срокам представления отчетность бывает *ежедневная, недельная, двухнедельная, месячная, квартальная и годовая*.

По способу представления отчетных данных различают отчетность *почтовую* и *срочную*, предоставляемую по телеграфу, факсу, электронной почте и другими способами, основанными на современных информационных технологиях.

Специально организованное статистическое наблюдение представляет собой сбор сведений посредством переписей, единовременных учетов и обследований. Перепись – это специально организованное наблюдение с целью получения данных о численности, составе и состоянии объекта статистического наблюдения по ряду признаков.

Регистровое наблюдение – это форма непрерывного статистического наблюдения за долговременными процессами, имеющими фиксированное начало, стадию развития и фиксированный конец. В регистре каждая единица наблюдения характеризуется совокупностью показателей. Различают регистры населения и регистры предприятий.

Регистр населения – поименованный и регулярно актуализируемый перечень жителей страны.

В регистры предприятия заносятся данные по предприятиям, организациям, учреждениям независимо от форм собственности.

Статистическое наблюдение подразделяется на виды:

1) по времени регистрации фактов различают *непрерывное* (текущее), *периодическое* и *единовременное* наблюдение;

2) по степени охвата единиц совокупности наблюдение бывает *сплошное* и *несплошное*. В зависимости от задач проводимого исследования несплошное наблюдение может быть выборочным, монографическим, проведенным методом основного массива.

Выборочное наблюдение основывается на принципе случайного отбора единиц совокупности.

Монографическим называется наблюдение, при котором проводится детальное, глубокое, всестороннее изучение и описание единичных, типичных единиц совокупности с целью характеристики всей совокупности в целом.

Метод основного массива состоит в том, что обследованию подвергаются наиболее крупные, составляющие наибольший удельный вес в общем объеме изучаемого признака, совокупности.

Основными способами учета фактов статистического наблюдения являются:

1) непосредственное наблюдение (регистрация признаков, фактов производится лично исследователем путем подсчета, обмера, взвешивания);

2) документальное наблюдение, которое основывается на различных документах;

3) опрос.

Существует три способа опроса:

1) *эксцепционный способ* (регистраторы опрашивают обследуемое лицо и с его слов сами регистрируют сведения о наблюдаемом явлении (перепись населения));

2) *способ самоисчисления* (саморегистрация) заключается в том, что формуляры статистического наблюдения заполняют сами опрашиваемые, а регистраторы обеспечивают их бланками, инструктируют, проверяют правильность заполнения анкет;

3) *корреспондентский опрос* (рассылаются бланки обследования и указания к их заполнению с просьбой ответить на поставленные вопросы и заполненные бланки выслать в адрес статистической организации).

Выбор вида и способа статистического наблюдения зависит от характера изучаемого объекта, от степени точности сведений, а также от трудовых, материальных и финансовых возможностей при организации наблюдения.

2.5 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Цель статистического наблюдения: изучить состав студентов группы 22.

Определите, какие признаки следует включать в программу данного наблюдения.

Решение

В программу статистического наблюдения должны быть включены самые существенные признаки, такие как:

- фамилия, имя, отчество;
- год рождения;
- место рождения;
- пол;
- образование;
- стаж работы;
- состояние в браке (состоит, не состоит);
- средний балл аттестата, диплома и др.

ЗАДАЧА 2

Имеются сведения за 2006 г. о промышленных предприятиях района.

Наименование предприятия	Выпуск продукции, тыс. руб.	Производительность труда, тыс. руб.	Средне-месячная заработная плата, долл.
Обувная фабрика	7 300	8 500	221
Мебельная фабрика	2 850	6 380	238
Машиностроительный завод	13 925	9 430	344

Определите:

- что является объектом и единицей статистического наблюдения;
- какими признаками характеризуются единицы данного статистического наблюдения;
- какие признаки являются определяющими, а какие варьирующими.

Решение

Объектом статистического наблюдения является совокупность промышленных предприятий, единицей – каждое отдельное промышленное предприятие.

Каждая единица статистического наблюдения характеризуется следующими признаками: выпуском продукции, производительностью труда, средней месячной заработной платой.

Определяющим признаком является то, что все предприятия – промышленные.

Варьирующими признаками будут: выпуск продукции, производительность труда, средняя месячная заработная плата.

2.6 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

Составьте перечень важнейших признаков, характеризующих следующие единицы статистического наблюдения:

- совместное предприятие;
- фермерское хозяйство;

- в) негосударственное учебное заведение: школу, вуз;
- г) коммерческий банк;
- д) некоммерческую организацию (выберите сами).

ЗАДАЧА 2

Составьте инструментарий статистического обследования по сбору данных для анализа:

- а) экологической обстановки в регионе;
- б) эффективности рекламных объявлений;
- в) качества и стоимости обучения в вузе.

ЗАДАЧА 3

Составьте анкету опроса покупателей лыж или другой спортивной продукции, в которой все вопросы были бы:

- а) открытыми;
- б) закрытыми.

ЗАДАЧА 4

Определите форму, способ и виды следующих статистических наблюдений:

- а) всеобщей переписи населения страны;
- б) обследования цен производителей продукции;
- в) обследования потребительских цен;
- г) бюджетных обследований.

ЗАДАЧА 5

Определите вид статистического наблюдения, который целесообразно избрать при проведении следующего обследования: книжному киоску вашего вуза необходима информация об оценке студентами состава предлагаемой им учебной литературы.

ЗАДАЧА 6

Определите вид статистического наблюдения, который целесообразно избрать при проведении следующих обследований:

- а) фирме, выпускающей диетические продукты питания, требуется информация о потребностях жителей региона в продукции;
- б) редакции газеты нужна информация об отношении населения региона к строительству крупного промышленного объекта.

2.7 ТЕСТЫ

1. Статистическое наблюдение – это:
 - а) учет фактов путем их регистрации;
 - б) анкетирование;
 - в) научно организованный, планомерный учет фактов о процессах общественной жизни;
 - г) наблюдение, основанное на использовании данных бухгалтерского и оперативного учета.
2. Статистическая совокупность – это:
 - а) все объекты наблюдения;
 - б) первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем признаков;
 - в) качественно однородные группы фактов, явлений, людей по одному или нескольким признакам;
 - г) перечень признаков, характеризующих статистическую совокупность.
3. Ценз – это:
 - а) черты и свойства единиц совокупности;
 - б) численно выраженные варианты;
 - в) признаки, на основании которых явления и предметы объединены в одну группу;
 - г) признак ограничительный, которому должны удовлетворять все единицы совокупности.
4. Видами статистического наблюдения являются:
 - а) учетно-статистическое, специально организованное, реестровое;
 - б) сплошное, текущее, единовременное, специально организованное;
 - в) текущее, единовременное, сплошное и несплошное;
 - г) специально организованное, сплошное, единовременное, реестровое.
5. Корреспондентский способ опроса означает:
 - а) лицо само регистрирует факты;
 - б) регистратор опрашивает лицо и с его слов заполняет бланк обследования;

- в) организация рассылает бланки отдельным лицам, просит их заполнить;
 - г) получение анкет, форм отчетности.
6. Статистическая отчетность – это:
- а) показатели, характеризующие работу предприятий;
 - б) табель отчетности;
 - в) официальный документ, содержащий статистические сведения о работе подотчетного предприятия;
 - г) перечень отчетных форм, которые предприятие должно представить в статистические органы.
7. Программа статистического наблюдения включает:
- а) время наблюдения;
 - б) систему признаков;
 - в) способ наблюдения;
 - г) критический момент.
8. Единица статистического наблюдения – это:
- а) статистическая совокупность;
 - б) первичный элемент статистической совокупности;
 - в) первичная ячейка совокупности, от которой в процессе наблюдения должны быть получены сведения;
 - г) совокупность признаков.
9. Объект наблюдения может быть одновременно и единицей наблюдения:
- а) да;
 - б) нет.

2.8 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. С какой целью проводится статистическое наблюдение?
2. Какие организационные мероприятия проводятся при осуществлении наблюдения?
3. Как разрабатывается программа статистического наблюдения?
4. Что понимают под определяющими признаками?
5. Назовите формы статистического наблюдения.

6. Что такое регистры населения?
7. Что называют статистической отчетностью?
8. Назовите способы представления статистической отчетности.
9. Как предоставляется срочная отчетность?
10. Что такое точность статистического наблюдения?
11. Какие возможны ошибки при проведении статистического наблюдения?
12. Раскройте содержание понятия «логический контроль»?
13. Назовите основные способы учета фактов.
14. Что такое монографический вид сплошного наблюдения?
15. В чем заключается метод основного массива?

ГЛАВА 3

СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Содержание

- 3.1 Понятие сводки. Виды сводки
- 3.2 Статистические группировки, их виды
- 3.3 Принципы построения статистических группировок
- 3.4 Вторичная группировка
- 3.5 Ряды распределения и группировки
- 3.6 Решение типовых задач
- 3.7 Задачи для самостоятельного решения
- 3.8 Тесты
- 3.9 Вопросы для самоконтроля

3.1 ПОНЯТИЕ СВОДКИ. ВИДЫ СВОДКИ

В результате статистического наблюдения получают большое количество данных, сведений, характеризующих каждую единицу совокупности. Первичные данные необходимо систематизировать и обобщить, т.е. надо перейти от характеристики единичного факта к характеристике групп единиц и совокупности в целом. Поэтому вторым этапом статистического исследования является статистическая сводка.

Статистическая сводка – это научная обработка первичных данных для обобщенной характеристики всей совокупности. Основная задача сводки – обобщить материал, дать характеристику всей совокупности, выявить закономерности массовых процессов, которые в ней содержатся и проявляются в обобщающих показателях. Содержание статистической сводки можно представить в виде следующих элементов:

- статистической группировки, т.е. расчленения исследуемого явления на части (группы и подгруппы);
- разработки системы показателей, характеризующих эти группы и подгруппы;
- подсчета групповых и общих итогов;
- изложения полученных результатов в виде таблиц.

Пример

Рассмотрим значение статистической сводки и сущность перечисленных ее элементов. В процессе статистического наблюдения экспериментального участка приборостроительного завода собраны следующие сведения:

Табельный номер рабочего	Образование, окончено классов	Разряд	Степень выполнения нормы, %	Стаж работы (общий)	Зарботная плата за месяц, тыс. руб.
1	7	6	102	27	565
2	10	5	107	10	635
3	10	4	109	8	622
4	10	6	120	24	772
5	10	4	105	7	520
6	10	4	103	11	719
7	10	5	130	12	746
8	10	4	110	8	624

На основании материалов наблюдения сделаем сводку, т.е. подсчитаем общее количество рабочих (8 чел.), общий стаж работы (107 лет) и общую сумму начисленной заработной платы за месяц (5 203 тыс. руб.). В процессе сводки статистический материал упорядочивают, систематизируют, делят на группы по существенным признакам.

По глубине обработки материала сводка бывает простая и сложная.

Простой сводкой называется операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Сложная сводка представляет собой комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту. По форме обработки материала сводка бывает децентрализованная и централизованная. По технике выполнения статистическая сводка подразделяется на механизированную и ручную.

3.2 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГРУППИРОВКИ, ИХ ВИДЫ

Отдельные единицы статистической совокупности объединяются в группы при помощи метода группировки.

Группировкой называется распределение изучаемого явления на однородные группы. Группировки являются важнейшим статистическим методом обобщения данных.

С помощью метода группировок решаются следующие типы задач:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структурных сдвигов;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

Статистические группировки делятся на типологические, структурные и аналитические.

Типологическая группировка – это разделение совокупности на классы, социально-экономические группы. Например, группировка промышленных предприятий по формам собственности.

Структурной называется группировка, в которой происходит разделение однородной совокупности на группы, характеризующие ее структуру по какому-либо варьирующему признаку.

Аналитической называется группировка, выявляющая взаимосвязи и взаимозависимости между изучаемыми социально-экономическими явлениями и признаками. При изучении взаимосвязей явлений различают факторные и результативные признаки. Факторные признаки оказывают влияние на изменение результативного признака.

Группировка, в которой группы образованы по одному признаку, называется *простой*. *Сложной* считается группировка, в которой разделение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятым в сочетании. Сложные группировки дают возможность изучать распределение единиц совокупности одновременно по нескольким признакам.

3.3 ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРУППИРОВОК

Признаки, по которым производится распределение единиц изучаемой совокупности на группы, называются *группировочными признаками*, или *основанием группировки*.

В зависимости от вида группировочных признаков различают группировки:

1) по атрибутивным (качественным) признакам – пол, образование, семейное положение;

2) количественным признакам, которые подразделяются:

а) на дискретные – имеющие одно количественное значение (тарифный разряд, число членов семьи, число комнат в квартире);

б) интервальные – значения варианты даны в виде интервалов (до 100%, от 100 до 120%, от 120 до 150% и т.д.).

При составлении структурных группировок на основе варьирующих количественных признаков определяют:

1) количество групп (по формуле американского ученого Стерджесса):

$$n = 1 + 3,322 \lg N,$$

где N – число единиц совокупности;

2) величину интервала:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

где i – размер интервала;

x_{\max} – максимальное значение признака;

x_{\min} – минимальное число признака;

n – число групп.

Количество групп и величина интервала связаны между собой: чем больше образовано групп, тем меньше интервал, и наоборот. При определении количества групп необходимо стремиться к тому, чтобы были учтены особенности изучаемого явления.

Интервал – это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них.

Интервалы могут быть:

а) равными;

б) неравными – прогрессивно возрастающие или убывающие;

в) открытыми – когда имеется только верхняя либо нижняя граница (до 100%; свыше 100%).

г) закрытыми (от 100 до 110%).

3.4 ВТОРИЧНАЯ ГРУППИРОВКА

Особым видом группировок является метод вторичной группировки – образование новых групп на основе ранее осуществленной группировки. Этот метод используют в том случае, когда из-за различного числа выделенных групп или неодинаковых границ интервалов имеющиеся группировки не удовлетворяют требованиям анализа.

Получить новые группы можно двумя способами перегруппировки:

- объединением первоначальных интервалов (путем их укрупнения);
- долевой перегруппировкой (на основе закрепления за каждой группой определенной доли единиц совокупности).

К вторичной группировке прибегают для решения следующих задач:

- образования на основе группировок по количественным признакам качественно однородных групп (типов);
- приведения двух и более группировок с различными интервалами к единому виду в целях сравнения;
- создания более укрупненных групп, в которых ярче выражен характер распределения.

Пример

Распределение рабочих по проценту выполнения норм выработки:

Предприятие № 1		Предприятие № 2	
Группы рабочих по проценту выполнения норм выработки	Число рабочих	Группы рабочих по проценту выполнения норм выработки	Число рабочих
90–100	26	95–110	21
100–110	25	110–125	15
110–120	7	125–140	16
120–130	4	140–155	13
130–140	3	–	–
Итого	65	Итого	65

На предприятиях имеются разные интервалы, поэтому сравнить их нельзя. Необходимо привести интервалы к единому виду.

Группы рабочих по проценту выполнения норм выработки	Число рабочих на предприятии № 1	Число рабочих на предприятии № 2
90–110	$26 + 25 = 51$	21
110–130	$7 + 4 = 11$	$15 + 16 \cdot 1/3 = 20$
130–150	3	$16 \cdot 2/3 + 13 \cdot 2/3 = 20$
150 и больше	–	$13 \cdot 1/3 = 4$
Итого	65	65

3.5 РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ГРУППИРОВКИ

Статистический ряд распределения – это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по определенному варьирующему признаку. Различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

Атрибутивными называют ряды распределения, построенные по качественным признакам. Они характеризуют состав совокупности по тем или иным существенным признакам.

Вариационные ряды строятся по количественному признаку. Любой вариационный ряд состоит из двух элементов: варианта и частоты.

Вариантами называются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду. *Частота* – это число, которое указывает, сколько раз повторяется та или иная варианта. Частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу, называются *частотами*.

В зависимости от характера вариации признака различают *дискретные* и *интервальные* вариационные ряды. В случае дискретной вариации величина количественного признака принимает только целые значения.

Интервальным вариационным рядом распределения считается ряд, в котором группировочный признак может принимать в определенном интервале любые значения.

Анализ рядов распределения можно наглядно изображать на основе графика. Для этой цели строят *полигон*, *гистограмму*, *огиву* и *кумуляту распределения*.

3.6 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Произведите группировку с равными интервалами по данным об уровне производительности труда рабочих, которая в 2006 г. колебалась в пределах от 600 до 750 тыс. руб. (5 групп).

Решение

1. Определим величину интервала: $i = \frac{750 - 600}{5} = 30$.

2. Образует группы по уровню производительности труда с равным интервалом 30 тыс. руб.: 600–630; 630–660; 660–690; 690–720; 720–750.

ЗАДАЧА 2

Имеются следующие данные о добыче угля за 2006 г. по 20 шахтам:

Номер шахты	Среднесуточная добыча угля, т	Номер шахты	Среднесуточная добыча угля, т	Номер шахты	Среднесуточная добыча угля, т	Номер шахты	Среднесуточная добыча угля, т
1	594	6	1 315	11	1 946	16	2 156
2	1 102	7	1 903	12	2 057	17	1 210
3	1 068	8	1 481	13	1 681	18	2 345
4	2 015	9	1 542	14	1 984	19	1 985
5	925	10	826	15	2 116	20	1 359

Произведите группировку по размерам среднесуточной добычи угля, образовав 5 групп.

Определите в каждой группе:

- число шахт;
- общую добычу угля по группам шахт;
- среднюю добычу угля на одну шахту по группам и по всем шахтам.

Решение

1. Определим размер интервала:

$$i = \frac{2\,345 - 594}{5} = \frac{1\,751}{5} \approx 350.$$

2. Построим таблицу и рассчитаем показатели:

Группы по размерам среднесуточной добычи угля, т	Число шахт	Общая добыча угля по группам шахт, т	Средняя добыча угля по группам шахт, т
594–944	3	2 345	781,7
944–1 294	3	3 380	1 126,7
1 294–1 644	4	5 697	1 424,2
1 644–1 994	5	9 499	1 899,8
1 994–2 345	5	10 689	2 137,8
Итого	20	31 610	1 580,5

3.7 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

В литейном цехе черновой вес отливок детали № 6 равен (в кг):

16,0	16,4	16,2	16,1	16,3	16,0	16,1	16,3
16,2	16,5	16,0	16,4	16,4	16,1	16,2	16,4
16,2	16,1	16,4	16,2	16,0	16,4	16,3	16,2
16,3	16,4	16,5	16,1	16,2	16,3	16,5	16,2
16,1	16,2	16,4	16,5	16,4	16,2	16,2	16,3

Допустимая черновая масса отливок составляет от 16,1 до 16,4 кг.

Распределите отливки на группы с одинаковым весом в убывающем порядке.

Определите количество деталей в каждой группе.

Установите, сколько отливок и по каким группам пойдет в брак.

ЗАДАЧА 2

Список рабочих цеха мебельной фурнитуры:

Абакумов В.К.	зенковщик
Акопян В.Л.	сборщик мебельной фурнитуры
Ангонов С.Я.	штамповщик
Антропов В.Я.	никелировщик
Бабочкин А.С.	кочегар
Белов Л.А.	сборщик мебельной фурнитуры
Боброва Ф.А.	штамповщица
Борисова П.Х.	зенковщица
Воронцова М.Ф.	подсобная рабочая
Голицын С.Н.	сборщик мебельной фурнитуры

Громова М.А.	никелировщица
Душан К.В.	шлифовщик
Данишев Е.В.	электромонтер
Магущенич А.Г.	никелировщик
Москина Е.Г.	шлифовщица
Поско П.И.	зенковщица
Орлов В.С.	никелировщик
Орлов П.К.	шлифовщик
Остапенко Ф.С.	никелировщик
Пантелеева М.З.	зенковщица
Пастухова Я.П.	сборщица мебельной фурнитуры
Румянский С.П.	штамповщик
Савоженникова Г.С.	сборщица мебельной фурнитуры
Сенина В.Г.	никелировщица

Произведите группировку рабочих по профессиям.

ЗАДАЧА 3

Ниже приведены данные оперативного учета качества работ на одном из участков цеха.

Табельный номер рабочего	Шифр качества работ *	Табельный номер рабочего	Шифр качества работ *	Табельный номер рабочего	Шифр качества работ *
875	02	596	01	763	02
943	03	738	02	859	03
679	02	937	01	647	01
514	02	626	02	995	03
725	01	844	02	831	02
621	02	719	02	656	02
742	03	617	01	789	03

* 01 – слача без предъявления ОТК; 02 – слача по первому предъявлению; 03 – слача с повторным браком

Распределите рабочих на группы по качеству выполненных ими за отчетный период работ.

ЗАДАЧА 4

Имеются следующие данные о работе 20 предприятий:

Номер предприятия	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн долл.	Среднегодовое число работающих за отчетный период, чел.	Производство продукции за отчетный период, млн долл.	Выполнение плана, %
1	400	360	700	95,3
2	480	380	740	98,2
3	600	220	1 100	112,6
4	700	460	1 220	100,6
5	450	395	780	105,1
6	480	280	630	100,5
7	680	580	890	90,1
8	730	200	1 100	120,9
9	1 200	470	2 180	115,1
10	890	340	1 420	114,7
11	1 020	530	1 680	102,1
12	560	250	710	100,9
13	480	180	620	105,0
14	730	270	1 470	119,1
15	660	235	1 110	116,3
16	930	610	1 170	98,7
17	520	380	790	100,0
18	670	290	970	107,1
19	740	310	1 200	109,2
20	820	470	1 370	100,8
Итого	13 740	7 210	21 850	—

1. По данным таблицы постройте ряд распределения по стоимости основных фондов с равными закрытыми интервалами, образовав пять групп предприятий. Подсчитайте количество заводов в каждой группе. Сделайте выводы.

2. Постройте ряд распределения по числу работающих, образовав пять групп предприятий с равными интервалами. По каждой группе определите:

- число предприятий;
- стоимость основных производственных фондов;
- объем производства продукции.

ЗАДАЧА 5

В результате обследования специалистов конструкторско-технологического отделов завода по уровню образования получены следующие данные:

№ п/п	Образование	Пол	№ п/п	Образование	Пол
1	Высшее	Муж.	13	Высшее	Жен.
2	Среднетехническое	Муж.	14	Высшее	Жен.
3	Высшее	Муж.	15	Среднетехническое	Муж.
4	Среднетехническое	Жен.	16	Среднее	Жен.
5	Среднетехническое	Жен.	17	Высшее	Муж.
6	Среднетехническое	Муж.	18	Высшее	Жен.
7	Высшее	Жен.	19	Среднетехническое	Жен.
8	Высшее	Жен.	20	Среднетехническое	Жен.
9	Среднее	Жен.	21	Высшее	Муж.
10	Высшее	Жен.	22	Высшее	Муж.
11	НСП	Жен.	23	Среднетехническое	Муж.
12	Среднетехническое	Муж.	24	Высшее	Муж.

Распределите специалистов по уровню образования, по полу.

ЗАДАЧА 6

Имеются данные о стаже работы и средней месячной заработной плате рабочих механического цеха.

№ п/п	Стаж работы, лет	Среднемесячная заработная плата, долл.	№ п/п	Стаж работы, лет	Среднемесячная заработная плата, долл.
1	2,0	245	16	10,5	368
2	1,0	244	17	7,5	248
3	6,0	356	18	5,0	247
4	6,5	255	19	4,0	246
5	10,5	280	20	4,5	348
6	13,0	382	21	15,0	285
7	13,5	283	22	8,0	268
8	4,5	246	23	8,2	369
9	6,0	247	24	9,0	360
10	12,0	369	25	6,0	346
11	14,5	381	26	4,5	344
12	16,0	283	27	5,0	446
13	1,0	244	28	8,0	349
14	9,0	350	29	10,0	468
15	8,3	348	30	6,5	350

Произведите группировку рабочих по стажу работы, образовав 4 группы с неравными интервалами. Каждую группу охарактеризуйте по следующим показателям:

- а) число рабочих;
- б) средний стаж работы;
- в) среднемесячная заработная плата одного рабочего.

Результаты группировки представьте в виде аналитической таблицы. Сделайте краткие выводы о зависимости уровня заработной платы от стажа работы.

ЗАДАЧА 7

По 20 предприятиям отрасли имеются следующие данные об электровооруженности труда и средней выработке продукции рабочего за отчетный период:

Номер предприятия	Электровооруженность труда, кВт-ч	Средняя выработка продукции, тыс. долл.	Номер предприятия	Электровооруженность труда, кВт-ч	Средняя выработка продукции, тыс. долл.
1	7	8,0	11	3	4,0
2	5	6,7	12	6	7,8
3	4	5,3	13	4	6,3
4	5	6,3	14	5	7,0
5	4	5,6	15	4	6,1
6	3	3,5	16	6	7,6
7	6	7,3	17	5	6,9
8	6	8,0	18	6	7,9
9	5	6,0	19	7	8,7
10	5	6,4	20	3	3,9

Произведите аналитическую группировку предприятий по уровню электровооруженности труда. Каждую выделенную группу охарактеризуйте следующими признакам:

- а) количество предприятий – всего и в процентах к итогу;
- б) средняя выработка продукции на одно предприятие.

Результаты группировки представьте в виде статистической таблицы. Сделайте краткие выводы.

3.8 ТЕСТЫ

1. Статистическая группировка – это:

а) научная обработка первичных данных для обобщенной характеристики всей совокупности;

б) переход от единичных сведений к сведениям о совокупности в целом и о группах единиц;

в) распределение единиц совокупности на однородные группы;

г) выявление и характеристика социально-экономических типов.

2. Величина равного интервала определяется по формуле:

а) $x_{\max} - x_{\min}$;

в) $\frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$;

б) $\frac{x_{\max}}{x_{\min}}$;

г) $\frac{x_{\max}}{n}$.

3. Интервалы бывают:

а) результативными, открытыми;

б) атрибутивными, равными, неравными;

в) открытыми, альтернативными, закрытыми;

г) открытыми, закрытыми, равными, неравными.

4. Атрибутивные ряды распределения – это:

а) ряды, где значения варианты дают в виде интервалов;

б) ряды, где значения варианты имеют количественный признак;

в) ряды, где значения варианты не имеют количественной меры;

г) ряды, где показывается состав совокупности по признакам.

5. Вариационные ряды – это:

а) распределение единиц совокупности на группы по количественным признакам;

б) распределение единиц совокупности по возрастанию или убыванию значений варьирующего признака;

в) ряды, где значения варианты не имеют количественной меры;

г) упорядоченное распределение единиц совокупности.

6. Вариационные ряды бывают:
 - а) атрибутивными;
 - б) альтернативными;
 - в) интервальными;
 - г) дискретными.
7. К атрибутивным признакам относятся:
 - а) образование;
 - б) рентабельность;
 - в) цена;
 - г) товарооборот магазина.
8. Интервальным признаком является:
 - а) национальность;
 - б) заработная плата;
 - в) тарифный разряд;
 - г) балл успеваемости.
9. Взаимосвязь между признаками определяется на основе группировки:
 - а) типологической;
 - б) аналитической;
 - в) структурной.
10. Аналитическая группировка решает задачу:
 - а) перегруппировки первичных данных;
 - б) выявления связей между явлениями;
 - в) изучения динамики;
 - г) анализа структуры совокупности.

3.9 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Назовите виды сводки.
2. Что такое сводка?
3. Что такое группировка?
4. Какие задачи решает группировка?
5. Какие признаки называют группировочными?
6. Как называется ряд, построенный по качественному признаку?
7. Что такое дискретный ряд?
8. Как определить величину интервала?
9. Назовите виды интервалов.
10. Что такое вторичная группировка?
11. Что называется рядом распределения?
12. Что такое частота?
13. Какие ряды называются атрибутивными?
14. Какие ряды называются вариационными?
15. Для какого ряда строится полигон распределения?

ГЛАВА 4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Содержание

- 4.1 Понятие и виды статистических таблиц
- 4.2 Основные правила составления и чтения таблиц
- 4.3 Задачи для самостоятельного решения
- 4.4 Тесты
- 4.5 Вопросы для самоконтроля

4.1 ПОНЯТИЕ И ВИДЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения излагаются в виде таблиц.

Статистической называется таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам.

Основные элементы статистической таблицы:

Название таблицы (общий заголовок)

Содержание строк	Наименование граф (верхние заголовки)					
	1	2	3	4	5	6
Наименование строк (боковые заголовки)						
Итоговая строка						Итоговая графа

Статистическая таблица представляет собой определенную комбинацию вертикальных граф и горизонтальных строк, не заполненных цифрами, и называется *макетом таблицы*. Каждая статистическая таблица (макет) имеет подлежащее и сказуемое.

Подлежащее таблицы – это объект нашего изучения. Обычно подлежащее располагается слева в виде наименования горизонтальных строк.

Сказуемое – это система показателей, которыми характеризуется объект изучения, т.е. подлежащее таблицы. Сказуемое располагается справа в виде наименования вертикальных граф.

В зависимости от содержания таблицы подлежащее и сказуемое иногда могут меняться местами.

В зависимости от построения подлежащего различают таблицы простые, групповые и комбинационные.

Простыми называются таблицы, в подлежащем которых нет группировок, а дается лишь перечень единиц совокупности в количественной характеристике каждой из них (перечневые), административных районов (территориальные таблицы) или периодов времени (хронологические таблицы).

Групповыми считаются таблицы, которые в подлежащем содержат группировку единиц совокупности по одному признаку.

Комбинационные таблицы в подлежащем содержат группировку единиц совокупности по двум и более признакам, взятым в сочетании. К числу комбинационных таблиц относятся и так называемые *корреляционные таблицы* (решетки), содержащие данные о распределении единиц совокупности одновременно по двум признакам.

4.2 ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА СОСТАВЛЕНИЯ И ЧТЕНИЯ ТАБЛИЦ

Практикой выработаны следующие основные правила составления и оформления статистических таблиц:

1. Таблица должна быть по возможности небольшой по размерам, т.к. краткую таблицу легче проанализировать. Иногда целесообразнее построить две-три небольшие таблицы, чем одну большую.

2. Название таблицы, заглавия строк подлежащего и граф сказуемого должны быть сформулированы точно, кратко, ясно и, если это требуется, иметь единицы измерения. В названии таблицы следует указать территорию и период, к которым относятся приводимые данные. Не следует название показателей

в таблице сопровождать инструкционными пояснениями раскрывающими их содержание. Лучше эти пояснения внести в примечание.

3. Строки подлежащего и графы сказуемого обычно размещаются по принципу от частного к общему, т.е. сначала показываются слагаемые, а в конце подлежащего или сказуемого подводятся итоги. Если приводятся не все слагаемые, а только наиболее важные из них, то сначала показываются общие итоги, а затем выделяют их составные части, для этого после итоговой строки дают пояснение «в том числе».

4. Строки в подлежащем и графы в сказуемом часто нумеруют для того, чтобы удобнее было ссылаться на цифры таблицы. При этом в сказуемом нумеруются только графы, в которые вписываются цифры. Графы подлежащего либо совсем не нумеруются, либо обозначаются литерами («А», «Б» и т.д.)

5. При заполнении таблицы пользуются следующими условными обозначениями: если данное явление совсем не имеет места, ставят тире; если сведения о данном явлении отсутствуют, ставят многоточие или пишут «нет сведений»; если сведения имеются, но числовые значения меньше принятой в таблице точности, ставят 0,0.

6. Округленные числа приводятся в таблице с одинаковой степенью точности (до 0,1; до 0,01 и т.д.). Когда показатели в процентах выражаются большими числами, например четырехзначными, целесообразно заменить их выражением «во столько-то раз больше или меньше». Например, вместо 2 489% лучше написать «в 24,9 раз больше».

7. Если приводятся не только отчетные данные, но и данные, полученные в результате расчетов, целесообразно об этом сделать оговорку в таблице или в примечании к ней.

8. Таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указываются источники данных, более подробное содержание показателей и другие необходимые пояснения.

Нужно уметь пользоваться таблицами. Прежде чем приступить к анализу данных таблицы, следует ознакомиться с названием таблицы, заголовками граф и строк, установить, на какую дату приводятся данные, уяснить, какие процессы характеризуются относительными и средними величинами.

Анализ данных статистической таблицы необходимо начинать с итогов. Ознакомление с итогами дает общее представление о данных таблицы. Затем нужно перейти к анализу данных отдельных строк и граф, но их следует читать не подряд, а выбирать сначала частные итоги и наиболее характерные данные, а затем анализировать все остальные. По данным статистических таблиц строят графики, диаграммы, статистические карты и др.

4.3 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

Постройте макет таблицы, содержащей результаты статистического наблюдения за работой промышленных предприятий № 1, 2, 3 и т.д. в 2006 г. по следующим основным показателям: стоимости выработанной продукции (тыс. руб.); численности рабочих; фонду заработной платы рабочих (тыс. руб.); стоимости основных средств предприятия на конец 2006 г. (тыс. руб.).

ЗАДАЧА 2

Имеются следующие данные, характеризующие производство автомобилей (тыс. шт.):

- 1) в 2000 г.: всего – 616,3, в том числе грузовых и автобусов – 415,1, легковых – 201,2;
- 2) в 2001 г.: всего – 916,1, в том числе грузовых и автобусов – 571,9, легковых – 344,2;
- 3) в 2002 г.: всего – 1 142,6, в том числе грузовых и автобусов – 613,6, легковых – 529,0;
- 4) в 2003 г.: всего – 1 378,8, в том числе грузовых и автобусов – 648,7, легковых – 730,1;
- 5) в 2004 г.: всего – 1 602,2, в том числе грузовых и автобусов – 685,5, легковых – 916,7;
- 6) в 2005 г.: всего – 1 846,3, в том числе грузовых и автобусов – 726,9, легковых – 1 119,4.

Постройте по этим данным таблицу.

ЗАДАЧА 3

Спроектируйте макет комбинационной таблицы, показывающей состав рабочих машиностроительного завода по профессиям (токари, фрезеровщики, слесари) и по квалификации (второй – шестой разряды тарифной сетки).

ЗАДАЧА 4

По плану на 2006 г. завод текстильного машиностроения должен был выпустить (тыс. шт.): чесальных машин для хлопка – 55, прядильных машин – 42, ткацких станков – 63, в том числе автоматических ткацких станков – 46. Фактически в 2006 г. завод произвел (тыс. шт.): чесальных машин для хлопка – 36, прядильных машин – 48, ткацких станков – 60, в том числе автоматических ткацких станков – 40.

Постройте таблицу и отразите в ней плановые, фактические показатели и процент выполнения плана производства каждого вида продукции.

Сделайте вывод о выполнении плана завода по выпуску отдельных видов станков.

ЗАДАЧА 5

Имеются сведения о выпуске продукции и численности рабочих по 30 предприятиям местной деревообрабатывающей промышленности за месяц.

Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. руб.	Число рабочих	Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. руб.	Число рабочих
1	2	3	4	5	6
1	387	615	16	469	689
2	65	190	17	250	460
3	180	375	18	149	325
4	45	124	19	427	660
5	226	430	20	53	135
6	110	249	21	209	410
7	351	558	22	550	771
8	108	245	23	97	227
9	146	318	24	314	527
10	175	367	25	187	380
11	316	531	26	60	161
12	176	369	27	118	268

Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6
13	100	230	28	106	250
14	264	470	29	591	810
15	67	170	30	214	421

Распределите эти предприятия по объему выпущенной продукции на следующие четыре группы: первая – предприятия с выпуском продукции до 100 тыс. руб., вторая – от 101 до 200 тыс. руб., третья – от 201 до 300 тыс. руб., четвертая – от 301 до 400 тыс. руб., пятая – свыше 400 тыс. руб.

По каждой группе определите: а) число предприятий; б) объем выпущенной продукции; в) число рабочих; г) среднюю выработку одного рабочего (руб.).

Определите среднюю выработку одного рабочего по всем предприятиям (руб.).

Постройте таблицу и заполните ее исчисленными показателями. Установите связь между производительностью труда (средней выработкой одного рабочего) и размером предприятия по выпуску продукции.

ЗАДАЧА 6

Постройте макет таблицы, определите подлежащее, сказуемое. Укажите виды построенных статистических таблиц:

а) для изучения распределения предприятий по размеру выпуска продукции;

б) для характеристики распределения работающих по размеру заработной платы;

в) для характеристики распределения предприятий по проценту выполнения плана;

г) для характеристики распределения населения по возрасту.

ЗАДАЧА 7

Для изучения качества работы предприятий построьте макет таблицы, в которой в подлежащем должны быть группы предприятий по проценту выполнения плана, а в сказуемом – число предприятий, число рабочих, размер валовой продукции по плану и фактический. Укажите подлежащее, сказуемое и вид таблицы.

4.4 ТЕСТЫ

1. Статистическая таблица – это:
 - а) ряд взаимопересекающихся горизонтальных и вертикальных линий, образующих по горизонтали графы, а по вертикали – строки;
 - б) особый способ краткой и наглядной записи сведений об изучаемых явлениях;
 - в) статистическая совокупность, о которой идет речь;
 - г) показатели, характеризующие данную совокупность.
2. Статистические таблицы бывают:
 - а) простые, перечневые, групповые;
 - б) хронологические, комбинационные, простые;
 - в) простые, групповые, комбинационные;
 - г) групповые, территориальные, комбинационные.
3. Если данное явление совсем не имеет места в таблице, ставят:
 - а) 0,0;
 - б) –;
 - в) нет сведений;
 - г) ...
4. Статистическое подлежащее – это:
 - а) числовые показатели, располагаемые в графах;
 - б) статистическая совокупность, о которой идет речь;
 - в) графы – заголовки и числа, расположенные вертикально;
 - г) наглядная запись сведений об изучаемых явлениях.
5. Статистическим сказуемым называются:
 - а) статистические совокупности, характеризующиеся различными показателями;
 - б) показатели, характеризующие совокупности;
 - в) сведения, расположенные в боковых заголовках таблицы;
 - г) числовые характеристики, размещенные в графах таблицы.
6. Статистической таблицей является:
 - а) таблица логарифмов;
 - б) таблица умножения;
 - в) таблица квадратов;
 - г) таблица, в которой обобщаются результаты работы организации.

4.5 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Где излагаются материалы сводки и группировки?
2. Что такое макет таблицы?
3. Как располагается графа в таблице?
4. Какие различают таблицы в зависимости от построения?
5. Чем отличается простая таблица от групповой?
6. Что такое комбинационная таблица?
7. Как нумеруются в таблице графы сказуемого?
8. Как необходимо округлять числа в таблице?
9. Что ставят в таблице, если сведения о явлении отсутствуют?
10. Каковы правила чтения таблиц?

ГЛАВА 5

ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Содержание

- 5.1 Абсолютные статистические величины
- 5.2 Относительные статистические величины
- 5.3 Решение типовых задач
- 5.4 Задачи для самостоятельного решения
- 5.5 Тесты
- 5.6 Вопросы для самоконтроля

5.1 АБСОЛЮТНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Статистический показатель – это количественная характеристика социально-экономических явлений и процессов. Он получается расчетным путем: подсчетом, суммированием, сравнением.

По форме выражения статистические показатели делятся на абсолютные, относительные и средние.

Абсолютные величины показывают размеры (уровни, объемы) общественных явлений в данных условиях места и времени или величины признаков, характеризующих эти явления, и подразделяются на индивидуальные и суммарные.

Индивидуальные абсолютные величины служат основой любого статистического наблюдения и фиксируются в первичных учетных документах.

Суммарные абсолютные величины получают путем прямого подсчета числа единиц наблюдения либо в результате суммирования значений признака у отдельных единиц совокупности.

Абсолютные статистические величины всегда являются числами именованными и выражаются в различных едини-

цах измерения: натуральных, трудовых и денежных. Абсолютные статистические величины могут быть положительными и отрицательными.

Натуральные единицы измерения бывают *простые* (тонны, штуки, литры) и *сложные*, являющиеся комбинацией нескольких разноименных величин (производство электроэнергии – в киловатт-часах, грузооборот транспорта – в тонно-километрах).

При учете продукции и товаров в натуральном выражении часто применяются *условно-натуральные* единицы измерения. Сущность применения условных единиц измерения состоит в том, что отдельные разновидности изучаемой совокупности выражаются в единицах одного признака, условно принятого за единицу измерения. Для этого используют коэффициент пересчета:

$$\text{Коэффициент пересчета} = \frac{\text{потребительское значение данного показателя}}{\text{потребительское значение условного показателя}}.$$

Условные натуральные измерители не заменяют, а дополняют натуральные, и в экономическом анализе их используют совместно.

Стоимостные единицы измерения используются для выражения объема разнородной продукции в стоимостной (денежной) форме. В стоимостных единицах выражают валовой выпуск продукции, доходы населения и др.

В *трудовых* единицах измерения (человеко-днях, человеко-часах) учитываются общие затраты труда в организации, трудоемкость операций технологического цикла.

5.2 ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Относительный показатель в статистике – это обобщающий показатель, который представляет собой частное от деления одного абсолютного показателя на другой. Величину, в которой производится сравнение, называют базой сравнения, или основанием.

В зависимости от базы сравнения относительный показатель может быть представлен в различных единицах измерения: если за базу принята единица, то в коэффициентах; если 100, то в процентах; если 1 000, то в промилле; если 10 000, то в продецимилле.

Все относительные показатели можно подразделить на следующие виды: показатели динамики, плана, реализации плана, структуры, координации, интенсивности и уровня экономического развития, сравнения.

Относительный показатель динамики (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) и уровня этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{текущий показатель}}{\text{предшествующий или базисный показатель}}$$

Расчитанная таким образом величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает предшествующий (базисный), или какую долю от последнего он составляет. Если данный показатель выражен кратным отношением, он называется *коэффициентом роста*. При умножении этого коэффициента на 100% получают *темп роста*.

Все субъекты финансово-хозяйственной сферы, начиная от небольших семейных предприятий и заканчивая крупными концернами, в той или иной степени осуществляют перспективное планирование своей деятельности, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются *относительные показатели плана (ОПП)* и *реализации плана (ОПРП)*:

$$\text{ОПП} = \frac{\text{показатель, планируемый на } (i + 1) \text{ период}}{\text{показатель, достигнутый в } i\text{-м периоде}}$$

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{показатель, достигнутый в } (i + 1) \text{ периоде}}{\text{показатель, запланированный на } (i + 1) \text{ период}}$$

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует взаимосвязь:

$$ОПД = ОПП \times ОПРП .$$

Относительный показатель структуры (ОПС) – это соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого.

$$ОПС = \frac{\text{показатель, характеризующий часть структуры}}{\text{показатель совокупности в целом}}$$

Относительный показатель структуры выражается в долях единицы или в процентах и называется долями или удельным весом.

Относительный показатель интенсивности (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления в присущей ему среде:

$$ОПИ = \frac{\text{показатель, характеризующий явление } A}{\text{показатель, характеризующий среду распространения явления } A}$$

Этот показатель исчисляется, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабе явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Как в предшествующем случае, он может выражаться в процентах, промилях или быть именованной величиной. Например, для определения уровня рождаемости, измеряемого в процентах, рассчитывается число родившихся на 100 человек населения, для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 км² территории.

Расчет относительных показателей интенсивности в ряде случаев связан с проблемой выбора обоснованной, соответствующей данному процессу или явлению базы сравнения.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются относительные показатели уровня экономического развития, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения.

Относительные показатели координации (ОПК) характеризуют соотношение отдельных частей целого между собой:

$$ОПК = \frac{\text{показатель, характеризующий } i\text{-ую часть совокупности}}{\text{показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате находят, сколько единиц каждой структурной части приходится на 1 единицу (иногда на 100, 1 000 и т.д. единиц) структурной базисной части.

5.3 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Определите общий объем поставки молочной продукции в торговую сеть в условно-натуральных единицах за сентябрь месяц на основании следующих данных:

Наименование продукции	Объем поставки	Коэффициент пересчета
Молоко 3,2%, л	144,0	1,0
Молоко 6,0%, л	107,0	2,0
Кефир, л	37,0	1,0
Ацидофилин, л	12,0	1,0
Ряженка, л	6,2	2,0
Сметана, кг	113,0	8,5

Решение

Объем поставок молочной продукции за сентябрь месяц в натурально-условных единицах:

Наименование продукции	Объем поставки	Коэффициент пересчета	Объем поставки в натурально-условных единицах
Молоко 3,2%, л	144,0	1,0	144,0
Молоко 6,0%, л	107,0	2,0	214,0
Кефир, л	37,0	1,0	37,0
Ацидофилин, л	12,0	1,0	12,0
Ряженка, л	6,2	2,0	12,4
Сметана, кг	113,0	8,5	960,5
Итого	—	—	1 379,9

ЗАДАЧА 2

На основании следующих данных определите процент выполнения плана, решение оформите в виде таблицы.

Планом предусмотрено выпустить продукции: предприятиями машиностроения и металлообработки – на сумму 63 млн долл., текстильной промышленности – на 18 млн долл., пищевой промышленности – на 21,5 млн долл. Фактический выпуск продукции составил соответственно 66,4; 17,6 и 22,1 млн долл.

Решение

Предприятия отрасли	По плану, млн долл.	Фактически, млн долл.	Процент выполнения плана
Машиностроения и металлообработки	63,0	66,4	105,4
Текстильной промышленности	18,0	17,6	97,8
Пищевой промышленности	21,5	22,1	102,7
Итого	102,5	106,1	103,3

ЗАДАЧА 3

Планом намечено снижение себестоимости изделия на 1,5 тыс. руб. при уровне себестоимости этого изделия 75 тыс. руб. Фактическая себестоимость этого изделия составила 73,44 тыс. руб. Определите относительную величину выполнения плана по снижению себестоимости этого изделия.

Решение

Для вычисления процента выполнения плана по снижению себестоимости изделия находим фактическую величину снижения себестоимости:

$$75 \text{ тыс. руб.} - 73,44 \text{ тыс. руб.} = 1,56 \text{ тыс. руб.}$$

Теперь рассчитаем относительную величину фактического снижения себестоимости (1,56 тыс. руб.) к плановой величине снижения:

$$\text{Относительная величина выполнения плана} = \frac{1,56}{1,5} \cdot 100\% = 104,0\%.$$

Таким образом, плановое задание по снижению себестоимости данного изделия перевыполнено на 4%.

5.4 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

В отчетном периоде консервными предприятиями города и района произведено продукции:

Наименование продукции	Объем банки	Количество банок, шт.
Соус томатный, г	535	120 000
Икра кабачковая, г	510	150 000
Огурцы соленые, см ³	1 000	300 000
Томаты натуральные, см ³	800	200 000
Молоко сгущенное, г	400	500 000

Исчислите общий объем производства консервов в отчетном периоде в условных единицах.

Примечание. За условную банку принимается:

а) банка с массой продукции нетто (варенья, джема, повидла, желе, томатных соусов, стерилизованных фруктовых соков, овощных и фруктовых маринадов, а также концентрированных томатопродуктов, приведенных к 12%-й плотности) 400 г;

б) банка (со всеми другими видами продукции) емкостью 353,4 см³.

ЗАДАЧА 2

В отчетном периоде на производственные нужды на заводе торгового машиностроения израсходованы следующие виды топлива: мазут топочный – 800 т, уголь донецкий – 460 т, газ природный – 940 тыс. м³.

Исчислите общий размер потребленного топлива в условных единицах измерения, используя средние калорийные эквиваленты.

Вид топлива	Калорийные эквиваленты
Уголь донецкий, т	0,9
Мазут, т	1,37
Газ природный, тыс. м ³	1,2

ЗАДАЧА 3

Имеются следующие данные о выпуске отдельных видов продукции химзаводом:

Наименование	Выпуск, тыс. т	Коэффициент пересчета
Мыло хозяйственное:		
60%-е	42,0	1,75
40%-е	29,0	1,0
Мыло туалетное	40,0	1,75
Порошок стиральный	25,0	0,5

Определите объем продукции в натурально-условных единицах измерения.

ЗАДАЧА 4

Выплавка чугуна по цехам завода в отчетном периоде характеризуется следующими данными:

Вид чугуна	Выпуск, тыс. т	Коэффициент пересчета
Ванадиевый	52	1,35
Зеркальный	76	1,50
Ковкий и валкий	94	1,15
Литейный	110	1,15
Передельный	126	1,0
Хромоникелевый	126	1,50

Исчислите общий объем выплавки чугуна в натуральном выражении и в условных единицах. Объясните разницу в исчисленных показателях объема выпуска продукции.

ЗАДАЧА 5

Фактическая себестоимость 1 т продукции по заводу в прошлом году составила 54 руб. В плане на текущий год предусмотрено снизить себестоимость 1 т этой продукции до 52 руб. Выразите плановое задание в относительных показателях.

ЗАДАЧА 6

По плану на текущий год завод должен был выпустить продукции на 1 700 тыс. руб. при средней численности работающих 680 чел. Фактически же в этом году завод выпустил продукции на 1 856 тыс. руб. при средней численности работающих 673 чел.

Определите показатели выполнения плана на заводе:

- по выпуску продукции;
- численности работающих;
- производительности труда.

ЗАДАЧА 7

Имеются следующие данные о производстве сахара отдельными заводами области:

Номер завода	Фактический выпуск сахара, т	Процент выполнения плана
1	161 000	115
2	124 800	96
3	96 900	102
4	112 000	100

Определите средний процент выполнения плана производства сахара всеми заводами области.

ЗАДАЧА 8

Ниже приведены данные о плане и степени его выполнения по численности рабочих в цехах станкостроительного завода за год.

Цех завода	Число рабочих по плану	Процент выполнения плана по численности рабочих
Сборочный	550	102
Механический	480	95
Литейный	375	104
Ремонтный	160	100
Энергетический	40	90

Определите средний процент выполнения плана по численности рабочих завода в целом.

ЗАДАЧА 9

На заводе «Искра» общее число работников на 1 января 2006 г. составило 4 750 чел.: рабочих – 3 725 чел., в том числе основных рабочих – 2 271 чел.

Определите:

а) какой процент составляют рабочие от общей численности работников завода;

б) каков удельный вес основных рабочих в общем числе рабочих;

в) какую часть составляют основные рабочие от всей численности работников завода.

ЗАДАЧА 10

Общая сумма затрат машиностроительного завода на изготовление продукции составила за год 18 750,0 тыс. руб., из них на материалы затрачено 10 687,5 тыс. руб., на топливо и энергию – 675,0 тыс. руб., на прочие расходы – 731,2 тыс. руб., на заработную плату – 5 906,3 тыс. руб., на амортизацию – 750,0 тыс. руб.

Исчислите относительные величины, характеризующие структуру затрат машиностроительного завода. Запишите заданные абсолютные и исчисленные относительные величины в таблицу.

ЗАДАЧА 11

Первый механический цех завода за год выработал продукции на 1 200 тыс. руб., второй механический цех – на 1 600 тыс. руб. В первом цехе брак продукции составил 0,8%, во втором – 0,5%.

Определите, какой процент составил брак в двух механических цехах вместе.

ЗАДАЧА 12

Планом предусматривалось снизить себестоимость сравнимой продукции по предприятию на 4,2%. Фактически она снизилась на 5,5% по отношению к уровню прошлого года.

Определите степень выполнения предприятием планового задания по снижению себестоимости сравнимой продукции.

ЗАДАЧА 13

Планом был предусмотрен рост промышленной продукции в размере 8%. Фактический объем промышленного производства возрос на 12%.

Исчислите степень выполнения предприятием планового задания по росту выпуска промышленной продукции.

ЗАДАЧА 14

Среднегодовая численность населения района в прошлом году составляла 31 550 чел. Площадь района равна 997 км². ЗАГС зарегистрировал за прошлый год 495 случаев рождения детей.

Определите:

- плотность населения района;
- коэффициент рождаемости.

К какому виду относительных величин принадлежат эти показатели?

ЗАДАЧА 15

Имеются данные о затратах машиностроительного завода на производство серии машин (тыс. долл.):

Элементы затрат на производство	Фактические затраты	
	базисный период	отчетный период
Сырье и основные материалы за вычетом отходов	371	415
В том числе покупные изделия, комплектующие	190	265
Вспомогательные материалы	160	192
Топливо	24	26
Энергия	84	104
Заработная плата (основная и дополнительная)	562	596
Отчисления в фонд социальной защиты	197	209
Другие отчисления	112	119
Амортизация основных фондов	150	152
Прочие расходы	69	68
Итого затраты на производство		

Исчислите:

а) структуру затрат на производство в отчетном и базисном периодах;

б) изменения по каждому элементу затрат на производство в отчетном периоде по сравнению с базисным (в долларах и процентах). Полученные результаты проанализируйте и сделайте выводы.

5.5 ТЕСТЫ

1. Относительные величины могут выражаться в следующих единицах измерения:
 - а) натуральных, процентах;
 - б) промилле, условно-натуральных единицах;
 - в) процентах, промилле, коэффициентах;
 - г) коэффициентах, денежном выражении, процентах.
2. Относительная величина, характеризующая структуру совокупности – это:
 - а) отношение величины текущего периода к величине базисного периода;
 - б) отношение части совокупности ко всей совокупности;
 - в) отношение фактического уровня к плановому;
 - г) отношение планового уровня к базисному.
3. Коэффициент интенсивности равен:
 - а) отношению качественно разнородных совокупностей;
 - б) отношению частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения;
 - в) отношению одноименных показателей;
 - г) отношению величины текущего периода к базисной.
4. Абсолютные величины выражают:
 - а) суммарные величины;
 - б) уровни, характеризующие состояние явления на определенный момент либо за определенный период времени;
 - в) расчетные абсолютные величины;
 - г) объем признака.
5. Абсолютные величины выражаются в единицах измерения:
 - а) килограммах, штуках, промилле;
 - б) тоннах, штуках, процентах;
 - в) килограммах, штуках, метрах, тоннах;
 - г) штуках, промилле, килограммах.
6. Относительные величины выполнения плана:
 - а) характеризуют состав явления и показывают, какой удельный вес в общем итоге составляет каждая его часть;
 - б) показывают отношение фактического уровня к плановому;
 - в) это отношение двух разноименных показателей;
 - г) это отношение планового задания к фактически достигнутому в базисном периоде.

7. Укажите относительную величину уровня экономического развития:

- а) производство продукции составило 356 439 млн руб.;
- б) на душу населения произведено 674 м³ газа;
- в) рост производства продукции составил 15%;
- г) прибыль предприятия составила 5 683 458 млн руб.

5.6 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Назовите статистические показатели по форме выражения.
2. Что такое суммарные абсолютные величины?
3. Каковы единицы измерения абсолютных статистических величин?
4. Что такое условно-натуральные единицы измерения?
5. Что называют относительным показателем?
6. Назовите виды относительных статистических показателей.
7. Что характеризуют относительные показатели уровня экономического развития?
8. Как определить относительный показатель динамики?
9. Назовите единицы измерения относительных показателей.
10. К числу каких относительных показателей относится показатель плотности населения?
11. Как определить относительный показатель координации?
12. Какая существует взаимосвязь между относительными показателями плана, реализации плана и динамики?

ГЛАВА 6

ТЕОРИЯ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Содержание

- 6.1 Сущность и значение средних величин
- 6.2 Исчисление средней арифметической простой и взвешенной
- 6.3 Исчисление средней величины в случае интервального ряда
- 6.4 Средняя хронологическая величина
- 6.5 Средняя гармоническая величина
- 6.6 Средняя геометрическая величина
- 6.7 Средняя квадратическая величина
- 6.8 Исчисление средней арифметической по способу моментов
- 6.9 Мода
- 6.10 Медиана
- 6.11 Решение типовых задач
- 6.12 Задачи для самостоятельного решения
- 6.13 Тесты
- 6.14 Вопросы для самоконтроля

6.1 СУЩНОСТЬ И ЗНАЧЕНИЕ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Часто необходимо исчислять показатели, дающие обобщенную характеристику совокупности по тому или иному признаку. Среди обобщающих показателей, характеризующих общественные явления, большое значение имеют средние величины.

Для характеристики земледелия приводят данные среднего урожая с 1 га. Уровень продуктивности животноводства показывают величины среднего надоя молока на одну корову, среднего настрига шерсти на одну овцу и т.д.; производительность труда в промышленности выражают средней выработкой продукции на одного человека.

Средние величины исчисляются для того, чтобы дать сводную обобщающую характеристику всей совокупности или группы общественных явлений по одному какому-то признаку.

Размер заработной платы у рабочих одной профессии может быть различным, но в то же время в данных конкретных условиях места и времени существует какой-то характерный размер их заработка в отличие от заработка других профессий.

Средняя величина представляет собой обобщающую характеристику единиц совокупности по какому-либо варьирующему признаку. Основой для получения правильных средних является научная группировка статистических материалов, в результате которой получают однородные данные по тому или иному группировочному признаку. Итак, *средняя может служить обобщенной характеристикой совокупности только тогда, когда совокупность состоит из однотипных единиц*. Если же средние исчисляются для разнокачественных, разнотипных явлений, то они теряют реальный смысл.

Статистика устанавливает следующие принципы научного применения метода средних величин:

1. Прежде чем исчислять среднюю, необходимо тщательно проанализировать состав совокупности.

2. Не следует исчислять средние только для совокупности в целом, а надо широко использовать групповые средние для отдельных частей совокупности.

3. Необходимо правильно выбирать вид средней.

Средние величины делятся на два класса:

1) степенные средние (арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая, кубическая);

2) структурные (мода, медиана).

Степенные средние объединяются общей формулой (при различных значениях m):

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m}{n}},$$

где \bar{x} – среднее значение исследуемого явления;

m – показатель степени средней;

x – текущее значение осредняемого признака;

n – число признаков.

6.2 ИСЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОСТОЙ И ВЗВЕШЕННОЙ

Наиболее распространенным видом средних величин является средняя арифметическая, которая в зависимости от характера имеющихся данных может быть простой и взвешенной. Средняя арифметическая простая используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным.

В общем виде формулу простой арифметической можно записать так:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n},$$

где \bar{x} – средняя величина (читается «икс с чертой»);

x – индивидуальные значения величины признака (варианты);

n – число единиц совокупности (частоты или веса);

Σ – знак суммирования («сигма» – буква греческого алфавита).

При расчете средних величин отдельные значения признака могут повторяться, встречаться по нескольку раз. В этом случае используется средняя арифметическая взвешенная величина.

Формулу средней арифметической величины можно представить в следующем виде:

$$\bar{x}_a = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f},$$

где f – частоты.

Итак, если отдельные значения признака (варианты) повторяются в совокупности по нескольку раз, то исчисляется средняя арифметическая взвешенная. Чтобы ее определить, надо:

- 1) варианты умножить на соответствующие частоты (веса);
- 2) произведения сложить;
- 3) сумму произведений разделить на сумму частот.

Простая средняя арифметическая – частный случай средней арифметической взвешенной.

6.3 ИСЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ В СЛУЧАЕ ИНТЕРВАЛЬНОГО РЯДА

На практике часто приходится исчислять среднюю величину для интервального вариационного ряда. В интервальных рядах значение вариант дано в виде интервала «от... до...». Поэтому для расчета средней надо, прежде всего, освободиться от интервалов, т.е. по каждой группе исчислить среднее значение интервала.

Среднее значение интервала находят как полусумму его верхней и нижней границ. После того как найдено среднее значение интервалов, их умножают на частоты (веса) и сумму произведений делят на сумму частот (весов), т.е. так же, как исчисляется средняя арифметическая взвешенная.

Пример

Имеются данные группировки заводов по стоимости готовой продукции. Надо определить среднюю стоимость готовой продукции на один завод.

Номер группы	Группы заводов по стоимости готовой продукции, млн долл.	Число заводов
1	до 2	10
2	2-3	20
3	3-4	30
4	4-5	25
5	5-6	10
6	свыше 6	5
Итого	-	100

Решение

Для исчисления средней в интервальном ряду нужно, прежде всего, получить середину интервала каждой группы.

Для второй группы: $(2 + 3) : 2 = 2,5$ и т.д.

Имеются интервалы с так называемыми открытыми границами в первой и шестой группах (до 2 и выше 6). В таких случаях берем значение последующего интервала (для первого: $3 - 2 = 1$) и определяем размер интервала и нижнюю его границу: $2 - 1 = 1$ (нижняя граница); $(1 + 2) : 2 = 1,5$ – среднее значение для первой группы; для последней группы – размер интервала в предыдущей группе (5-й): $6 - 5 = 1$. Находим верхнюю границу шестого интервала: $6 + 1 = 7$. Устанавливаем середину 6-й группы: $(6 + 7) : 2 = 6,5$.

После того как найдено среднее значение интервалов, расчет производится по формуле средней арифметической взвешенной: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{f}$.

Расчет средней стоимости готовой продукции на один завод:

Номер группы	Группы заводов по стоимости готовой продукции, млн долл.	Число заводов (f)	Среднее значение интервала и его расчет (x), млн долл.	Произведение вариант на частоты (xf), млн долл.
1	до 2	10	$(1 + 2):2 = 1,5$	15,0
2	2-3	20	$(2 + 3):2 = 2,5$	50,0
3	3-4	30	$(3 + 4):2 = 3,5$	105,0
4	4-5	25	$(4 + 5):2 = 4,5$	112,5
5	5-6	10	$(5 + 6):2 = 6,5$	55,0
6	свыше 6	5	$(6 + 1):2 = 6,5$	32,5
Итого	-	$\sum f = 100$	$\bar{x} = 3,7$	$\sum xf = 370$

$$\bar{x}_{sp} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{370}{100} = 3,7.$$

Таким образом, мы рассчитали, что 3,7 млн долл. в среднем приходится на один завод из ста.

6.4 СРЕДНЯЯ ХРОНОЛОГИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

Если числовые значения (варианты) известны на определенные периоды времени (моменты), то средняя величина исчисляется по формуле средней хронологической:

$$\bar{x}_{sp} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1}.$$

Пример

Определите среднюю годовую стоимость нормируемых оборотных средств за год, если известны их остатки на первые числа месяца (млн руб.):

Январь – 520
 Февраль – 540
 Март – 535
 Апрель – 525
 Май – 570
 Июнь – 560

Июль – 520
 Август – 550
 Сентябрь – 510
 Октябрь – 530
 Ноябрь – 560
 Декабрь – 580
 Январь следующего года – 540

$$\overline{x_{\text{пр}}} = \frac{\frac{520}{2} + 540 + 535 + 525 + 570 + 560 + 520 + 550 + 510 + 530 + 560 + 580 + \frac{540}{2}}{13 - 1}$$

$$= \frac{6510}{12} = 542,5 \text{ тыс. руб.}$$

6.5 СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

Средняя гармоническая – это величина, обратная средней арифметической из обратных значений признака. Иногда бывают известны лишь сведения о значении признака и его общем объеме, а число единиц неизвестно. В зависимости от характера анализируемого материала ее применяют тогда, когда веса приходится не умножать, а делить на варианты или умножать на их обратное значение.

Различают среднюю гармоническую простую и взвешенную. Средняя гармоническая простая определяется по формуле:

$$\overline{x_{\text{гарм.}}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

Применяется она тогда, когда вес (частота) каждого варианта равен единице. К средней гармонической простой прибегают для определения средних затрат труда, времени, материалов на единицу продукции по двум, трем, четырем и так далее предприятиям.

Пример

Три промышленных предприятия заняты производством миксеров. Себестоимость миксера на первом предприятии – 5 у.е., на втором – 3 у.е., на третьем – 6 у.е. Определите среднюю себестоимость миксера.

Решение

Используя формулу средней гармонической простой определяем:

$$x_{\text{ср. гарм. пр.}} = \frac{1+1+1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 4,286 \text{ у.е.}$$

Средняя гармоническая взвешенная применяется тогда, когда в качестве весов используются не единицы совокупности,

и произведения этих единиц на значение признака. Вместо гармонической взвешенной всегда можно рассчитать среднюю арифметическую, но для этого сначала нужно определить веса отдельных значений, скрытые в весах средней гармонической.

Пример

Представлены следующие данные о выработке однородной продукции рабочими в каждой бригаде:

Номер бригады	Средняя выработка на одного рабочего (x), шт	Общая выработка всеми рабочими (xT), шт.	Количество человек в каждой бригаде (T)
1	$x_1 = 20$	$x_1T = 1\ 000$	$T_1 = 50$
2	$x_2 = 22$	$x_2T = 1\ 100$	$T_2 = 50$
3	$x_3 = 24$	$x_3T = 1\ 440$	$T_3 = 60$
Итого	\bar{x}	$3\ 540 = \Sigma xT$	$160 = \Sigma T$

Определите среднюю выработку на одного рабочего по всем бригадам вместе, используя формулу средней гармонической взвешенной.

Решение

Для исчисления общей средней надо определить количество человек, работающих в каждой бригаде, путем деления общей выработки деталей в каждой бригаде на их среднюю величину, т.е. в бригаде № 1: $\frac{1\ 000 \text{ шт.}}{20 \text{ шт.}} = 50 \text{ чел.}$

Таким же образом выполняем расчеты по остальным бригадам. Затем общую выработку делим на общее количество человек:

$$\bar{x} = \frac{3\ 540 \text{ шт.}}{160 \text{ чел.}} = 22,1 \text{ шт.}$$

Запишем, как был получен этот результат из первоначальных данных, приведенных во 2-й и 3-й графах таблицы:

$$\bar{x} = \frac{1\ 000 + 1\ 100 + 1\ 440}{\frac{1\ 000}{20} + \frac{1\ 100}{22} + \frac{1\ 440}{24}} = \frac{3\ 540}{160} = 22,1 \text{ шт.}$$

Число рабочих можно также определить, умножив общую выработку в каждой бригаде на обратную величину значения признака (среднюю выработку):

$$\frac{1}{20} 1\ 000 = 50; \quad \frac{1}{22} 1\ 100 = 50; \quad \frac{1}{24} 1\ 440 = 60.$$

Формулу средней гармонической можно записать так:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} = \frac{\sum T}{\sum \frac{1}{x} T},$$

где x – отдельные варианты; T – веса.

6.6 СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

Средняя геометрическая применяется в тех случаях, когда индивидуальные значения признака представляют собой относительные величины динамики, построенные в виде цепных величин.

Для определения среднего темпа роста используют среднюю геометрическую:

а) невзвешенную: $\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[k]{x_1 x_2 x_3 \dots x_k} = \sqrt[k]{\prod x_i},$

где k – количество осредняемых величин;

б) взвешенную:

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[m]{(x_1)^{m_1} (x_2)^{m_2} (x_3)^{m_3} \dots (x_k)^{m_k}} = \sqrt[m]{\prod (x_i)^{m_i}}.$$

Наиболее широкое применение средняя геометрическая получила для определения средних темпов изменения в рядах динамики, а также в рядах распределения.

6.7 СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

В экономической практике иногда возникает потребность расчета среднего размера признака, выраженного в квадратных или кубических единицах измерения. В таких случаях применяется средняя квадратическая (например, для вычисления средней величины стороны квадратных участков, средних диаметров труб и т.п.) и средняя кубическая (например, при определении средней длины стороны n кубов)

Средняя квадратическая простая является квадратным корнем из частного от деления суммы квадратов отдельных значений признака на их число:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}.$$

$$\text{Взвешенная: } \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f}{\sum f}}$$

В статистической практике находят применение средние третьего и более высоких порядков.

6.8 ИСЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПО СПОСОБУ МОМЕНТОВ

Расчеты средней арифметической могут быть громоздкими, если варианты (значения признака) и веса имеют очень большие или очень малые значения и затрудняется сам процесс подсчета. Тогда для простоты счета используется ряд *свойств* средней арифметической:

1) если уменьшить (увеличить) все варианты на какое-либо произвольное число A , то новая средняя уменьшится (увеличится) на то же число A , т.е. изменится на $\pm A$;

2) если уменьшить все варианты (значения признака) в одинаковое число раз K , то средняя уменьшится во столько же раз, а при увеличении в K раз – увеличится в K раз;

3) если уменьшить или увеличить веса (частоты) всех вариантов на какое-либо постоянное число A , то средняя арифметическая не изменится;

4) сумма отклонений всех вариантов от общей средней равна нулю.

Перечисленные свойства средней арифметической позволяют в случае необходимости упрощать расчеты путем замены абсолютных частот относительными, уменьшать варианты (значения признака) на какое-либо число A , сокращать их в K раз и рассчитывать среднюю арифметическую из уменьшенных вариантов, а затем переходить к средней первоначального ряда.

Способ исчисления средней арифметической с использованием ее свойств известен в статистике как *способ условного нуля*, или *условной средней*, или как *способ моментов*.

Кратко этот способ можно записать в виде формулы:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{K} \right) f}{\sum f} K + A.$$

Если уменьшенные варианты (значения признака $\frac{x-A}{K}$)

обозначить через $x' = \frac{x-A}{K}$, то приведенную выше формулу

можно записать в виде: $\bar{x} = \bar{x}'K + A$.

Для определения величины какого-либо числа A (применяется формула упрощения исчисления средней арифметической взвешенной интервального ряда) используют следующие приемы:

1. Величина A равна величине первого значения средней величины интервала (продолжим на примере задачи, где $x = 3,7$ млн долл., а $x_1 = 1,5$ млн долл.).

Расчет средней из уменьшенных вариантов:

Интервалы	Среднее значение интервала (x)	$x'_i = x - A$ ($A = 1,5$)	Число заводов (f)	Произведение ($x - A$) $f = x'_i f$
До 2	1,5	1,5 - 1,5 = 0	10	0
2-3	2,5	2,5 - 1,5 = 1	20	20
3-4	3,5	3,5 - 1,5 = 2	30	60
4-5	4,5	4,5 - 1,5 = 3	25	75
5-6	5,5	5,5 - 1,5 = 4	10	40
Свыше 6	6,5	6,5 - 1,5 = 5	5	25
Итого	3,7	-	$\sum f = 100$	$220 = \sum (x - A) f$

$$\bar{x}' = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ млн долл.}; \bar{x} = \bar{x}' + A.$$

Так как $A = 1,5$, то $\bar{x} = 2,2 + 1,5 = 3,7$ млн долл. (как в первом примере).

2. Величину A берем равной: а) величине среднего значения интервала с наибольшей частотой повторений (в данном случае $A = 3,5$ при $f = 30$); б) значению средней варианты; в) числовому выражению наибольшей варианты (наибольшее значение признака $x = 6,5$), деленному на размер интервала (здесь - 1).

Расчет средней при $A = 3,5$, $f = 30$, $K = 1$ рассмотрим на том же примере.

Расчет средней способом моментов:

Интервалы	Среднее значение интервала (x)	$x' = \frac{x - A}{K}$	Число заводов (f)	Произведение $x'f = \frac{x - A}{K} f$
До 2	1,5	(1,5 - 3,5):1 = -2	10	-20
2-3	2,5	(2,5 - 3,5):1 = -1	20	-20
3-4	3,5	(3,5 - 3,5):1 = 0	30	0
4-5	4,5	(4,5 - 3,5):1 = 1	25	25
5-6	5,5	(5,5 - 3,5):1 = 2	10	20
Свыше 6	6,5	(6,5 - 3,5):1 = 3	5	15
Итого	3,7	-	100 = $\sum f$	20 = $\sum x'f$ (-40 + 60 = 20)

$$\bar{x}' = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{20}{100} = 0,2; \quad x = (x' + A)K; \quad \bar{x} = \bar{x}'K + A;$$

$$x = 0,2 \cdot 1 + 3,5 = 3,7 \text{ млн долл.}$$

Способ моментов (условного нуля, или условной средней) заключается в том, что при сокращенном способе расчета средней арифметической мы выбираем такой момент, при котором в новом ряду одним из значений признака был бы ноль:

$x' = \frac{x - A}{K} = 0$, т.е. приравниваем $x'_0 = 0$ и отсюда выбираем величину A и K .

Надо иметь в виду, что если $(x - A): K$, где K – равная величина интервала, то полученные новые варианты (x') образуют в равноинтервальном ряду ряды натуральных чисел (1, 2, 3 и т.д.): положительных вниз и отрицательных вверх от нуля. Среднюю арифметическую из этих новых вариантов (m_1) называют моментом первого порядка и выражают формулой

$$m_1 = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{20}{100} = 0,2.$$

Чтобы определить величину средней арифметической, нужно величину момента первого порядка умножить на величину того интервала K , на который делим все варианты, и прибавить к полученному произведению величину варианты A , которую вычитали.

$$K = i; \quad i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{7-1}{6} = 1;$$

$$\bar{x} = im + a = 1 \cdot 0,2 + 3,5 = 3,7 \text{ млн долл.}$$

Таким образом, рассчитать способом моментов или условного нуля среднюю арифметическую из вариационного ряда, если ряд равноинтервальный, значительно легче.

6.9 МОДА

Мода – величина признака (варианта), наиболее часто повторяющаяся в изучаемой совокупности.

Для дискретных рядов распределения модой будет значение варианты с наибольшей частотой.

Пример

Фабрикой при определении плана по производству мужских туфель по результатам продажи было произведено изучение покупательского спроса. Распределение реализованной обуви характеризовалось следующими показателями.

Размер обуви	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45 и выше
Число пар в процентах к итогу	–	1	6	8	22	30	20	11	1	1

Наибольшим спросом пользовалась обувь 41-го размера. Она составила 30% от количества реализованной обуви. В этом ряду распределения $M_0 = 41$.

Для интервальных рядов распределения с равными интервалами мода определяется по формуле

$$M_0 = x_{M_0} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})},$$

где x_{M_0} – величина нижней границы интервала, содержащего моду;

f_{M_0} – частота модального интервала;

f_{M_0-1} – частота интервала, предшествующего модальному, т.е. предмодального;

f_{M_0+1} – частота интервала, следующего за модальным, т.е. послемодального.

Прежде всего необходимо найти интервал, в котором находится мода, т.е. модальный интервал. В вариационном ряду с равными интервалами он определяется по наибольшей частоте, в рядах с неравными интервалами – по наибольшей плотности распределения.

Пример

Пример расчета моды в интервальном ряду:

Группы предприятий по числу работающих, чел.	Число предприятий	Группы предприятий по числу работающих, чел.	Число предприятий
100–200	1	500–600	19
200–300	3	600–700	15
300–400	7	700–800	5
400–500	30		
Итого			80

Дана группировка предприятий по численности промышленно-производственного персонала. Найти моду. В нашей задаче наибольшее число предприятий (30) имеет группировка с численностью работающих от 400 до 500 человек. Следовательно, этот интервал является модальным интервалом ряда распространения с равными интервалами. Введем следующие обозначения:

$$x_{M_0} = 400; f_{M_0} = 30; f_{M_0-1} = 7; h_{M_0} = 100; f_{M_0+1} = 19.$$

Подставим эти значения в формулу вычисления моды и произведем расчет:

$$M_0 = x_{M_0} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} =$$

$$= 400 + 100 \frac{30 - 7}{(30 - 7) + (30 - 19)} = 400 + 100 \frac{23}{23 + 11} = 467 \text{ чел.}$$

Таким образом мы определили значение модальной величины признака, заключенного в этом интервале (400–500), т.е. $M_0 = 467$ чел.

Во многих случаях при характеристике совокупности в качестве обобщающего показателя отдается предпочтение моде, а не средней арифметической. Так, при изучении цен на рынке фиксируется и изучается в динамике не средняя цена на определенную продукцию, а модальная. При изучении спроса

населения на определенный размер обуви или одежды представляет интерес определение модального номера, а не средний размер, который вообще не имеет значения. Если средняя арифметическая близка по значению к моде, значит она типична.

6.10 МЕДИАНА

Медианой в статистике называется варианта, расположенная в середине вариационного ряда. Если дискретный ряд распределения имеет нечетное число членов ряда, то медианой будет варианта, находящаяся в середине ранжированного ряда, т.е. к сумме частот нужно прибавить 1 и все разделить на 2, результат и даст порядковый номер медианы.

Если в вариационном ряду четное число вариант, тогда медианой будет половина суммы двух срединных вариант.

Для нахождения медианы в интервальном вариационном ряду определяем сначала медианный интервал по накопленным частотам. В таком интервале кумулятивная (накопленная) частота равна или превышает половину суммы частот. Накопленные частоты образуются путем постепенного суммирования частот, начиная от интервала с наименьшим значением признака.

Пример

Расчет медианы в интервальном вариационном ряду:

Интервалы	Частоты (f)	Кумулятивные частоты	Расчет частот
60–70	10	10	—
70–80	30	40	10 + 30
80–90	50	90	40 + 50
90–100	60	150	90 + 60
100–110	145	295	150 + 145
110–120	110	405	295 + 110
120–130	80	485	405 + 80
130–140	15	500	485 + 15
Сумма	$f = 500$	—	—

Половина суммы накопленных частот равна 250 ($500 : 2$). Следовательно, медианным интервалом будет интервал со значением признака 100–110. До этого интервала сумма накопленных частот составила 150. Значит, чтобы

получить значение медианы, необходимо прибавить еще 100 единиц (250 – 150). При определении значения медианы предполагается, что значение признака в границах интервала распределяется равномерно. Следовательно, если 145 единиц, находящихся в этом интервале, распределить равномерно, то 100 единицам будет соответствовать величина:

$$10 : 145 \cdot 100 = 6,9.$$

Прибавив полученную величину к минимальной границе медианного интервала, получим искомое значение медианы:

$$M_e = 100 + 6,9 = 106,9.$$

Медиану в вариационном интервальном ряду можно также исчислить по формуле:

$$M_e = x_{M_e} + h_{M_e} \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где x_{M_e} – величина нижней границы медианного интервала ($x_{M_e} = 100$);

h_{M_e} – величина медианного интервала ($h_{M_e} = 10$);

$\sum f$ – сумма частот ряда (численность ряда 500);

S_{M_e-1} – сумма накопленных частот в интервале, предшествующем медианному ($S_{M_e-1} = 150$);

f_{M_e} – частота медианного интервала ($f_{M_e} = 145$).

Подставив в формулу значения, получим:

$$M_e = 100 + 10 \left(\frac{\frac{500}{2} - 150}{145} \right) = 106,9.$$

6.11 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

В бригаде 12 слесарей-сборщиков. В январе по календарю каждый рабочий должен отработать 180 часов. Фактически каждый член бригады отработал соответственно следующее число часов: 180, 178, 175, 177, 180, 173, 177, 180, 179, 176, 175, 180.

Определите среднее число часов работы слесаря-сборщика.

Решение

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{f} = \frac{180 \cdot 4 + 178 + 175 \cdot 2 + 177 \cdot 2 + 173 + 179 + 176}{4 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1} = 177,5 \text{ ч.}$$

ЗАДАЧА 2

Имеются данные о выпуске продукции по машиностроительным предприятиям отрасли (млн долл.).

Номер завода	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Выпуск продукции	9,4	8,6	6,0	5,6	5,0	4,9	3,6	3,4	3,5	2,8

Исчислите средний размер продукции на один завод.

Решение

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9,4 + 8,6 + 6,0 + 5,6 + 5,0 + 4,9 + 3,6 + 3,4 + 3,5 + 2,8}{10} = 5,28 \text{ млн долл.}$$

6.12 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

В ткацком цехе фабрики соревнуются две бригады. В первой бригаде восемь ткачих, во второй – девять. Ткачихи первой бригады выработали за смену соответственно 41, 38, 43, 39, 37, 40, 42, 40 метров ткани; ткачихи второй бригады – соответственно 40, 39, 37, 41, 38, 43, 39, 40, 40 м.

Определите, в какой бригаде средняя выработка ткани выше и на сколько.

ЗАДАЧА 2

Рабочие-станочники механосборочного цеха завода распределяются в соответствии с их квалификацией следующим образом:

Тарифный разряд	Тарифный коэффициент	Число рабочих	
		2005 г.	2006 г.
1	2	3	4
1	1,0	80	50
2	1,13	250	150

Окончание таблицы

1	2	3	4
3	1,29	330	300
4	1,48	400	500
5	1,72	600	700
6	2,0	140	200

Определите:

а) средний тарифный разряд;

б) средний тарифный коэффициент рабочих цеха отдельно за 2005 и 2006 гг.

Сформулируйте выводы о характере изменений квалификации рабочих.

ЗАДАЧА 3

Завод пишущих машинок изготовил в I квартале 280 машинок, во II – 300, в III – 310, в IV – 330. Затраты на их выпуск составили: в I квартале – 25 200 руб., во II – 26 400 руб., в III – 27 590 руб., в IV – 28 050 руб.

Определите среднюю себестоимость пишущей машинки:

а) в каждом квартале;

б) в целом за год.

Представьте решение в виде таблицы.

ЗАДАЧА 4

На мебельной фабрике № 2 себестоимость одного письменного стола в I квартале составила 20 у.е., во II – 19 у.е., в III – 18,5 у.е., в IV – 18. В I квартале изготовлено 200 письменных столов, во II – 250, в III – 270, в IV – 300.

Определите:

а) среднюю себестоимость одного письменного стола за год;

б) средний квартальный выпуск письменных столов.

Оформите решение в виде таблицы.

ЗАДАЧА 5

В течение смены (7 ч) один рабочий изготовил 28 деталей одного наименования, второй – 30, третий – 21.

Определите, сколько времени (в мин) в среднем затрачивается на изготовление одной детали.

ЗАДАЧА 6

По отчетным данным о размерах заработной платы за месяц 720 рабочих завода распределены на следующие группы:

Заработная плата в месяц, долл.	Число рабочих	Заработная плата в месяц, долл.	Число рабочих
до 190	20	230–239	140
190–199	30	240–249	100
200–209	45	250–259	90
210–219	100	260 и выше	75
220–229	120		

Определите средний месячный заработок одного рабочего.

ЗАДАЧА 7

Рабочие механического завода распределяются по возрасту следующим образом:

Группы по возрасту, лет	Число рабочих	Группы по возрасту, лет	Число рабочих
до 20	160	35–40	40
20–25	150	40–45	30
25–30	105	45 и более	20
30–35	45		

Определите средний возраст рабочих завода.

ЗАДАЧА 8

Рабочие механического завода распределяются по стажу работы следующим образом:

Стаж работы на данном заводе, лет	Число рабочих	Стаж работы на данном заводе, лет	Число рабочих
до 1 года	50	5–8	250
1–3	140	8–12	200
3–5	200	12 и более	160

Вычислите средний стаж работы рабочих на заводе.

ЗАДАЧА 9

По семи цехам швейной фабрики имеются данные о расходе ткани на производство продукции. Определите расход ткани на одно изделие в среднем по фабрике.

Номер цеха	1	2	3	4	5	6	7
Расход ткани на все изделия, м	150	126	261	200	250	260	420
Расход ткани на одно изделие, м	0,6	0,7	0,9	0,4	0,5	1,3	1,4

ЗАДАЧА 10

Выпуск продукции станкостроительным заводом характеризуется следующими данными:

Вид продукции	Фактический выпуск продукции в отпускных ценах, тыс. долл.	Выполнение плана, %
Готовые изделия	23 000	97
Полуфабрикаты, поставляемые на сторону	19 000	100
Работы и услуги на сторону	3 000	99
Прочая продукция	1 000	105

Определите средний процент выполнения плана в целом по заводу.

ЗАДАЧА 11

Имеются данные по группам заводов города по двум отраслям хозяйства.

I отрасль			II отрасль		
Номер завода	Фактический выпуск, тыс. долл.	Выполнение плана, %	Номер завода	Плановое задание, тыс. долл.	Выполнение плана, %
1	4 600	101,3	1	37 000	102,2
2	37 000	102,7	2	48 000	100,9
3	28 000	99,2	3	39 000	97,3

Вычислите средний процент выполнения плана:

а) по первой отрасли;

б) по второй отрасли.

Укажите, какие виды средних величин необходимо применить при расчетах.

ЗАДАЧА 12

На семенной станции при определении качества семян пшеницы было получено следующее определение семян по проценту всхожести:

Процент всхожести	70	75	80	83	85	90	92	93	Свыше 93
Число проб в процентах к итогу	0,5	0,5	6,0	12	30	40	7	2	2

Определите моду.

ЗАДАЧА 13

При регистрации цен в часы наиболее оживленной торговли у отдельных продавцов были зарегистрированы следующие цены фактической продажи (долл. за кг):

Картофель: 0,2; 0,12; 0,12; 0,15; 0,2; 0,2; 0,2; 0,15; 0,15; 0,15; 0,15; 0,12; 0,12; 0,12; 0,15.

Говядина: 2; 2,5; 2; 2; 1,8; 1,8; 2; 2,2; 2,5; 2; 2; 2; 3; 3; 2,2; 2; 2; 2.

Какие цены на картофель и говядину являются модальными?

ЗАДАЧА 14

Имеются данные о заработной плате 16 слесарей цеха (в долл.):

318; 320; 324; 326; 330; 330; 330; 330; 332; 335; 338; 340; 340; 340; 342; 342.

Найти модальную величину заработной платы.

ЗАДАЧА 15

Определите медиану по следующим данным:

Произведено продукции, шт.	16	18	19	20	21	22	24	Итого
Число рабочих	4	7	12	11	10	4	3	

ЗАДАЧА 16

Себестоимость одного центнера зерна по хозяйствам района характеризуется следующими показателями:

Себестоимость 1 ц зерна, долл.	24	25	26	28	29	31	34	37	39	45	50	Итого
Число хозяйств в процентах к итогу	3	7	12	14	14	25	12	6	4	2	1	

Определите медиану себестоимости 1 ц зерна.

ЗАДАЧА 17

Имеются данные о работе прядильниц комбината.

Количество веретен, обслуживаемых одной прядильницей, шт.												Итого
Число прядильниц	1 160	1 230	1 300	1 340	1 400	1 450						

Определите медиану количества веретен, обслуживаемых одной прядильницей.

6.13 ТЕСТЫ

1. Средняя арифметическая взвешенная равна:

а) $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$;

в) $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$;

б) $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$;

г) $\bar{x} = \frac{\sum xf}{n}$.

2. В статистике модой называют:

а) кумулятивную частоту, которая равна или превышает половину суммы частот;

б) варианту, которая находится в середине вариационного ряда;

в) сумму накопленных частот;

г) величину признака, которая чаще встречается в данной совокупности.

3. Средняя гармоническая величина:

$$\text{а) } \bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1};$$

$$\text{в) } \bar{x} = \frac{\sum T}{\sum \frac{1}{x}T};$$

$$\text{б) } \bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n};$$

$$\text{г) } \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

4. Средняя квадратическая величина:

$$\text{а) } \bar{x} = \sqrt[n]{\Pi x^1};$$

$$\text{в) } \bar{x} = \frac{\sum T}{\sum \frac{T}{x}};$$

$$\text{б) } \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}};$$

$$\text{г) } \bar{x} = \frac{\sum x}{n}.$$

5. Медиана – это:

а) вариант, который находится в середине вариационного ряда;

б) величина, которая делит ряд на две неравные части по числу единиц;

в) наиболее часто встречающаяся величина;

г) средняя величина из двух вариантов.

6. Может ли одно и то же исходное соотношение быть реализовано на основе различных форм средней:

а) да, может;

б) нет, не может.

7. Можно ли вместо средней арифметической простой использовать среднюю гармоническую простую:

а) нельзя;

б) можно при отсутствии весов;

в) можно при равенстве весов.

8. Как изменится средняя величина, если все варианты признака уменьшить в 2 раза, а все веса увеличить в 2 раза:

а) не изменится;

б) уменьшится;

в) увеличится.

6.14 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что представляет собой средняя величина?
2. Каковы принципы научного применения метода средних величин?
3. Назовите формулу, которая объединяет все степенные средние.
4. Когда применяется средняя арифметическая взвешенная?
5. Какова особенность исчисления средней величины в интервальных рядах?
6. Когда применяется средняя хронологическая?
7. Назовите виды средней гармонической.
8. Когда используется средняя геометрическая?
9. Назовите свойства средней арифметической.
10. Что такое мода?
11. Как определить медиану в дискретном ряду?

ГЛАВА 7

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ

Содержание

- 7.1 Понятие и показатели вариации
- 7.2 Дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Коэффициент вариации
- 7.3 Расчет дисперсии упрощенными способами
- 7.4 Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии
- 7.5 Решение типовых задач
- 7.6 Задачи для самостоятельного решения
- 7.7 Тесты
- 7.8 Вопросы для самоконтроля

7.1 ПОНЯТИЕ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Средняя величина не раскрывает строения совокупности, она не показывает, как располагаются около нее варианты осредняемого признака. Исследование вариации в статистике дает возможность оценить степень воздействия на признак других варьирующих признаков. *Вариация* – это различие в значениях какого-либо признака у различных единиц совокупности в один и тот же период времени. Вариация существует в пространстве. *Пространство* – это колеблемость значений признака по отдельным территориям и во времени (изменение значений признака в различные периоды времени). Исследование вариации помогает познать сущность изучаемого явления.

Для измерения вариации признака в совокупности применяют ряд обобщающих показателей:

- 1) размах вариации;
- 2) коэффициент осцилляции;

- 3) среднее линейное отклонение;
- 4) средний квадрат отклонений (дисперсия);
- 5) среднее квадратическое отклонение;
- 6) коэффициент вариации.

Наиболее простым измерителем вариации является разность между наибольшим и наименьшим значением признака, называемая *размахом вариации*:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где R – размах вариации;

x_{\max} – наибольшее значение признака;

x_{\min} – наименьшее значение признака.

Показатель вариации учитывает крайние значения признака, которые могут сильно отличаться от всех других единиц, поэтому иногда пользуются показателем осцилляции:

$$K = \frac{R}{\bar{x}},$$

где K – коэффициент осцилляции;

R – размах вариации;

\bar{x} – средняя арифметическая этого ряда.

Среднее линейное отклонение представляет среднюю арифметическую из абсолютных значений отклонений отдельных вариаций (значений признака) от их средней арифметической (знаки отклонений не учитываются). Среднее линейное отклонение бывает простым и взвешенным и *измеряется в тех же единицах*, что и величина признака. Вычисление среднего линейного отклонения производится по формулам:

- 1) для негруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum d}{n},$$

где \bar{d} – среднее линейное отклонение;

x – значения признака;

\bar{x} – среднее значение признака;

n – численность признаков;

2) если данные наблюдения представлены в виде дискретного ряда распределения с частотами:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}.$$

Число повторений вариантов значений признака называют *частотой повторений*. Если частоты представлены в относительных величинах, то их называют *частостями*.

7.2 ДИСПЕРСИЯ, СРЕДНЕЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ. КОЭФФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ

Дисперсия – это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней величины. Дисперсия также называется средним квадратом отклонений и обозначается σ^2 (сигма квадрат). В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ – простая дисперсия;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \text{ – взвешенная дисперсия.}$$

Среднее квадратическое отклонение обозначается σ (сигма) и представляет собой корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \text{ – простое среднее невзвешенное квадратическое отклонение;}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} \text{ – среднее взвешенное квадратическое отклонение.}$$

Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака

в совокупности (выражается в тех же единицах измерения, что и сам признак: в метрах, тоннах, гектарах и т.д.). Вычислению среднего квадратического отклонения предшествует расчет дисперсии. Среднее квадратическое отклонение показывает, на сколько в среднем отклоняются конкретные варианты от их среднего значения.

В практике часто возникает необходимость сравнения вариаций различных признаков, например, вариаций возраста рабочих и их квалификации, стажа работы и производительности труда, себестоимости и прибыли и т.д.

Для осуществления такого рода сравнений, а также сравнений колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях с различным средним арифметическим используют коэффициент вариации.

Коэффициент вариации – это отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$V = \frac{\sigma}{x} 100\%.$$

В отличие от среднего квадратического отклонения коэффициент вариации является относительной величиной, что используется при сравнении вариаций любых совокупностей.

По величине коэффициента вариации можно судить о степени вариации признаков совокупностей. Чем меньше значение коэффициента вариации, тем однороднее совокупность по изучаемому признаку и типичнее явление. И чем больше его величина (V), тем больше разброс значений признака вокруг средней, тем менее однородна совокупность по своему составу и тем менее представительна средняя. Совокупность считается количественно однородной, если коэффициент вариации не превышает 33%.

7.3 РАСЧЕТ ДИСПЕРСИИ УПРОЩЕННЫМИ СПОСОБАМИ

Техника вычисления дисперсии сложна, а при больших значениях вариантов и частот может быть громоздкой. Расчеты можно упростить, используя *свойства дисперсии*:

1. Уменьшение или увеличение весов (частот) варьирующего признака в определенное число раз дисперсии не изменяет.

2. Уменьшение или увеличение каждого значения признака на одну и ту же постоянную величину A дисперсии не изменяет.

3. Уменьшение или увеличение каждого значения признака в какое-то число раз K соответственно уменьшает или увеличивает дисперсию в K^2 раз, а среднее квадратическое отклонение – в K раз.

4. Дисперсия признака равна разности между средним квадратом значений признака и квадратом средней величины;

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2.$$

Каждое свойство при расчете дисперсии может быть применено произвольно или в сочетании с другими.

Пример

Имеются данные о производительности труда рабочих.

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5	Итого
Произведено продукции, шт. (вариант, x)	8	9	10	11	12	50
x^2	64	81	100	121	144	510

Определите дисперсию.

Решение

Для расчета дисперсии в дискретном вариационном ряду используем формулу средней арифметической простой:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{510}{5} - \left(\frac{50}{5}\right)^2 = 2.$$

Дисперсию в интервальном ряду распределения можно найти по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f}\right)^2.$$

Для расчета дисперсии по способу моментов используют формулу:

$$\sigma^2 = i^2(m_2 - m_1^2),$$

где i – величина интервала;

$$m_2 = \frac{\sum x_1^2 f}{\sum f} - \text{момент второго порядка};$$

$$m_1^2 = \left(\frac{\sum x_1 f}{\sum f} \right)^2 - \text{момент первого порядка}.$$

Исходя из свойств дисперсии, $x_i = \frac{X - A}{i}$.

7.4 РАСЧЕТ ГРУППОВОЙ, МЕЖГРУППОВОЙ И ОБЩЕЙ ДИСПЕРСИИ

Если совокупность разбита на группы (или части) по изучаемому признаку, то для такой совокупности могут быть исчислены следующие виды дисперсий: общая, групповая, средняя из групповых, межгрупповая.

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех условий и причин, действующих в совокупности, и исчисляется по формулам:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} - \text{простая дисперсия};$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} - \text{взвешенная дисперсия}.$$

Общая дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака x от общей средней \bar{x} величины.

Групповая (частная) дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы от средней арифметической этой группы (групповой средней):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} - \text{простая};$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - x_i)^2 f}{\sum f} - \text{взвешенная}.$$

Эта дисперсия отражает вариацию признака только за счет условий и причин, действующих внутри группы.

Средняя из групповых дисперсий, или остаточная, — это средняя арифметическая взвешенная из групповых дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f}$$

Межгрупповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений групповых средних \bar{x}_i от общей средней \bar{x} и обозначается ζ (малая сигма):

$$\zeta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$

Согласно правилу сложения дисперсий общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий: $\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \zeta^2$.

7.5 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Имеются данные о распределении посевной площади колхоза по урожайности.

Урожайность зерновых, ц/га	Посевная площадь, га
14–16	100
16–18	300
18–20	400
20–22	200
Итого	1000

Определите показатели вариации.

Решение

Урожайность зерновых, ц/га	Посевная площадь (f), га	Среднее значение интервала (x')	x'f	x - \bar{x}	(x' - \bar{x}) ²	(x' - \bar{x}) ² f
14-16	100	15	1 500	-3,4	11,56	1 156
16-18	300	17	5 100	-1,4	1,96	588
18-20	400	19	7 600	0,6	0,36	144
20-22	200	21	4 200	2,6	6,76	1 352
Итого	1 000	-	18 400	-	-	3 240

1. Средняя арифметическая (взвешенная) равна:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{18\,400}{1\,000} = 18,4 \text{ ц/га.}$$

2. Исчислим дисперсию (взвешенную):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{3\,240}{1\,000} = 3,24 \text{ ц/га.}$$

3. Среднее квадратическое отклонение (взвешенное):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{3,24} = 1,8 \text{ ц/га.}$$

4. Определим коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\% = \frac{1,8}{18,4} 100\% = 9,8\%.$$

ЗАДАЧА 2

Имеются следующие данные о выработке продукции (шт.) десятью рабочими: 7, 9, 9, 10, 12, 13, 14, 14, 15, 17.

Определите:

- среднюю выработку рабочих;
- дисперсию.

Решение

Расчет дисперсии:

Табельный номер	Выработка рабочих (x)	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
1	7	-5	25
2	9	-3	9
3	9	-3	9
4	10	-2	4
5	12	0	0
6	13	1	1
7	14	2	4
8	14	2	4
9	15	3	9
10	17	5	25
Итого	120	-	90

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{120}{10} = 12 \text{ шт.}; \quad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{90}{10} = 9.$$

ЗАДАЧА 3

При определении качества электрических ламп на продолжительность горения при выборочном наблюдении получены следующие данные:

Группы эл. ламп по времени горения	Число эл. ламп	Группы эл. ламп по времени горения	Число эл. ламп
800-1 000	20	1 400-1 600	90
1 000-1 200	80	1 600-1 800	40
1 200-1 400	160	1 800-2 000	10

Определите дисперсию способом моментов и среднее квадратическое отклонение.

Решение

Группы эл. ламп по времени горения	Число эл. ламп (f)	Середина интервала (x')	$\frac{x' - A}{i} f = \frac{x' - 1300}{200} f$	$\left(\frac{x' - A}{i}\right)^2 f = \left(\frac{x' - 1300}{200}\right)^2 f$
1	2	3	4	5
800-1 000	20	900	-40	80
1 000-1 200	80	1 100	-80	80

Окончание таблицы

1	2	3	4	5
1 200–1 400	160	1 300	0	0
1 400–1 600	90	1 500	90	90
1 600–1 800	40	1 700	80	160
1 800–2 000	10	1 900	30	90
Итого	400	–	80	500

Примечание. А – постоянное число с наибольшей частотой; l – размер интервала.

$$\sigma^2 = i^2 \left[\frac{\sum x_1^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x_1 f}{\sum f} \right)^2 \right] = 200^2 \left[\frac{500}{400} - \left(\frac{80}{400} \right)^2 \right] = 48\,400.$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{48\,400} = 220.$$

ЗАДАЧА 4

Имеются данные о производительности ткачей за час работы. Определите общую, групповые и межгрупповые дисперсии.

I группа		II группа	
Табельный номер рабочего	Изготовлено ткани за 1 ч работы, м	Табельный номер рабочего	Изготовлено ткани за 1 ч работы, м
1	13	1	18
2	14	2	19
3	15	3	22
4	17	4	20
5	16	5	24
6	15	6	23
Итого	90	Итого	126

Решение

1. Для расчета групповых дисперсий исчислим средние по каждой группе:

$$\bar{x}_1 = \frac{90}{6} = 15; \quad \bar{x}_2 = \frac{126}{6} = 21.$$

Расчет дисперсий по группам представим в таблице.

I группа				II группа			
Табельный номер рабочего	Изготовлено ткани за 1 ч работы (x), м	$x - \bar{x}_1$	$(x - \bar{x}_1)^2$	Табельный номер рабочего	Изготовлено ткани за 1 ч работы (x), м	$x - \bar{x}_1$	$(x - \bar{x}_1)^2$
1	13	-2	4	1	18	-3	9
2	14	-1	1	2	19	-2	4
3	15	0	0	3	22	1	1
4	17	2	4	4	20	-1	1
5	16	1	1	5	24	3	9
6	15	0	0	6	23	2	4
Итого	90	-	10	Итого	126	-	28

Полученные значения подставим в формулу и получим:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_1)^2}{n} = \frac{10}{6} = 1,666 \approx 1,67;$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_1)^2}{n} = \frac{28}{6} = 4,66.$$

2. Рассчитаем среднюю из групповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f} = \frac{1,67 \cdot 6 + 4,66 \cdot 6}{6 + 6} = \frac{10 + 28}{12} = \frac{38}{12} = 3,16.$$

3. Для расчета межгрупповой дисперсии определим общую среднюю как среднюю взвешенную из групповых средних:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f}{\sum f} = \frac{15 \cdot 6 + 21 \cdot 6}{12} = \frac{90 + 126}{6 + 6} = \frac{216}{12} = 18.$$

Теперь рассчитаем межгрупповую дисперсию:

$$\zeta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{(15 - 18)^2 \cdot 6 + (21 - 18)^2 \cdot 6}{12} = \frac{9 \cdot 6 + 9 \cdot 6}{12} = \frac{54 + 54}{12} = \frac{108}{12} = 9.$$

4. Исчислим общую дисперсию по правилу сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \zeta = 3,16 + 9 = 12,16.$$

Проверим полученный результат, исчислив общую дисперсию обычным способом:

$$\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n} = \frac{(13-18)^2 + (14-18)^2 + (15-18)^2 + (17-18)^2 + (16-18)^2 + (15-18)^2 + (18-18)^2 + (19-18)^2 + (22-18)^2 + (20-18)^2 + (24-18)^2 + (23-18)^2}{12} = \frac{146}{12} = 12,16$$

7.6 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

По двум бригадам слесарей, занятым на ремонте оборудования, заработная плата за месяц начислена в следующих размерах:

Заработная плата одного слесаря, долл.	134	130	126	122	108	Итого
Численность слесарей, чел.:						
бригада 1	—	3	3	3	3	12
бригада 2	2	7	3	—	—	12

Вычислите:

- среднюю заработную плату по каждой бригаде;
- размах вариации;
- показатель осцилляции;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение.

ЗАДАЧА 2

С сельскохозяйственных участков был получен следующий урожай пшеницы:

Средняя урожайность с отдельных участков, ц с Га	10	13	16	19	22	Итого
Число участков в процентах к итогу	6,6	26,7	40,0	16,7	10,0	100,0

Вычислите:

- среднюю урожайность;
- размах вариации;
- дисперсию.

ЗАДАЧА 3

Для определения скорости износа проведено обследование 1 000 резцов. Получены следующие данные:

Время работы резца, ч	2	3	5	8	10	11	12	15	16	20
Число резцов, шт.	20	30	40	100	110	240	300	110	30	20

По данным обследования вычислите:

- дисперсию;
- среднее квадратическое.

ЗАДАЧА 4

Для изучения норм выработки на заводе проведено обследование затрат времени рабочих-станочников. Распределение рабочих по затратам времени на обработку одной детали представлено в таблице.

Затраты времени на одну деталь, мин Число рабочих в процентах к итогу	до 24	24-26	26-28	28-30	30-32	32-34	Итого
	2	12	34	40	10	2	100

Определите среднее квадратическое отклонение затрат времени на одну деталь.

ЗАДАЧА 5

По десяти однородным предприятиям имеются данные об энерговооруженности труда на одного работника.

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Энерговооруженность труда, кВт-ч	5	4	6	7	3	5	6	7	4	3

Определите:

- среднее линейное отклонение;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение.

ЗАДАЧА 6

Глубина скважин в районе бурения характеризуется следующими данными.

Группы скважин по глубине, м	Число скважин	Группы скважин по глубине, м	Число скважин
200-400	4	800-1 000	30
400-600	8	1 000-1 200	18
600-800	32	1 200-1 400	8

Исчислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение глубины скважин, используя способ моментов.

ЗАДАЧА 7

В результате выборочного обследования дневного удоя коров, проведенного на молочной ферме, получены следующие данные:

Группы коров по дневному удою, кг	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	Свыше 16	Итого
Число коров	2	5	51	37	3	2	100

Применяя способ моментов, исчислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение удоя коров.

ЗАДАЧА 8

В лаборатории трикотажной фабрики проведена проверка на крепость пряжи, поставленной прядильной фабрикой. Получены следующие данные:

Крепость пряжи, г	150	160	170	180	190	200	210	Итого
Количество проб:								
1-я партия	4	26	47	63	40	18	2	200
2-я партия	-	12	53	90	42	3	-	200

Определите по каждой партии коэффициент вариации крепости пряжи. Укажите, в какой партии колеблемость крепости пряжи меньше.

ЗАДАЧА 9

Колхозами на сахарный завод для переработки сдана сахарная свекла. При приемке была установлена следующая сахаристость (процент содержания сахара):

Сахаристость, %	15,4	16,6	17,0	17,1	17,3	17,4	Итого
Количество свеклы в процентах к итогу	4,5	11,3	20,0	29,0	25,0	10,2	100

Вычислите коэффициент вариации сахаристости сахарной свеклы.

ЗАДАЧА 10

Имеются данные о производительности труда в дневную и ночную смены пяти рабочих.

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5
Произведено продукции в смену, шт:					
дневную	5	8	7	4	6
ночную	5	6	4	4	6

Рассчитайте:

- а) групповые дисперсии;
- б) среднюю из групповых дисперсий;
- в) межгрупповую дисперсию;
- г) общую дисперсию (по правилу сложения дисперсий и обычным способом).

ЗАДАЧА 11

Бригада литейщиков, состоящая из 10 человек, к концу месяца имела следующие показатели по выполнению норм выработки:

Группы рабочих по степени выполнения плана, %	Процент выполнения плана
До 100	90, 95, 84, 92
Свыше 100	100, 102, 104, 103, 105, 104

Рассчитайте:

- а) групповые дисперсии;
- б) межгрупповые дисперсии;
- в) общую дисперсию (обычным способом и по правилу сложения дисперсий).

ЗАДАЧА 12

Имеются данные о распределении рабочих по проценту допускаемого брака в процессе производства.

Процент брака	Число рабочих	Средний процент брака продукции на одного человека	Среднее квадратическое отклонение
До 1	7	0,8	0,67
1-3	20	2,3	0,65
3-5	15	3,7	0,51
5-7	5	5,9	0,48
свыше 7	3	7,8	0,82

Исчислите общую дисперсию допускаемого рабочими брака продукции, применяя правило сложения дисперсий.

ЗАДАЧА 13

Имеются данные о часовой производительности труда рабочих цеха.

Группы рабочих по количеству продукции, выработанной за 1 ч одним рабочим, шт.	Число рабочих	Средняя выработка на одного рабочего, шт.	Групповые дисперсии
9-10	10	9,5	0,25
10-12	11	11,5	0,23
12-15	16	13,5	0,23
15-18	13	16,5	0,53
Итого	50	13,0	-

Определите общую дисперсию.

7.7 ТЕСТЫ

1. Среднее квадратическое отклонение находят по формуле:

$$\text{а) } v = \frac{\delta \cdot 100}{x};$$

$$\text{в) } \lambda = \frac{\sum(x - \bar{x})}{n};$$

$$\text{б) } \sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2 f}{\sum f};$$

$$\text{г) } \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}.$$

2. Дисперсию признака находят по формуле:

$$а) \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f};$$

$$в) \sigma = \sqrt{\sigma^2};$$

$$б) \lambda = \frac{\sum (x - \bar{x})f}{\sum f};$$

$$г) \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}.$$

3. К показателям вариации относятся:

а) дисперсия, медиана, коэффициент вариации;

б) размах вариации, средняя величина;

в) среднее квадратическое отклонение, коэффициент и размах вариации, мода;

г) коэффициент вариации, размах, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

4. Среднее линейное отклонение для группированных данных:

$$а) \bar{d} = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n};$$

$$в) \bar{d} = \frac{\sum (x - \bar{x})f}{\sum f};$$

$$б) \bar{d} = \frac{\sum xf}{\sum f};$$

$$г) \bar{d} = \frac{\sum x}{n}.$$

5. Дисперсия – это:

а) средний квадрат отклонений от средней величины;

б) разность между наибольшими и наименьшими значениями варьирующего признака;

в) разность между вариантой и средней;

г) отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической.

6. К абсолютным показателям вариации относится:

а) коэффициент вариации;

б) размах вариации;

в) коэффициент детерминации.

7. При расчете дисперсии среднее значение признака рассчитывается:

а) только по невзвешенной формуле;

б) только по взвешенной формуле;

в) по невзвешенной или по взвешенной формуле.

7.8 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое вариация?
2. Почему кроме средней величины необходимо определять показатели вариации?
3. Назовите показатели вариации.
4. Что показывает размах вариации?
5. Чем отличается дисперсия от среднего линейного отклонения?
6. В каких единицах измеряется среднее квадратическое отклонение?
7. Для чего используется коэффициент вариации?
8. Что представляет собой коэффициент вариации?
9. Когда совокупность считается количественно однородной?
10. Назовите виды дисперсий.
11. Чем отличается внутригрупповая дисперсия от межгрупповой?

ГЛАВА 8

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИКЕ

Содержание

- 8.1 Понятие о выборочном наблюдении
- 8.2 Ошибки выборочного наблюдения
- 8.3 Определение необходимого объема выборки
- 8.4 Решение типовых задач
- 8.5 Задачи для самостоятельного решения
- 8.6 Тесты
- 8.7 Вопросы для самоконтроля

8.1 ПОНЯТИЕ О ВЫБОРОЧНОМ НАБЛЮДЕНИИ

Выборочное наблюдение – это такое несплошное наблюдение, при котором отбор подлежащих обследованию единиц совокупности осуществляется случайно, отобранная часть подвергается обследованию, после чего результаты распространяются на всю исходную совокупность.

К использованию выборочного метода (или выборки) прибегают в различных случаях: когда само наблюдение связано с порчей или уничтожением наблюдаемых единиц (например, при контроле качества: испытание пряжи на крепость, консервов на доброкачественность); когда сплошное наблюдение нельзя осуществить из-за большого объема совокупности; когда исследование нужно провести в сжатые сроки при небольших затратах и др.

Совокупность отобранных для обследования единиц называют *выборочной*, а совокупность единиц, из которой производится отбор, – *генеральной*.

Согласно *вида* различают *индивидуальный, групповой и комбинированный отбор*. При индивидуальном отборе в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности; при групповом отборе – качественно однородные группы; комбинированный отбор предполагает сочетание первого и второго видов.

По *методу отбора* различают *повторную и бесповторную выборки*. При повторной выборке общая численность единиц генеральной совокупности остается неизменной, т.к. единицу, попавшую в выборку, после регистрации снова возвращают в генеральную совокупность.

При бесповторной выборке численность единиц генеральной совокупности сокращается. Единица совокупности в дальнейшем в выборке не участвует и в генеральную совокупность не возвращается.

Способом отбора определяется механизм или процедура выборки единиц. Различают следующие виды выборки: *собственно-случайная, механическая, типическая, серийная и комбинированная*.

К собственно-случайной выборке относится отбор единиц посредством жеребьевки, лотереи.

Механическая выборка состоит в том, что отбор единиц осуществляется в определенном порядке (например, по алфавиту, в порядке возрастания или убывания значений какого-либо показателя, не связанного с изучаемым свойством), число единиц отбирается механически, через определенный интервал.

Типическая выборка применяется для отбора единиц из неоднородной совокупности. Генеральная совокупность разбивается по признакам на несколько однородных групп, из каждой группы собственно-случайной или механической выборкой производится отбор единиц в выборочную совокупность.

Серийная выборка – это отбор равновеликих групп (серий, гнезд).

8.2 ОШИБКИ ВЫБОРОЧНОГО НАБЛЮДЕНИЯ

При выборочном наблюдении используют два вида показателей: *среднюю величину количественного признака и относительную величину (долю или удельный вес единиц)*. Различают долю в генеральной и выборочной совокупности.

Генеральная доля (p) – это отношение числа единиц выборочной совокупности (n) к генеральной (N). *Выборочная доля* (w), или частота, определяется отношением числа единиц, обладающих изучаемым признаком (m), к общему числу единиц выборочной совокупности (n):

$$p = n/N; \quad w = m/n.$$

Естественно, что при выборочном наблюдении возникают расхождения между показателями выборочной и генеральной совокупности. Ошибки выборки при строгом соблюдении принципа случайного отбора носят случайный характер.

Ошибка выборки представляет собой разность выборочных и генеральных характеристик:

а) для средней количественного признака: $(x - \bar{x})$;

б) для доли (альтернативного признака): $(w - p)$.

Выборочная средняя и выборочная доля являются случайными величинами и зависят от того, какие единицы попали в выборку. Ошибки выборки также являются случайными величинами и могут принимать различные значения. Поэтому определяют среднюю из возможных ошибок – *среднюю ошибку выборки*.

Зависимость величины ошибки выборки от ее абсолютной численности и от степени варьирования признака находит выражение в формулах средней ошибки выборки.

Когда выборочное обследование ставит своей задачей измерение среднего значения многозначного признака при случайном повторном отборе, средняя ошибка выборочной средней рассчитывается по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где μ (мю) – средняя ошибка выборочной средней;

σ^2 – дисперсия выборочной совокупности;

n – численность выборки.

При случайном бесповторном отборе в формулу средней ошибки выборки необходимо ввести множитель $1 - (n/N)$, поскольку в процессе бесповторной выборки сокращается численность единиц генеральной совокупности.

При бесповторном отборе средняя ошибка выборки рассчитывается по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где N – численность генеральной совокупности.

Доказано, что генеральные характеристики не отклоняются от выборочных на величину большую, чем ошибка выборки (μ). Они всегда имеют постоянную степень вероятности равную 0,683, т.е. из 1 000 случаев в 683 случаях сводная генеральная совокупность отличается от сводной выборочной совокупности на величину 2μ , а в остальных 317 случаях может отличаться и в большей степени. При удвоенном значении ошибки вероятность нашего утверждения достигает 0,954. Это означает, что в 954 случаях из 1 000 достигается вероятность утверждения, и лишь в 46 случаях она выходит за пределы 2μ .

Значит, с определенной степенью вероятности мы можем утверждать, что отклонения выборочных характеристик от генеральных не превышает некоторой величины, которая называется предельной ошибкой выборки и исчисляется по формуле

$$\Delta_{\bar{x}} = t\mu, \text{ или } \Delta_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где Δ – предельная ошибка выборки;

t – коэффициент кратности ошибки (коэффициент доверия), зависит от значения вероятности P .

Значения функции $\Phi(t)$ как коэффициента кратности средней ошибки выборки при различных значениях определяются на основе специально составленных таблиц:

t	1,000	1,960	2,000	2,580	3,000
$\Phi(t)$	0,683	0,950	0,954	0,990	0,997

Ошибка выборки для генеральной доли определяется степенью варьирования изучаемого признака, которая характеризуется дисперсией для альтернативного признака: $p = 1 - p$.

Средняя ошибка выборки для генеральной доли определяется по формуле $\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, где p – доля признака в выборочной совокупности.

Расчетная формула средней ошибки выборки для доли альтернативного признака при случайном повторном отборе:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}.$$

При бесповторном отборе для выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

8.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОГО ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

При проектировании выборочного наблюдения с заданным значением допустимой ошибки выборки необходимо правильно определить численность (объем) выборочной совокупности, которая с определенной вероятностью обеспечит заданную точность результатов наблюдения. Для определения необходимой численности выборки можно использовать формулы:

а) $\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2}{n}} \Rightarrow n = \frac{\delta^2}{\mu^2}$ – для доли (альтернативного признака);

б) $\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \Rightarrow n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2};$

в) предельной ошибки выборки для бесповторного отбора

(для доли): $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}.$

Эти формулы показывают, что с увеличением ошибки выборки значительно уменьшается ее объем. Для расчета объема выборки необходимо знать дисперсию.

8.4 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Методом случайной выборки в литейном цехе завода было взято для проверки на вес 200 шт. деталей алюминиевого литья. В результате был установлен средний вес детали (30 г) при среднем квадратическом отклонении $\sigma = 4$ г с вероятностью $P = 0,954$.

Определите пределы, в которых находится средний вес детали в генеральной совокупности.

Решение

Пределную ошибку выборки определим по формуле:

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \sqrt{\frac{4^2}{200}} = 0,56 \text{ г.}$$

Ответ: средний вес детали в генеральной совокупности находится в пределах от 29,44 до 30,56 г.

ЗАДАЧА 2

По схеме повторной выборки произведено выборочное измерение выработки на земляных работах у 144 рабочих. Средняя выработка составила $4,95 \text{ м}^3$ на одного рабочего, а средний квадрат отклонений – 2,25.

Определите среднюю ошибку выборки.

Решение

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{2,25}{144}} = \pm \frac{1,5}{12} = \pm 0,125 \text{ м}^3.$$

Ответ: с вероятностью 0,683 можно утверждать, что средняя выработка у всех рабочих находится в пределах от $4,825$ до $5,075 \text{ м}^3$.

ЗАДАЧА 3

Среди тысячи семей, выборочно обследованных по уровню душевого дохода (2%-я механическая выборка), малообеспеченных оказалось 300.

Определите с вероятностью до 0,997 долю малообеспеченных семей во всем регионе.

Решение

1. Определим долю малообеспеченных семей:

$$W = \frac{300}{1000} = 0,3; \quad \frac{n}{N} = 0,02, \text{ или } 2\% \text{ (по условию).}$$

2. Определим предельную ошибку доли:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{1000} (1-0,02)} \approx 0,014.$$

Вывод: доля малообеспеченных семей в регионе колеблется от 28,6% до 31,4%.

ЗАДАЧА 4

Для определения среднего возраста 1 200 студентов экономического факультета необходимо провести выборочное обследование методом случайного бесповторного отбора. Среднее квадратическое отклонение возраста студентов – 10 лет.

Определите: сколько студентов нужно обследовать, чтобы с вероятностью до 0,954 средняя ошибка выборки не превышала 3 года.

Решение

$$n = \frac{t^2 S^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 S^2} = \frac{1\,200 \cdot 2^2 \cdot 10^2}{1\,200 \cdot 3^2 + 2^2 \cdot 10^2} = \frac{480\,000}{10\,200} \approx 47 \text{ чел.}$$

8.5 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

На заводе с числом работающих 5 000 человек методом случайного бесповторного отбора было проведено 4%-е выборочное обследование квалификации рабочих. Получены следующие данные:

Квалификация рабочих (тарифные разряды)	1	2	3	4	5	6
Число рабочих	10	30	40	70	30	20

С вероятностью до 0,997 определите пределы, в которых находится средний тарифный разряд рабочих завода. Среднее квадратическое отклонение – 1,1.

ЗАДАЧА 2

В порядке механической выборки пряжи испытанию на разрыв было подвергнуто 10 нитей из партии. В результате обследования установлена средняя крепость пряжи $\bar{x} = 320$ г при среднем квадратическом отклонении $\sigma = 20$ г. С вероятностью $P = 0,954$ определите пределы, в которых находится средняя крепость пряжи в партии.

ЗАДАЧА 3

В порядке случайной повторной выборки из партии, поступившей на хлебозавод, было взято 100 проб муки пшеничной. В результате исследования при среднем квадратическом отклонении 1,5% была установлена средняя влажность муки – 9%. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится средняя влажность муки в партии.

ЗАДАЧА 4

В лесхозе в порядке случайной выборки обследовано 900 деревьев. По этим данным установлен средний диаметр одного дерева (235 мм) и среднее квадратическое отклонение (27 мм). С вероятностью 0,683 определите границы, в которых будет находиться средний диаметр деревьев в генеральной совокупности.

ЗАДАЧА 5

На фурнитурной фабрике при обследовании 500 образцов изделий, отобранных из партии готовой продукции в случайном порядке, 40 оказались нестандартными. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля нестандартной продукции, выпускаемой фабрикой.

ЗАДАЧА 6

В порядке случайной повторной выборки было обследовано 80 предприятий отрасли, из которых 20 имели долю нестандартной продукции выше 0,5%. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится доля предприятий, выпускающих более 0,5% нестандартной продукции в этой отрасли.

ЗАДАЧА 7

В порядке изучения мнения студентов о проведении определенных мероприятий из совокупности 10 000 человек методом случайного бесповторного отбора опрошено 600 студентов. Из них 240 одобрили план мероприятий. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля студентов, одобрявших мероприятия, во всей совокупности.

ЗАДАЧА 8

На ткацкой фабрике работает 6 000 ткачих. Для установления норм выработки предполагается провести случайный бесповторный отбор ткачих. Предварительным обследованием установлено, что среднее квадратическое отклонение дневной выработки составляет 25 м. Определите необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 5 м.

ЗАДАЧА 9

С целью определения качества пряжи на прядильной фабрике предполагается провести выборочное обследование пряжи методом случайного повторного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью до 0,954 ошибка выборочной средней не превышала 4 г при среднем квадратическом отклонении 20 г?

ЗАДАЧА 10

На заводе предполагается провести выборочное обследование средней часовой выработки рабочих методом случайного повторного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 5 шт., если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 225?

ЗАДАЧА 11

В районе проживает 2 000 человек. С вероятностью 0,954 исчислите необходимую численность выборки для определения среднего размера семьи (предельная ошибка выборки не должна превышать 0,8 человека, среднее квадратическое отклонение – 2 человека).

8.6 ТЕСТЫ

1. Генеральная средняя – это:

- а) обобщающая характеристика совокупностей;
- б) среднее значение варьирующего признака во всей совокупности;
- в) среднее значение признака у единиц, которые подвергались выборочному наблюдению;
- г) часть совокупности единиц, которая подвергалась выборочному обследованию.

2. Предельная ошибка выборки определяется по формуле:

а) $Mx = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$;

в) $\Delta = t\mu$;

б) $Mx = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$;

г) $Mp = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

3. Формула средней ошибки выборки для средней при бесповторной выборке:

а) $Mx = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$;

в) $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$;

б) $Mp = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$;

г) $Mx = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}$.

4. Доля выборки – это:

- а) средняя величина количественного признака;
- б) относительная величина альтернативного признака;
- в) средняя ошибка выборки;
- г) отношение числа единиц выборочной совокупности к числу единиц генеральной совокупности.

5. При отборе рабочих для обследования причин потерь рабочего времени были заведомо исключены те, кто имел сокращенный рабочий день. Результаты обследования содержат:

- а) систематическую ошибку регистрации;
- б) систематическую ошибку выборки (репрезентативности).

6. На таможенном посту проверено 36% ручной клади пассажиров. Ошибка собственно-случайной бесповторной выборки меньше ошибки повторной выборки на:

- а) 10%;
- б) 19%;
- в) 1%;
- г) определить результат невозможно.

8.7 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что понимается под выборочным наблюдением?
2. Что такое выборочная совокупность?
3. Назовите виды отбора.
4. Что означает бесповторная выборка?
5. Что называется способом отбора?
6. Как осуществить механическую выборку?
7. В каких случаях используется типическая выборка?
8. Как определить выборочную долю?
9. Что представляет собой ошибка выборки?
10. Какова особенность формулы средней ошибки при бесповторном отборе?
11. Что означает предельная ошибка выборки?
12. Как определить необходимый объем выборки?
13. Как уменьшить ошибку выборки, рассчитанную в условиях механического отбора?
14. Что означает коэффициент кратности, используемый при определении предельной ошибки выборки?

ГЛАВА 9

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Содержание

- 9.1 Понятие и классификация рядов динамики
- 9.2 Сопоставимость уровней и смыкание рядов динамики
- 9.3 Показатели уровней ряда динамики
- 9.4 Средние показатели ряда динамики
- 9.5 Решение типовых задач
- 9.6 Задачи для самостоятельного решения
- 9.7 Тесты
- 9.8 Вопросы для самоконтроля

9.1 ПОНЯТИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени в статистике называют *динамикой*. Для отображения динамики строят *ряды динамики*, которые представляют собой ряды изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.

Составными элементами ряда динамики являются показатели времени и уровней ряда.

Согласно признакам различают следующие виды рядов динамики:

1. В зависимости от способа выражения уровней ряды динамики подразделяются на ряды *абсолютных, относительных и средних величин*.

2. По времени ряды динамики абсолютных величин характеризуют либо уровни развития общественных явлений на определенные моменты времени (*моментные ряды*), либо процессы их развития за определенные периоды времени (*интервальные ряды*).

3. В зависимости от расстояния между уровнями ряды динамики подразделяются на ряды с равноотстоящими и неравноотстоящими уровнями во времени. Ряды динамики последовательных периодов или следующих через определенные промежутки дат называются *равноотстоящими*. Если же в рядах даются прерывающиеся периоды или неравномерные промежутки между датами, то ряды называются *неравноотстоящими*.

9.2 СОПОСТАВИМОСТЬ УРОВНЕЙ И СМЫКАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Одним из условий правильного построения ряда динамики является *сопоставимость* всех уровней. Несопоставимость уровней ряда может возникнуть вследствие изменения:

- а) единиц измерения или единиц счета;
- б) методологии учета или расчета показателей;
- в) периодизации динамики;
- г) круга охватываемых объектов при переходе ряда объектов из одного подчинения в другое;
- д) территориальных границ городов, районов, областей и др.

Следовательно, прежде чем анализировать динамический ряд, надо убедиться в сопоставимости его уровней.

Для того чтобы привести уровни ряда к сопоставимому виду, необходимо использовать прием *смыкания рядов динамики*. Под смыканием понимают объединение двух или нескольких рядов динамики, уровни которых исчислены по разной методологии или разным территориальным границам, в один ряд. Для осуществления смыкания нужно, чтобы для одного из периодов (переходного) имелись данные, исчисленные по разной методологии. По ним рассчитывается коэффициент, согласно которому пересчитываются данные старой методики.

Другой способ смыкания рядов динамики заключается в том, что уровни года, в котором произошли изменения, как до изменений, так и после них принимаются за 100%, а остальные пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно. В результате получается сомкнутый ряд.

9.3 ПОКАЗАТЕЛИ УРОВНЕЙ РЯДА ДИНАМИКИ

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью следующих показателей: абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста.

Абсолютный прирост (сокращение) характеризует увеличение или уменьшение уровня ряда за определенный промежуток времени. Абсолютный прирост с переменной базой называется *скоростью роста*.

*Абсолютный прирост
(цепной)*

$$\Delta y_{ц} = y_i - y_{i-1}$$

где y_i – уровень сравниваемого периода; y_{i-1} – уровень предшествующего периода

*Абсолютный прирост
(базисный)*

$$\Delta y_{б} = y_i - y_0$$

где y_0 – уровень базисного периода

Интенсивность процесса роста характеризуется темпами роста и прироста, выражается в коэффициентах и процентах, исчисляется по следующим формулам:

Показатели	В коэффициентах	В процентах
Темпы роста:		
базисные	$K_p = \frac{y_i}{y_0}$	$T_p = \frac{y_i}{y_0} 100\%$
цепные	$K_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100\%$
Темпы прироста:		
базисные	$K_{np} = \frac{y_i - y_0}{y_0}$	$T_{np} = \frac{y_i - y_0}{y_0} 100\%$
цепные	$K_{np} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}}$	$T_{np} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} 100\%$
	$K_{np} = K_p - 1$	$T_{np} = T_p - 100\%$

Между базисными и цепными темпами роста, выраженными в коэффициентах, существует взаимосвязь: произведение

последующих цепных темпов роста равно базисному темпу роста за соответствующий период:

$$K_{\text{баз}} = K_1 K_2 \dots K_n.$$

Абсолютное значение 1% прироста исчисляется по формулам:

$$A = \frac{\Delta_{y_0}}{T_{\text{пр. о}}} = \frac{Y_i - Y_0}{T_{\text{пр. базис}}}; \quad A = \frac{\Delta_{y_{\text{ц}}}}{T_{\text{пр. цепн.}}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{T_{\text{пр. цепн.}}}.$$

В случаях, когда сравнение производится с отдалением периода времени, принятого за базу сравнения, рассчитывают так называемые *пункты роста*, которые представляют собой разность базисных темпов роста:

$$P_p = T_{p(\text{базис})_i} - T_{p(\text{базис})_{i-1}}.$$

9.4 СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЯДА ДИНАМИКИ

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют: средние уровни ряда и средние показатели изменения уровней ряда.

Для интервальных рядов динамики средний уровень ряда определяется по формуле средней арифметической:

а) при равных интервалах – средняя арифметическая простая: $\bar{y}_{\text{пр.}} = \frac{\sum y}{n}$, где y – уровень ряда;

б) при неравных интервалах – средняя арифметическая взвешенная: $\bar{y}_{\text{вз.}} = \frac{\sum yt}{\sum t}$, где t – длительность интервалов между датами.

Средний уровень моментного ряда динамики с равностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической моментного ряда:

$$\bar{y}_{\text{пр.}} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n - 1}.$$

Средний уровень моментного ряда с неравностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y}_{\text{взв}} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1}) t_{n-1}}{2 \sum t_{n-1}}$$

Обобщающий показатель скорости изменения уровней во времени – средний абсолютный прирост (убыль) – определяется по формуле средней арифметической простой:

$$\Delta y_n = \frac{\sum \Delta y_n}{n} \text{ или } \overline{\Delta y_n} = \frac{\Delta y_0}{n-1}, \text{ где } n \text{ – число цепных абсолютных приростов.}$$

Средний темп роста рассчитывается по формуле средней геометрической: $\overline{K_p^n} = \sqrt[n]{K_{p1}^n K_{p2}^n K_{p3}^n \dots K_{pn}^n} = \sqrt[n]{K_p^6}$,

где n – число цепных коэффициентов роста;

K_p^n – цепные коэффициенты роста;

K_p^6 – базисный коэффициент роста.

Средние темпы прироста рассчитываются путем вычитания из средних коэффициентов роста единицы.

9.5 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Имеются сведения о выплавке чугуна на заводе с 2003 по 2006 г. В 2003 г. выплавлено чугуна 459 т, в 2004 г. – 507 т, в 2005 г. – 545 т, в 2006 г. – 589 т.

Определите показатели интервального динамического ряда.

Решение

Сведения о производстве продукции на заводе с 2003 по 2006 г.:

Показатели	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
1	2	3	4	5
Объем продукции, т	459	507	545	589
Абсолютный прирост, т:				
цепной	–	48	38	44
базисный	–	48	86	130

Окончание таблицы

	1	2	3	4	5
Темп роста:					
цепной		—	110,5	107,5	108,1
базисный		—	110,5	118,7	128,3
Темп прироста:					
цепной		—	10,5	7,5	8,1
базисный		—	10,5	18,7	28,3
Абсолютное значение прироста:	значение 1%				
цепное		—	4,6	5,1	5,4
базисное		—	4,6	4,6	4,6
Пункт роста		—	10,5	8,2	9,6

ЗАДАЧА 2

Масса остатков топлива на складе составила: на 01.01.2006 г. – 40 т; на 01.03.2006 г. – 60 т; на 01.04.2006 г. – 100 т; на 01.09.2006 г. – 10 т; на 01.01.2007 г. – 30 т.

Определите среднюю массу остатков топлива на складе.

Решение

$$\bar{y}_{\text{ср.}} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1}) t_{n-1}}{2 \sum t_{n-1}} =$$

$$= \frac{(40 + 60)2 + (60 + 100)1 + (100 + 10)5 + (10 + 30)4}{2(2 + 1 + 5 + 4)} = 47,92 \text{ т.}$$

ЗАДАЧА 3

Исходя из условия задачи 1, определите средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

Решение

1) Средний абсолютный прирост: $\Delta y_{\text{ср.}} = \frac{48 + 38 + 44}{3} = 43 \text{ т}$

или $\Delta y_{\text{ср.}} = \frac{\Delta y_{\text{ср.}}}{n-1} = \frac{130}{4-1} = 43 \text{ т.}$

2) Средний темп роста:

$$\bar{T}_{\text{р.ч.}} = \sqrt[n]{\text{ПК}_p^n} = \sqrt[4]{1,105 \cdot 1,075 \cdot 1,081} \approx 1,087, \text{ или } 108,7\%,$$

либо $\overline{T_{p,ч}} = \sqrt[3]{K_p^6} = \sqrt[3]{1,283} = 1,087$, или 108,7%.

3) Средний темп прироста:

$$\overline{T_{прир}} = \overline{T_p} - 100\% = 108,7\% - 100\% = 8,7\%.$$

ЗАДАЧА 4

На основании выработки продукции в двух бригадах за 7 месяцев определите среднюю выработку по каждой бригаде и коэффициент опережения.

Номер бригады	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
1	61	58	56	58	59	60	62
2	93	89	87	92	92	92	92

Решение

Определим средние уровни:

$$\overline{y}_1 = \frac{\sum y}{n} = \frac{61 + 58 + 56 + 58 + 59 + 60 + 69}{7} = \frac{421}{7} = 60,1\%;$$

$$\overline{y}_2 = \frac{\sum y}{n} = \frac{93 + 89 + 87 + 92 + 92 + 92 + 92}{7} = \frac{637}{7} = 91\%.$$

$T_p = \frac{91}{60,1} 10 = 151,4\%$, т.е. средняя выработка во второй бригаде выше, чем в первой в 1,5 раза.

ЗАДАЧА 5

Имеются данные об изменении списочной численности работников завода за август 2006 г. (чел).

Состояло по списку на 01.08.2006 г.	839
Выбыло с 10.08.2006 г.	14
Зачислено с 15.08.2006 г.	2
Зачислено с 16.08.2006 г.	5

Определите среднесписочную численность работников завода за август 2006 г.

Решение

Для расчета средней численности работников определим продолжительность t каждого календарного периода с постоянной численностью работающих и общее число человеко-дней:

Календарные периоды	Число работников (N)	Длина периода, дней (t)	Число человеко-дней (N/t)
С 1.08 по 9.08	839	9	7 551
С 10.08 по 14.08	825	5	4 125
С 15.08 по 25.08	827	11	9 097
С 26.08 по 31.08	832	6	4 992
Итого	-	$\sum t = 31$	$\sum N/t = 25 765$

$$\bar{y} = \frac{\sum N/t}{\sum t} = \frac{25 765}{31} = 831 \text{ чел.}$$

9.6 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

В автопарке города число автомашин составило: на 01.01.2006 г. – 6 980 шт.; 1 марта поступило новых 40 шт. и списано пришедших в негодность 15 шт.; 1 августа поступило 164 шт. и списано 18 шт.; 1 октября поступило 72 шт.

По приведенным данным:

- постройте ряд динамики, характеризующий наличие автомашин;
- определите среднегодовую численность автомашин в автопарке;
- исчислите среднемесячный абсолютный прирост за 2006 г.

ЗАДАЧА 2

На 01.01.2006 г. в торговой сети потребкооперации района имелось 1 346 телевизоров разных марок.

Кварталы	Поступление, шт	Продажа, шт
I квартал	1 680	1 716
II квартал	1 690	1 744
III квартал	1 720	1 918
IV квартал	1 646	1 492

По приведенным данным постройте ряд динамики, характеризующий наличие телевизоров в торговой сети района на начало каждого квартала. Определите:

- среднегодовой остаток телевизоров в торговой сети района;
- вид ряда динамики;
- темпы роста и прироста;
- абсолютный прирост (базисным и цепным методом).

ЗАДАЧА 3

Движение денежных средств на валютном счете вкладчика в банке за 2006 г. характеризуется следующими данными (долл.): остаток на 01.01.2006 г. – 650; 16 марта выдано 100; 1 апреля списано по перечислению 140; 20 июля внесено 200; 1 ноября поступило по перечислению 350; 1 декабря выдано 150.

Определите:

- средний остаток средств на счете: за I полугодие; за II полугодие;
- абсолютный прирост изменения среднего остатка вклада во втором полугодии по сравнению с первым.

ЗАДАЧА 4

В таблице приведены абсолютные величины, характеризующие добычу нефти в 2001–2006 гг.:

Показатели	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
Добыча нефти, млн т	328,4	353,0	377,1	400,4	429,0	458,9
Абсолютные изменения добычи нефти, млн т						
Темпы роста (в процентах к предыдущему году)						
Темпы прироста, %						

Исчислите абсолютные изменения, темпы роста и темпы прироста добычи нефти.

ЗАДАЧА 5

Темпы роста парка машин в строительстве (в процентах к 2000 г.):

Парк машин, ед.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
Экскаваторы:						
одноковшовые	135	159	166	168	165	163
многоковшовые	142	153	153	149	144	132
Скреперы	141	149	133	130	126	120
Бульдозеры	139	159	154	153	150	148
Передвижные краны	139	171	179	177	174	173

Определите:

- средние темпы роста по видам машин;
- средние темпы прироста.

ЗАДАЧА 6

Имеются данные о производстве минеральных удобрений (в пересчете на 100% питательных веществ, млн т).

Номер завода	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.
1	13,1	22,0	24,8	33,2	34,7	36,3	37,1
2	14,8	17,1	22,5	22,3	18,2	21,4	22,4

Определите:

- средний уровень производства продукции по заводам;
- средний темп роста;
- абсолютный прирост;
- абсолютное значение 1% прироста.

ЗАДАЧА 7

Имеются следующие отчетные данные завода о производстве радиоприемников за 2003–2006 гг.: 2003 г. – 12 000 шт., 2004 г. – 12 600 шт., 2005 г. – 13 200 шт., 2006 г. – 14 060 шт.

Исчислите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста производства радиоприемников. Определите средние темпы роста и абсолютное значение 1% прироста.

ЗАДАЧА 8

Имеются следующие данные о выпуске культиваторов на заводе сельхозмашин за первое полугодие: январь – 368 шт.,

февраль – 356 шт., март – 376 шт., апрель – 376 шт., май – 388 шт., июнь – 400 шт.

Исчислите средние темпы роста и темпы прироста выпуска культиваторов. Оформите абсолютные данные, приведенные в условии задачи, и полученные относительные величины в виде таблицы.

9.7 ТЕСТЫ

1. Статистические ряды динамики – это:

- а) ряд единиц совокупности, расположенных в порядке возрастания или убывания варьирующего признака;
- б) ряды абсолютных величин;
- в) показатели, характеризующие процесс развития общественного явления во времени;
- г) ряды, где значения варианты даны в виде интервалов.

2. Моментные динамические ряды – это:

- а) процесс развития общественного явления во времени;
- б) ряд количественных показателей, характеризующих данное явление на определенные даты;
- в) ряд количественных показателей, характеризующих данное явление за определенный промежуток времени;
- г) ряд относительных величин.

3. Темп роста – это:

- а) разность между уровнями двух сравниваемых периодов;
- б) отношение уровня одного периода к уровню предшествующего периода;
- в) отношение абсолютного прироста к темпу роста;
- г) отношение абсолютного прироста к уровню того периода, с которым производится сравнение.

4. Средний темп роста определяется по формуле:

а) $x = \frac{\sum xf}{\sum f}$;

в) $T = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_1}}$;

б) $x = \frac{x_0 + x_1}{2}$;

г) $T = T - 100\%$.

5. Абсолютное значение 1% прироста – это:
- а) отношение уровней двух периодов;
 - б) отношение абсолютного прироста к темпу прироста;
 - в) отношение абсолютного прироста к уровню того периода, с которым сравнивают;
 - г) разность между уровнями двух периодов.
6. Система показателей динамического ряда включает:
- а) средний уровень ряда, дисперсию;
 - б) цепные и базисные индексы, темп прироста;
 - в) абсолютное значение 1% прироста, темп роста, темп прироста, абсолютный прирост;
 - г) базисный абсолютный прирост, коэффициент вариации, темп роста.

9.8 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется рядом динамики?
2. Что такое динамика?
3. Назовите виды рядов динамики.
4. Каковы причины несопоставимости рядов динамики?
5. Что означает прием «смыкание рядов динамики»?
6. Назовите показатели рядов динамики.
7. Как определить темп роста?
8. Как определить абсолютное значение 1% прироста?
9. Как определить средний темп прироста?
10. Что такое пункт роста?
11. Как определить средний уровень ряда?

ГЛАВА 10

ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Содержание

- 10.1 Понятие об индексах и их видах
- 10.2 Групповые индексы
- 10.3 Индексы средних величин
- 10.4 Индексы структурных сдвигов. Решение типовых задач
- 10.5 Задачи для самостоятельного решения
- 10.6 Тесты
- 10.7 Вопросы для самоконтроля

10.1 ПОНЯТИЕ ОБ ИНДЕКСАХ И ИХ ВИДАХ

Особым видом относительных величин являются индексы. Слово «индекс» означает показатель.

Индексами в статистике называют относительные показатели, характеризующие степень выполнения плана, изменение во времени или пространстве как однородных, так и разнородных явлений.

Для исчисления индекса необходимо иметь показатели за два сопоставляемых периода. Величину, с которой сравнивают, называют *основанием*, или базой индекса, *базисной* величиной. Изучаемую величину, которую сопоставляют (сравнивают) с величиной базисного периода, называют *отчетной*, или *текущей*. Индекс, таким образом, есть отношение отчетной величины к базисной.

Индексы классифицируют по следующим признакам:

1. По характеру изучаемых объектов различают:

а) индексы количественных показателей (индексы физического объема продукции, национального дохода, потребления иностранной валюты и др.);

б) индексы качественных показателей (индексы цен, себестоимости, урожайности, средней заработной платы и др.).

2. По степени охвата единиц совокупности индексы делятся на:

а) индивидуальные (частные);

б) общие (групповые).

Индивидуальные, или частные, индексы характеризуют соотношение показателей однородных явлений. Примером индивидуальных индексов может быть процент выполнения плана или динамика выпуска одного какого-нибудь вида продукции, процент выполнения плана или динамика себестоимости одного вида продукции, или соотношение выпуска какого-либо вида продукции за один и тот же период в разных областях, республиках.

Общий, или групповой, индекс характеризует соотношение показателей разнородных явлений, абсолютные величины которых непосредственно нельзя суммировать, их можно суммировать только после приведения к одному выражению. Примером общего индекса является индекс, характеризующий степень изменения общего выпуска продукции завода.

Чтобы вычислить индивидуальный индекс, надо показатель отчетного периода разделить на показатель базисного периода. При исчислении индексов для удобства введем условные обозначения – латинские буквы: индивидуальный индекс – i , количество продукции или товара в натуральном выражении – q , цена единицы каждого продукта (товара) – p .

Формула индивидуального индекса объема продукции име-

ет следующий вид: $i_{об. пр.} = \frac{q_1}{q_0}$, где подиндекс 1 означает теку-

щий или отчетный период, 0 – базисный период.

Итак, индивидуальный индекс объема продукции получают путем деления количества продукции отчетного периода на количество продукции этого же вида в базисном периоде. Формула индивидуального индекса цен выглядит следующим образом:

$i_p = \frac{p_1}{p_0}$, т.е. индивидуальный индекс цен получают путем

деления цены за единицу продукции текущего периода на ее цену в базисном периоде.

10.2 ГРУППОВЫЕ ИНДЕКСЫ

Групповой индекс стоимости продукции представляет собой отношение фактической стоимости всей продукции в отчетном периоде к фактической стоимости всей продукции в базисном периоде. Формула индекса стоимости продукции

имеет следующий вид:
$$I_{cm} = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_0 P_0}.$$

Эта формула показывает, что для получения индекса стоимости продукции количество каждого продукта умножают на его цену, а затем полученные произведения суммируют. Рассчитанный таким образом итог стоимости продукции за отчетный период сопоставляют со стоимостью продукции за базисный период.

Групповой индекс объема продукции – это отношение стоимости всей продукции отчетного периода в ценах базисного периода к фактической стоимости продукции базисного периода по базовым ценам.

Формула этого индекса имеет вид:
$$I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}.$$

Групповой индекс цен получают путем отношения фактической стоимости продукции отчетного периода по ценам отчетного периода к стоимости этой продукции по ценам

базисного периода, т.е.
$$I_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}.$$

Между индексами цен, физического объема продукции и стоимости существует взаимосвязь: $I_{cm} = I_q \cdot I_p.$

При изучении динамики за три и более периодов индексы могут быть исчислены:

а) путем сопоставления абсолютных величин (показателей) всех периодов поочередно с показателем одного периода, принятого за постоянную базу. Индексы с постоянным основанием называют *базисными*;

б) путем сопоставления абсолютной величины каждого периода с абсолютной величиной непосредственно

предшествующего периода, т.е. меняющейся базой. Индексы с основанием предыдущих периодов называют *цепными*.

Базисные и цепные индексы связаны между собой. Перемножив все цепные индексы, получим последний базисный; разделив каждый последующий базисный индекс на предшествующий, получим соответствующий цепной индекс.

10.3 ИНДЕКСЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

На практике не всегда имеются индексируемые величины и веса. В таком случае агрегатные индексы преобразуются в средние: средний арифметический и средний гармонический.

При этом средний индекс является правильным лишь в том случае, если он тождественен агрегатному индексу.

$$\text{Агрегатный индекс физического объема: } I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}. \quad (1)$$

$$\text{Индивидуальный индекс физического объема: } i_q = \frac{q_1}{q_0}. \quad (2)$$

$$\text{Отсюда } q_1 = i_q q_0. \quad (3)$$

Из формулы (3) в формулу (1) подставим значение q_1 , получим *средний арифметический индекс физического объема*:

$$\bar{I}_q = \frac{\sum i_q q_0 P_0}{\sum q_0 P_0}.$$

$$i_p = \frac{P_1}{P_0}, \quad P_1 = i_p P_0, \quad \text{тогда } \bar{I}_p = \frac{\sum i_p P_0 q_1}{\sum P_0 q_1} - \text{средний арифмети-}$$

ческий индекс цен.

В тех случаях, когда нет данных о количестве произведенной (реализованной) продукции, но есть индивидуальные индексы цен и стоимость этой продукции в отчетном периоде в ценах отчетного периода, используется средний гармонический индекс цен.

$$I_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}, \quad i_p = \frac{P_1}{P_0}, \quad \text{то } P_0 = \frac{P_1}{i_p}, \quad \text{тогда } \bar{I}_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 \frac{P_1}{i_p}} = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum \frac{q_1 P_1}{i_p}}$$

средний гармонический индекс цен.

Средний гармонический индекс цен часто используется в торговле, где в отчетности имеются данные о стоимости проданного товара (Pq) и отсутствуют данные о количестве проданных товаров по отдельным видам (q).

10.4 ИНДЕКСЫ СТРУКТУРНЫХ СДВИГОВ

На динамику качественных показателей, уровни которых выражены средними величинами, оказывает влияние изменение структуры изучаемого явления.

Для характеристики изменения структуры совокупности в динамике рассчитывают интегральный коэффициент структурных различий А. Салаи:

$$K_c = \sqrt{\sum \left(\frac{d_1 - d_0}{d_1 + d_0} \right)^2 : n},$$

где d_1, d_0 – относительные показатели структуры изучаемой совокупности в отчетном и базисном периоде;

n – число групп.

Изменение коэффициента от 0 до 1 показывает меру структурных различий совокупностей.

На изменение среднего значения показателя могут оказывать воздействие одновременно два фактора:

- 1) изменение значений осредняемого признака;
- 2) изменение структуры явления.

Для определения степени влияния этих факторов используют индексы переменного и постоянного состава, структуры сдвигов.

Индекс переменного состава – это относительная величина, характеризующая совместное влияние двух средних показателей для однородной совокупности (изменяется и цена, и количество (урожайность), и посевная площадь).

$$I_{\text{перем. сост.}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0},$$

где \bar{x} – осредненный признак,
 f – вес (доля) изучаемого признака.

$$I_z = \bar{z}_1 : \bar{z}_0 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} - \text{индекс себестоимости пере-}$$

менного состава.

$$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} - \text{индекс цены переменного}$$

состава.

Чтобы исключить влияние изменения структуры совокупности, т.е. исчислить влияние только индексируемой величины (цены, себестоимости), находится индекс постоянного (фиксированного) состава.

$$I_{\text{пост. сост.}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}.$$

$$\text{Индекс цен: } I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

$$\text{Индекс себестоимости: } I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}.$$

$$\text{Индекс урожайности: } I_y = \frac{\sum y_1 n_1}{\sum y_0 n_1}.$$

$$\text{Индекс посевных площадей: } I_n = \frac{\sum y_1 n_1}{\sum y_1 n_0}.$$

Чтобы исчислить влияние структуры (состава, доли) на динамику среднего показателя, исчисляется индекс структурный сдвигов как отношение среднего уровня индексируемого показателя базисного периода на отчетную структуру к фактической средней этого показателя в базисном периоде:

$$I_{стр.} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$$

В качестве весов средних величин могут быть использованы и относительные величины (доли) d , тогда:

$$I_{перем. сост.} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0}; \quad I_{пост. сост.} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1}; \quad I_{стр. сдвигов} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0}$$

Между индексами переменного, постоянного составов и структурных сдвигов имеется взаимосвязь:

$$I_{стр.} = \frac{I_{перем. сост.}}{I_{пост. сост.}}; \quad I_{перем. сост.} = I_{стр.} \cdot I_{пост. сост.}; \quad I_{пост. сост.} = \frac{I_{перем. сост.}}{I_{стр.}}$$

10.5 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Имеются данные о производстве зерновых культур.

Зерновые культуры	Валовой сбор, ц		Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га	
	баз. период	отч. период	баз. период	отч. период	баз. период	отч. период
Рожь	14 400	18 000	800	900	18	20
Овес	6 400	6 400	400	400	16	16
Гречка	2 400	1 400	200	100	12	14
Итого	23 200	25 800	1 400	1 400	—	—

Исчислите:

- индекс средней урожайности переменного состава;
- индекс средней урожайности постоянного состава;
- индекс структурных сдвигов.

Решение

$$I_{перем. сост.} = \frac{\bar{y}_1}{y_0};$$

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{23\,200}{1\,400} = 16,57 \text{ ц/га};$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} = \frac{25\,800}{1\,400} = 18,43 \text{ ц/га.}$$

$$I_{\text{пер. сост.}} = 18,43 : 16,57 = 1,112, \text{ или } 11,2\%.$$

Средняя урожайность в отчетном периоде увеличилась на 11,2%, или на 1,86 ц/га (18,43 – 16,57).

Изменение средней урожайности происходило под влиянием двух факторов:

- а) изменения урожайности отдельных культур;
- б) изменения структуры посевных площадей.

На основе индекса средней урожайности постоянного состава определим изменение урожайности отдельных культур при одинаковой структуре посевных площадей:

$$I_{\text{пост. сост.}} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1} = \frac{25\,800}{18 \cdot 900 + 16 \cdot 400 + 12 \cdot 100} = \frac{25\,800}{23\,800} = 1,084, \text{ или } 108,4\%.$$

Увеличение валового сбора зерна за счет роста урожайности культур составило 2 000 ц (25 800 – 23 800):

$$I_{\text{стр. сдв.}} = \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} \cdot \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{23\,800}{1\,400} \cdot \frac{23\,200}{1\,400} = \frac{23\,800}{23\,200} = 1,026, \text{ или } 102,6\%.$$

Увеличение валового сбора за счет изменения структуры посевных площадей составило: 23 800 – 23 200 = 600 ц.

Проверка

$$2\,000 + 600 = 2\,600 \text{ ц;}$$

$$25\,800 - 23\,200 = 2\,600 \text{ ц.}$$

$$I_{\text{пер. сост.}} = I_{\text{пост.}} \cdot I_{\text{стр.}};$$

$$1,112 = 1,084 \cdot 1,026.$$

ЗАДАЧА 2

Рассчитайте по следующим данным индивидуальные индексы динамики объема продукции, цен и стоимости.

Показатели	2005 г.	2006 г.
Объем продукции, шт.	1 600	1 768
Цена, тыс. руб.	1 150	1 100

Решение

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{1768}{1600} = 1,105, \text{ или } 110,5\%;$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{1100}{1150} = 0,957, \text{ или } 95,7\%;$$

$$i_{см} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = \frac{1100 \cdot 1768}{1150 \cdot 1600} = \frac{1944800}{1840000} = 1,057, \text{ или } 105,7\%;$$

$$i_{см} = i_q i_p = 1,105 \cdot 0,957 = 1,057, \text{ или } 105,7\%.$$

ЗАДАЧА 3

Имеются сведения о выпуске заводом продукции и ценах на эту продукцию за 2005 и 2006 г.

Вид продукции	Выпущено единиц		Цена за единицу, тыс. руб.	
	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.
Токарно-винторезные станки, шт.	1 600	1 768	1 150	1 100
Чугунное литье, т	3 500	3 945	370	349

Исчислите индивидуальные и групповые индексы объема продукции.

Решение

Вычисления отразим в таблице.

Вид продукции	Выпущено единиц		Цена за единицу в 2005 г., тыс. руб. (p ₀)	Стоимость продукции в ценах 2006 г., тыс. руб.		Индексы объема продукции
	2005 г. (q ₀)	2006 г. (q ₁)		2005 г. (p ₀ q ₀)	2006 г. (p ₀ q ₁)	
Токарно-винторезные станки, шт.	1 600	1 768	1 150	1 840 000	2 033 200	110,5
Чугунное литье, т	3 500	3 945	370	1 295 000	1 459 650	112,7
Итого	—	—	—	3 135 000	3 492 850	111,4

$$i_{q(см)} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{1768}{1600} = 1,105, \text{ или } 110,5\%;$$

$$i_{\text{физ.л.}} = \frac{3\,945}{3\,500} = 1,127, \text{ или } 112,7\%;$$

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{3\,492\,850}{3\,135\,000} = 1,114, \text{ или } 111,4\%.$$

ЗАДАЧА 4

На основании условия задачи 2 определите индексы цен.

Решение

Вид продукции	Цена за единицу, тыс. руб.		Выпущено единиц в 2006 г. (q_1)	Стоимость продукции, тыс. руб.		Индексы цен
	2005 г. (p_0)	2006 г. (p_1)		в ценах 2005 г. ($p_0 q_1$)	в ценах 2006 г. ($p_1 q_1$)	
Токарно-винторез- ные станки, шт.	1 150	1 100	1 768	2 033 200	1 944 800	95,7
Чугунное литье, т	370	349	3 495	1 459 650	1 376 805	94,3
Итого	-	-	-	3 492 850	3 321 605	95,1

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{3\,321\,605}{3\,492\,850} = 0,951, \text{ или } 95,1\%.$$

ЗАДАЧА 5

Используя условие задачи 2, исчислите индексы стоимости продукции. Решение представьте в виде таблицы.

Решение

Вид продукции	Выпущено единиц		Цена за единицу, тыс. руб.		Стоимость продукции, тыс. руб.		Индексы стоимо- сти
	2005 г. (q_0)	2006 г. (q_1)	2005 г. (p_0)	2006 г. (p_1)	2005 г. ($p_0 q_0$)	2006 г. ($p_1 q_1$)	
Токарно-винторез- ные станки, шт.	1 600	1 768	1 150	1 100	1 840 000	1 944 800	105,7
Чугунное литье, т	3 500	3 945	370	349	1 295 000	1 376 805	106,3
Итого	-	-	-	-	3 135 000	3 321 605	105,9

$$I_{cm} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{3\,321\,605}{3\,135\,000} = 1,059, \text{ или } 105,9\%;$$

$$I_{cm} = I_p \cdot I_q = 0,951 \cdot 1,114 = 1,059, \text{ или } 105,9\%.$$

ЗАДАЧА 6

Индекс физического объема продукции составил 105%, цена увеличилась на 12%. Определите, как изменилась стоимость продукции.

Решение

$$I_{ст.} = I_p \cdot I_q; \quad I_p = 100 + 12 = 112\%;$$

$$I_{ст.} = 1,12 \cdot 1,05 = 1,176, \text{ или } 117,6\%.$$

Ответ: стоимость продукции увеличилась на 17,6%.

ЗАДАЧА 7

Определите среднеарифметический индекс физического объема на основании следующих данных:

Решение

Продукты	i_q	$q_0 p_0$, млн руб.
А	1,10	300
Б	0,90	250
В	0,75	400

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,1 \cdot 300 + 0,9 \cdot 250 + 0,75 \cdot 400}{300 + 250 + 400} = \frac{855}{950} = 0,9, \text{ или } 90\%.$$

Вывод: объем продукции в целом снизился на 10%.

10.6 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

По следующим данным рассчитайте индексы:

- физического объема товарооборота;
- цен;
- стоимости продукции.

Товар	Индивидуальный индекс цен	Стоимость проданной продукции, млн руб.	
		июль	август
Картофель	104	118	99
Молоко	102	26	28
Яйцо	96	142	155

ЗАДАЧА 2

По имеющимся данным рассчитайте индексы:

- затрат времени на производство продукции;
- физического объема продукции;
- трудоемкости.

Вид продукции	Количество произведенной продукции, ед.		Трудоемкость производства единицы продукции, чел.-ч	
	q_0	q_1	t_0	t_1
А	480	550	1,12	1,08
Б	304	434	1,18	1,09
В	571	617	1,76	1,72

ЗАДАЧА 3

Объем продукции завода увеличился на 15%. Стоимость продукции осталась прежней.

Определите среднее изменение цен.

ЗАДАЧА 4

Стоимость продукции завода синтетического каучука в 2006 г. увеличилась на 7,1% по сравнению с 2005 г. Индекс цен составил 97,2%.

Определите, как изменился физический объем выпущенной продукции.

ЗАДАЧА 5

Объем продукции возрос на 12%, в связи с этим ее стоимость за тот же период увеличилась на 240 тыс. руб. Цены снизились на 6%.

Определите, на какую сумму за счет понижения цен снизилась фактическая стоимость продукции в отчетном периоде.

ЗАДАЧА 6

Численность рабочих увеличилась на 5%, а производительность труда – на 10%.

Определите, как изменился объем выпущенной продукции.

ЗАДАЧА 7

Объем продукции увеличился на 8%, а производительности труда рабочих – на 3,7%.

Определите, как изменилась численность рабочих.

ЗАДАЧА 8

Численность промышленно-производственного персонала сократилась на 2%, объем продукции при этом увеличился на 3,9%.

Определите, как в среднем изменилась производительность труда.

ЗАДАЧА 9

В отчетном году продано кожаной обуви на 50 млрд руб., резиновой – на 20 млрд руб., комбинированной – на 10 млрд руб. Исчислите общий индекс цен по обуви, если известно, что цены на кожаную обувь возросли на 20%, на резиновую – на 10%, на комбинированную – на 3%.

ЗАДАЧА 10

Имеются данные о снижении себестоимости по отдельным видам продукции и о сумме затрат в производстве.

Вид продукции	Снижение себестоимости, %	Сумма затрат в производстве в отчетном периоде, тыс. долл.
Картофелечистки:		
МОК-250	3	100
МОК-350	4	275
МОК-400	2	65
Протирочные:		
МП-800	5	540
МП-1000	7	160

Исчислите индекс себестоимости:

- по картофелечисткам;
- протирочным машинам;
- всей продукции вместе.

ЗАДАЧА 11

По следующим данным исчислите общий индекс физического объема товарооборота:

Товары	Индивидуальные индексы физического товарооборота	Товарооборот базисного периода, млн руб.
Мясо	1,1	120
Масло	0,9	180
Овощи	1,2	140

ЗАДАЧА 12

Определите индексы переменного и фиксированного состава, структурных сдвигов по следующим данным:

Номер предприятия	Произведено продукции, тыс. шт.		Стоимость единицы продукции, тыс. руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	470	250	12,5	13,0
2	920	940	10,1	103,0
3	380	690	4,2	5,0

ЗАДАЧА 13

По двум швейным фабрикам имеются следующие данные:

Изда- ния	Фабрика № 1				Фабрика № 2			
	Себестоимость 1 ед. продукции, долл.		Произведено, тыс. шт.		Себестоимость 1 ед. продукции, долл.		Произведено, тыс. шт.	
	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный
А	75	72	200	150	60	63	100	200
Б	30	28	100	160	35	32	180	150
В	50	45	500	600	60	58	400	400
Г	10	8	700	600	8	6	500	800

Отдельно по каждой фабрике исчислите индексы:

- средней себестоимости переменного состава;
- средней себестоимости постоянного состава;
- структурных сдвигов.

ЗАДАЧА 14

Имеются данные об объеме продаж и ценах.

Товар	Государственная торговля				Кооперативная торговля			
	Цена, долл.		Объем продаж		Цена, долл.		Объем продаж	
	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный	базис- ный	отчет- ный
Молоко, тыс. л	140	180	10 000	20 000	140	150	5 000	4 000
Творог, т	950	1 050	10 000	15 000	900	1 100	1 000	1 200
Яйца, тыс. дес.	750	850	1 500	2 500	700	800	500	600
Картофель, т	105	100	100 000	300 000	80	80	30 000	20 000

Исчислите по каждому виду товара:

- а) индекс средней цены переменного состава;
- б) индекс цены постоянного состава;
- в) индекс структурных сдвигов.

10.7 ТЕСТЫ

1. Укажите, какой из индексов является агрегатным индексом цен:

$$\text{а) } I = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1};$$

$$\text{в) } I = \frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_1 q_1};$$

$$\text{б) } I = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0};$$

$$\text{г) } I = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}.$$

2. Определите, как изменится стоимость всей произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, если физический объем продукции увеличится на 25%, а цена единицы продукции снизится на 20%:

- а) увеличится на 5%;
- б) увеличится на 25%;
- в) уменьшится на 20%;
- г) не изменится.

3. Определите агрегатный индекс себестоимости всей продукции исходя из следующих данных:

Вид продукции	Количество продукции, ед.		Себестоимость продукции, тыс. руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
А	380	400	5	4,8
Б	450	500	12	11,0

- а) 1,008;
- б) 0,928;
- в) 1,016;
- г) 1,096.

4. Физический объем продукции возрос на 12%, а объем трудовых затрат – на 4%. Определите, как изменилась производительность труда:

- а) +12%;
- б) +7,7%;
- в) +16,5%;
- г) +16,0%.

5. Какой из индексов является агрегатным индексом физического объема?

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;

в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$;

б) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

г) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$.

6. Производственные затраты по сравнению с базисным периодом уменьшились на 4%, а физический объем продукции возрос на 20%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции:

- а) уменьшилась на 20%;
- б) уменьшилась на 16%;
- в) увеличилась на 24%;
- г) увеличилась на 5%.

7. Трудоемкость единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 12%, а физический объем продукции увеличился на 10%. Определите, как изменились общие затраты труда на производство продукции:

- а) – 2%;
- б) + 25%;
- в) – 20%;
- г) – 3,2%.

8. Имеются следующие данные о производстве продукции:

Вид продукции	Количество продукции, ед.		Себестоимость продукции, тыс. руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Телевизоры	100	150	420	400
Телевизоры	400	450	40	35

Определите общий индекс стоимости продукции:

а) 0,946;

б) 0,935;

в) 1,397;

г) 1,306.

9. Укажите, какой из индексов является агрегатным индексом стоимости:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;

в) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

б) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$;

г) $I = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_1}$.

10. Имеются следующие данные:

Наименование товара	Реализовано, шт.		Цена продукции, тыс. руб.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Телевизоры	100	150	420	400
Телевизоры	400	450	40	35

Определите общий индекс цен:

а) 1,374;

б) 1,199;

в) 0,872;

г) 0,861.

10.8 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое индекс?
2. Какая величина называется базисной?
3. Когда применяются индивидуальные индексы?
4. Что характеризует групповой индекс?
5. Как определить групповой индекс физического объема продукции?
6. Какова связь между индексом стоимости продукции и индексом цен?
7. Когда применяются средние индексы?
8. Как определить индекс переменного состава?
9. Что характеризует индекс структурных сдвигов?
10. По какой формуле рассчитывается средний арифметический индекс?
11. Можно ли групповой индекс цен представить в средней гармонической форме?
12. Какова взаимосвязь между индексами постоянного состава и индексами структурных сдвигов?

ГЛАВА 11

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Содержание

- 11.1 Статистические связи, их классификация
- 11.2 Корреляционный анализ взаимосвязей экономических показателей
- 11.3 Корреляционный анализ порядковых переменных. Ранговая корреляция
- 11.4 Решение типовых задач
- 11.5 Задачи для самостоятельного решения
- 11.6 Тесты
- 11.7 Вопросы для самоконтроля

11.1 СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ, ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Статистические показатели находятся между собой в определенных соотношениях. Знание характера и силы связей позволяет управлять социально-экономическими процессами и предсказывать их развитие. Социально-экономические явления представляют собой результат одновременного воздействия большого числа причин. *Причина* – это совокупность условий, обстоятельств, действие которых приводит к появлению следствия. *Причинно-следственные отношения* – это связь явлений и процессов, в которой изменение одного компонента (причины) ведет к изменению другого (следствия).

Существует классификация связей между явлениями и их признаками:

1. По степени тесноты связь может быть функциональной и стохастической.

Связь между переменными является *функциональной*, когда определенному значению одной переменной строго соответствует одно или несколько значений другой переменной. Функциональные связи в статистике изучаются с помощью индексного метода.

Уравнение функциональной связи:

$$y_i = f(x_i),$$

где y_i – результативный признак;

$f(x_i)$ – известная функция связи результативного и факторного признаков;

x_i – факторный признак.

В области массовых социально-экономических явлений количественная закономерность чаще проявляется как зависимость распределения значений результативного признака от значений признаков-факторов. Это *стохастическая* связь.

Корреляционная связь является частным случаем стохастической связи.

При корреляционной связи, в отличие от функциональной, обычно не известен ни полный перечень всех признаков-факторов, влияющих на результативный признак, ни точный механизм их взаимосвязи.

2. По направлению связь делится на прямую и обратную. При *прямой* связи с увеличением или уменьшением значений факторного признака происходит увеличение или уменьшение значений результативного. Например: рост производительности труда приводит к росту заработной платы. При *обратной* связи значения результативного признака изменяются под воздействием факторного, но в противоположном направлении. Так, с увеличением фондоотдачи снижается себестоимость единицы продукции.

3. По аналитическому выражению выделяют связи *прямолинейные (линейные)* и *криволинейные*.

Признаки по значению делятся на два класса:

а) *факторные признаки*, обуславливающие изменение других, связанных с ними признаков;

б) *результативные признаки*, изменяющиеся под действием факторных признаков.

Для изучения функциональных связей применяются балансовый и индексный методы.

11.2 КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Задача статистики в области изучения взаимосвязей состоит в определении формы (аналитического выражения) влияния факторных признаков на результативный. Для ее решения применяют методы *корреляционного* и *регрессионного анализа*. Особенность корреляционных связей состоит в том, что они обнаруживаются в массе и являются неполными.

Задачи *корреляционного анализа*:

- 1) обнаружение корреляционной зависимости в фактическом материале;
- 2) установление формы связи;
- 3) измерение тесноты связи (для этого рассчитывают коэффициент корреляции, индекс корреляции или корреляционное отношение).

Задачи *регрессионного анализа*:

- 1) выбор типа модели;
- 2) установление степени влияния независимых переменных на зависимую;
- 3) определение функции регрессии.

Часто на практике анализ начинают с расчета *коэффициента*

корреляции: если $r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$, то $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$; $\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2$.

Коэффициент корреляции r может принимать значения от -1 до $+1$:

- при $r = 1$ – прямая функциональная зависимость;
- при $r = 0$ – отсутствует линейная зависимость;
- при $r = -1$ – обратная функциональная связь.

Изменение r от 0 к 1 характеризует степень приближения корреляционной зависимости в изменении y и x к функциональной (линейной).

Между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии существует связь: $r = a_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}$, где a_i – коэффициент регрессии в уравнении связи.

Уравнение связи: $y_x = a_0 + a_1 x$.

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (результата) обусловлено влиянием факторных величин (одной или множеством).

$$\text{Уравнение регрессии: } a_1 = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}.$$

В случае зависимости между двумя признаками для измерения тесноты связи применяют эмпирическое и теоретическое корреляционное отношение.

Эмпирическое корреляционное отношение характеризует степень приближения связи к функциональной и определяется

$$\text{по формуле } \eta_r = \sqrt{\frac{\overline{\zeta^2}}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \sigma^2}{\sigma^2}},$$

где $\overline{\zeta^2}$ – межгрупповая дисперсия;

σ^2 – общая дисперсия.

Теоретическое корреляционное отношение (индекс корреляции) определяется по формуле $R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y-x}^2}{\sigma_y^2}}$, где σ_{y-x}^2 – остаточная дисперсия, которая отражает вариацию y за счет

всех факторов, кроме x .

11.3 КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ПОРЯДКОВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ. РАНГОВАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Порядковая переменная позволяет упорядочить статистически исследованные объекты по степени появления в них анализируемого свойства. К порядковым переменным обращаются тогда, когда количественно измерить степень проявления этого свойства невозможно или когда измерения рассматриваются как вспомогательное средство для последующего ранжирования объектов.

Ранговый коэффициент корреляции характеризует статистическую связь между порядковыми переменными.

Ранжировка – это расположение объектов в порядке убывания степени проявления в них изучаемого свойства. *Ранг* характеризует порядковое место, которое занимает объект в ряду n объектов.

Для измерения степени тесноты связи между ранжировками К. Спирмен в 1904 г. предложил использовать показатель, который впоследствии был назван *ранговым коэффициентом корреляции Спирмена*.

$$R_{x/y} = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где d^2 – квадрат разности рангов;
 n – число наблюдений.

Сущность метода Спирмена заключается в следующем:

- 1) варианты факторного признака располагают по возрастанию – ранжируют единицы по значению признака x ;
- 2) для каждой единицы совокупности указывают ранг с точки зрения результирующего признака y .

11.4 РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Имеются данные по десяти однородным предприятиям.

Предприятие	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Электровооруженность труда на одного работающего, кВт-ч	2	5	3	7	2	6	4	9	8	4
Выпуск готовой продукции на одного работающего, тыс. долл.	3	6	4	6	4	8	6	9	9	5

Определите параметры уравнения связи и линейный коэффициент корреляции.

Решение

Из таблицы видно, что зависимость выпуска продукции на одного работника от электровооруженности труда линейная и выражается уравнением прямой:

$$y_x = a_0 + a_1 x,$$

где y_x – выпуск готовой продукции на одного работника;
 x – электровооруженность труда на одного работника;
 a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии.

Параметры уравнения прямой a_0, a_1 определяются путем решения системы нормальных уравнений, полученных по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx, \end{cases} \quad (4)$$

а также по следующим формулам: $a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$; $a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}$.

Для определения параметров уравнения регрессии строим расчетную таблицу.

Номер завода	Электро-вооруженность труда на одного работающего, кВт·ч (x)	Выпуск готовой продукции на одного работающего, тыс. долл. (y)	xy	x ²	y _x	y ²
1	2	3	6	4	3,61	9
2	5	6	30	25	6,00	36
3	3	4	12	9	4,41	16
4	7	6	42	49	7,59	36
5	2	4	8	4	3,61	16
6	6	8	48	36	6,80	64
7	4	6	24	16	5,20	36
8	9	9	81	81	9,19	81
9	8	9	72	64	8,38	81
10	4	5	20	16	5,20	25
Итого	50	60	343	304	60,00	400
В среднем	$\frac{\sum x}{n} = \bar{x} = 5,0$	$\frac{\sum y}{n} = \bar{y} = 6,0$	$\frac{\sum xy}{n} = \overline{xy} = 34,3$	$\overline{x^2} = 30,4$	$\bar{y}_x = \frac{60}{10}$	$\overline{y^2} = 40$

Решение

Подставим фактические данные из таблицы в систему нормальных уравнений (4) и получим:

$$10a_0 + a_1 \cdot 50 = 60; \quad (a)$$

$$50a_0 + 304a_1 = 343. \quad (б)$$

Умножим каждый член первого уравнения на 5:

$$50a_0 + 250a_1 = 300;$$

$$50a_0 + 304a_1 = 343.$$

Вычтем из второго уравнения первое, получим: $43 = 54a_1$.

$$\text{Отсюда } a_1 = \frac{43}{54} = 0,7963.$$

Подставим значение a_1 в уравнение (а):

$$10a_0 + 50a_1 = 60; 10a_0 + 50 \cdot 0,7963 = 60; a_0 = \frac{60 - 39,815}{10} = 2,02.$$

Уравнение корреляционной связи примет вид: $y_x = 2,02 + 0,796x$.

Параметры уравнения регрессии можно определить также по формулам:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{30,4 - 5 \cdot 5} = 0,796;$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x} = 6,0 - 0,796 \cdot 5,0 = 2,02.$$

После определения параметров уравнения регрессии путем подстановки значений x в уравнения корреляционной связи рассчитаем теоретическую линию регрессии y_x :

$$y_1 = 2,02 \cdot 0,796 \cdot 2 = 3,61;$$

$$y_2 = 2,02 \cdot 0,796 \cdot 5 = 6,0.$$

Если параметры уравнения определены правильно, то

$$\sum y = \sum y_x.$$

Окончательную проверку правильности расчета параметров уравнения связи произведем подстановкой a_0 и a_1 в систему (4) нормальных уравнений:

$$10 \cdot 2,02 + 0,796 \cdot 50 = 60;$$

$$2,02 \cdot 50 + 0,796 \cdot 304 = 343.$$

Используя уравнение корреляционной связи $y_x = a_0 + a_1x_1$, можно определить теоретическое значение y_x для любой промежуточной точки (теоретическое значение выпуска готовой продукции на одного работника для любого значения электровооруженности труда на одного работающего).

Коэффициент регрессии a_1 уточняет связь между x и y . Он показывает, на сколько единиц увеличивается результативный признак при увеличении факторного признака на единицу. В нашем примере $a_1 = 0,796$. Это значит, что при увеличении электровооруженности труда на одного работающего на 1 кВт-ч выпуск продукции увеличится на 0,796 тыс. долл.

На основе данных расчетной таблицы вычислим линейный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{2,324 \cdot 2} = \frac{4,3}{4,648} = 0,925 \text{ или}$$

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,796 \frac{2,324}{2} = 0,925.$$

Вывод: r приближается к 1 – связь линейная.

11.5 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

По десяти однородным семьям имеются следующие данные о доходах и расходах на промышленные товары за месяц:

Семья	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доход на душу, долл.	100	120	110	115	125	130	125	140	140	150
Расходы на промышленные товары, долл.	12	13	18	19	20	20	25	30	31	35

Составьте уравнение корреляционной связи между доходами и расходами на промышленные товары (связь линейная). Проанализируйте параметры уравнения связи. Изобразите корреляционную связь на графике.

ЗАДАЧА 2

На основе выборочных данных о деловой активности однотипных коммерческих структур оцените тесноту связи между прибылью и затратами на 1 руб. продукции.

Коммерческая структура	Прибыль (y), млн. руб.	Затраты на 1 руб. продукции (x)
1	221	96
2	1 070	77
3	1 001	77
4	606	89
5	779	82
6	789	81
Итого	4 466	502
Средние показатели	744,33	83,67

ЗАДАЧА 3

По данным о стоимости оборудования x и производительности труда y методом наименьших квадратов получено уравнение $y = -12,14 + 2,08x$.

Объясните, что это означает.

ЗАДАЧА 4

Имеются следующие данные по 10 участкам о глубине вспашки x (см) и величине урожая y (ц/га):

x	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19
y	9,0	8,5	9,2	9,6	9,4	10,5	11,2	10,8	11,0	11,5

Определите уравнение связи и линейный коэффициент корреляции.

Объясните смысл коэффициента регрессии.

11.6 ТЕСТЫ

1. Корреляционная связь – это:

- а) жестко детерминированная связь между явлениями;
- б) факторная связь;
- в) связь между величинами, при которой одна величина реагирует на другую;
- г) признак, характеризующий следствие.

2. Балансовый вид взаимосвязей выражается:

а) $y_x = a_0 + a_1 x$;

в) $a + b = c + d$;

б) $a_0 = \bar{y} + a_1 \bar{x}$;

г) $a_0 n + a_1 \sum x = \sum y$.

3. Эмпирическое корреляционное отношение выражается формулой:

а) $\eta_s = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$;

в) $\eta_s = \sqrt{\frac{\zeta}{n}}$;

б) $\eta_s = \sqrt{\frac{\zeta^2}{\sigma^2}}$;

г) $\eta_s = \frac{\zeta^2}{\sigma^2}$.

4. Линейный коэффициент корреляции выражается формулой:

а) $R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y-y_x}^2}{\sigma_y^2}}$;

в) $r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - \bar{x}^2}$;

б) $r = \sum \left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y - \bar{y}}{\sigma_y} \right) : n$;

г) $a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x - \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$.

11.7 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое причина?
2. Что называют причинно-следственными отношениями?
3. Какие признаки называются факторными?
4. Чем отличаются факторные признаки от результативных?
5. Назовите виды связей по их признакам.
6. Что такое функциональная связь?
7. Чем отличается функциональная связь от стохастической?
8. Что такое корреляционная связь?
9. Какие различают связи по направлению?
10. Назовите задачи корреляционного анализа.
11. В чем заключается регрессионный анализ?
12. Изобразите формулой связь между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии.
13. Что характеризует эмпирическое корреляционное отношение?
14. Назовите формулу теоретического корреляционного отношения.

ГЛАВА 12

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Содержание

- 12.1 Понятие о статистических графиках, их основные элементы и виды
- 12.2 Методика построения статистических графиков
- 12.3 Графические статистические знаки
- 12.4 Радиальные диаграммы
- 12.5 Квадратные и круговые диаграммы
- 12.6 Задачи для самостоятельного решения
- 12.7 Тесты
- 12.8 Вопросы для самоконтроля

12.1 ПОНЯТИЕ О СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРАФИКАХ, ИХ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ

В статистике *графиком* называется наглядное изображение статистических величин при помощи геометрических линий и фигур (диаграмм) или географических картосхем (картодиаграмм).

Статистические графики применяются для того, чтобы сделать статистический материал более доходчивым, понятным и запоминающимся, чтобы с одного взгляда можно было подметить те закономерности, которые содержатся в цифровом материале, отчетливо видеть тенденции в развитии и взаимосвязи показателей.

В каждом графике необходимо различать следующие основные элементы:

1) *графический образ* – геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры, с помощью которых изображаются

статистические величины; графический образ характеризует язык графика;

2) *поле графика* – место, где расположены графические образы (система координат);

3) *масштабные ориентиры*, дающие геометрическим знакам количественную определенность;

4) *шкала* – линия, на которую нанесены деления, отвечающие определенным числам;

5) *экспликация графика*, включающая в себя название и соответствующие пояснения отдельных его частей.

Графики подразделяют на точечные, столбиковые, линейные, полосовые, квадратные, круговые, фигурные.

С точки зрения разрешаемых задач можно выделить следующие статистические графики:

- а) сравнения статистических показателей;
- б) динамики;
- в) структуры и структурных сдвигов;
- г) контроля выполнения плана;
- д) вариационных рядов;
- е) пространственного размещения;
- ж) зависимости варьирующих признаков.

12.2 МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГРАФИКОВ

Все графики можно разделить на диаграммы, картограммы и картодиаграммы.

Диаграмма – это графическое изображение в системе координат статистических величин с помощью различных геометрических фигур или знаков.

Картограмма – изображение величины показателя на географической карте с помощью графических символов (штриховки, расцветки, точек).

Картодиаграмма – сочетание диаграммы с картограммой, т.е. диаграмма на географической карте.

К числу наиболее простых относятся *столбиковые* графики, они изображаются в виде столбиков-прямоугольников. Все столбики-прямоугольники располагаются в ряд, имеют

одинаковые основания и высоту, пропорциональную числовым значениям изображаемых показателей (применяется один и тот же масштаб), строятся на одной базовой линии. О соотношениях между величинами изображаемых показателей судят по величине столбиков, поэтому разрыв шкалы для них не допускается. Столбиковые диаграммы обычно используются для сравнения данных, относящихся к разным объектам, или для отражения динамики. Например, производство молока по годам в хозяйстве, производство стали по годам в стране или производство стали (молока) в странах мира.

Если данные относятся к ряду объектов, то столбики рекомендуется располагать от большего к меньшему или наоборот. Прямоугольники можно располагать и горизонтально, тогда диаграмма называется *полосовой* (рис. 1).

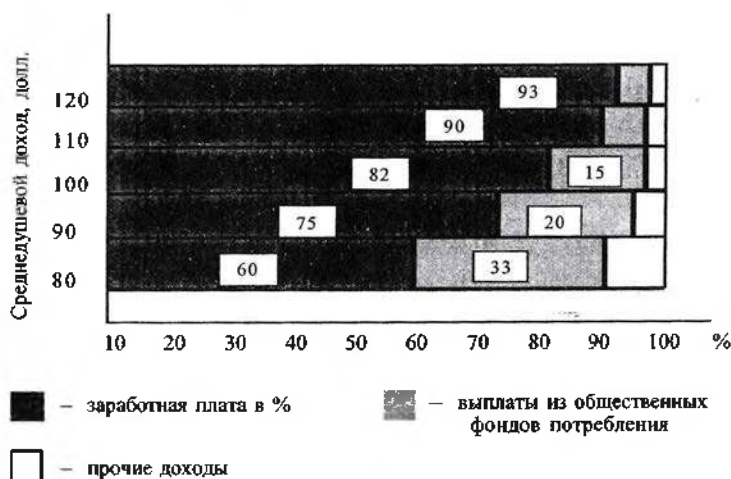


Рисунок 1 – Состав доходов рабочих за 2006 г.

Для построения *линейных графиков* используют систему прямоугольных координат. На оси абсцисс откладывают периоды, а на оси ординат – показатели (рис. 2).

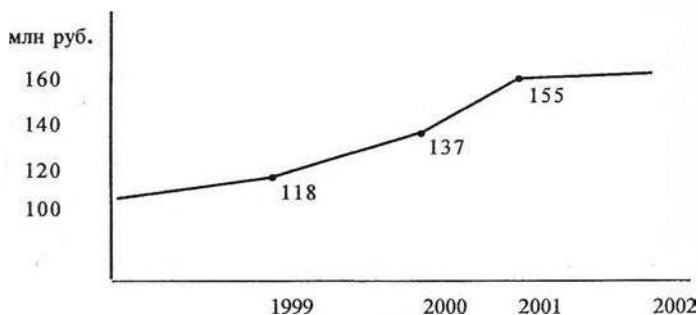


Рисунок 2 – Динамика розничного товарооборота

Линейные графики удобны тем, что на одном графике можно строить несколько кривых (ломаных). Например, урожайность зерновых и зернобобовых в целом и отдельных видов (пшеницы, ячменя).

Секторные диаграммы используются для изображения структуры (состава) совокупности. Для построения секторной диаграммы вычерчивается круг произвольного радиуса и приравнивается к 100%.

Пример

Доля городского населения Республики Беларусь в 2005 г. составила 62%, сельского – 38%; в 2006 г. – соответственно 67% и 33%.

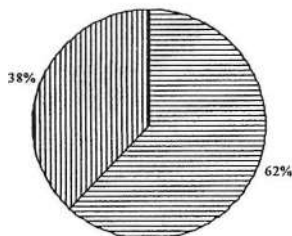
Для построения секторной диаграммы нужно 360° распределить пропорционально величинам удельных весов:

$$\frac{360^\circ \cdot 62}{100} = 223,2^\circ;$$

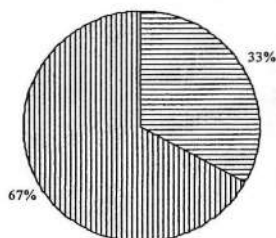
$$\frac{360^\circ \cdot 38}{100} = 136,8^\circ;$$

$$\frac{360^\circ \cdot 67}{100} = 241,2^\circ;$$

$$\frac{360^\circ \cdot 33}{100} = 118,8^\circ.$$



2005 г.



2006 г.

12.3 ГРАФИЧЕСКИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗНАКИ

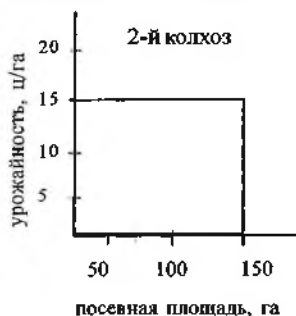
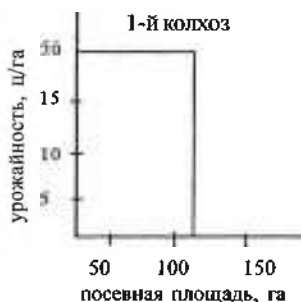
В тех случаях, когда нужно изобразить статистический показатель, который получается в результате перемножения двух величин, и когда на графике должны быть видны множители, используют *знаки Варзара*.

Пример

Имеются следующие данные по двум колхозам о посевной площади и урожае пшеницы за 2006 г.:

Колхоз	Посевная площадь, га	Средний урожай, ц/га	Валовой сбор, ц
1	110	20	2 200
2	150	15	2 250

На основании данных строим графические статистические знаки.



С помощью графических знаков можно сравнить взаимосвязанные показатели, такие как численность населения (плотность населения \times на размер территории), объем продукции (число рабочих \times среднедневная выработка), сумма затрат на производство продукции (количество продукции \times на себестоимость единицы продукции) и др.

12.4 РАДИАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ

Радиальные диаграммы применяются для иллюстрации сезонных колебаний и делятся:

- на *замкнутые* – отражающие внутригодовой цикл динамики одного года;
- спиральные* – отражающие цикл динамики за ряд лет.

Строятся радиальные диаграммы в полярных координатах. Методика построения:

- вычерчивается круг;
- радиус приравнивается к среднемесячным показателям;
- круг делится на 12 радиусов (месяцев);
- на каждом радиусе делается отметка показателя.

Построение спиральных диаграмм отличается от замкнутых тем, что в них декабрь одного года соединяется не с январем данного года, а с январем следующего года (рис. 3).



Рисунок 3 – Сезонные колебания производства свинины в Брестской обл. за 2006 г.

12.5 КВАДРАТНЫЕ И КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Для построения квадратной и круговой диаграмм необходимо из каждой величины извлечь корень квадратный, а затем в соответствии с принятым масштабом построить квадрат или круг.

Пример

Производство продукции на предприятиях составило (млн руб.):

№ 1 – 44 460,1;

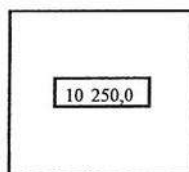
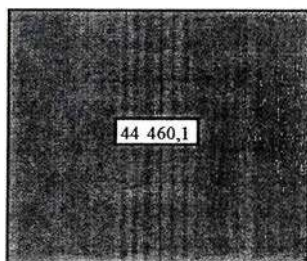
№ 2 – 10 250,0.

Извлекаем корень квадратный из чисел:

№ 1 – 210,9;

№ 2 – 101,2.

Устанавливаем масштаб: 1 см = 30 млн руб. Получаем: сторона первого квадрата равна 7,03 см, второго – 3,4 см.



Объемные диаграммы изображаются аналогично плоскостным. Из изображаемого числа извлекается корень кубический и по найденным значениям, принятым за высоту ребра, в соответствующем масштабе строится куб.

Выбор конкретной формы графика определяется сущностью статистических показателей, которые должны быть изображены на графике.

12.6 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 1

По имеющимся данным постройте линейный график по темпам роста промышленной продукции в Республике Беларусь и Украине (%).

Республика	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Республика Беларусь	100	112	119	128	148	157
Украина	100	102	118	115	124	139

ЗАДАЧА 2

Постройте столбиковую диаграмму по данным о распределении студентов по видам обучения (тыс. чел.).

Вид обучения	Год обучения		
	2003/2004	2004/2005	2005/2006
На дневных отделениях	1 584	1 740	2 058
На вечерних отделениях	568	657	752
На заочных отделениях	1 520	1 642	1 785

ЗАДАЧА 3

Постройте линейный график по данным, характеризующим уровни издержек обращения в зависимости от размера товарооборота магазина.

Группы магазинов по размерам товарооборота за квартал, тыс. у.е.	Издержки обращения в процентах к товарообороту
До 2	27,6
2 – 4	18,5
4 – 8	15,8
8 – 16	11,6
6 – 32	9,3
32 – 64	7,7
64 – 128	5,9
128 и больше	4,5

12.7 ТЕСТЫ

- Графический образ в графике – это:
 - геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры;
 - пространственные ориентиры, определяющие размещение геометрических знаков на поле;
 - не место, где расположены графические образы;
 - экспликация графика.
- График имеет следующие элементы:
 - графический образ, экспликацию графика;
 - пространственные ориентиры, поле графика;
 - масштабные ориентиры, экспликацию, графический образ;
 - поле графика, графический образ, пространственные и масштабные ориентиры, экспликацию.
- Какие виды диаграмм используются в форме геометрического образа:
 - линейные;
 - плоскостные;
 - объемные;
 - статистические карты.

4. Для изображения структуры совокупности используются:
- а) знаки Варзара;
 - б) диаграммы;
 - в) картограммы;
 - г) линейные графики.
5. Известна динамика числа родившихся в стране. Выберите графическое изображение этого процесса:
- а) картодиаграмма;
 - б) секторная диаграмма;
 - в) статистические знаки;
 - г) картограмма.

12.8 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется графиком?
2. Что такое графический образ?
3. Назовите виды графиков.
4. Что понимается под полем графика?
5. Какие задачи решаются с помощью графиков?
6. Какова методика построения столбиковой диаграммы?
7. Чем отличается картограмма от картодиаграммы?
8. Как построить линейный график?
9. Какова особенность построения статистических знаков (знаков Варзара)?
10. Какова методика построения радиальной диаграммы?

ГЛОССАРИЙ

Понятие	Смысл понятия
1	2
Абсолютная величина	Форма количественного выражения статистических показателей, характеризующая размеры социально-экономических явлений, их признаков в единицах счета времени, в денежных и натуральных единицах
Абсолютное значение одного процента прироста	Отношение абсолютного прироста к темпу прироста
Альтернативный признак	Признак становится альтернативным, если принимает одно из двух противоположных значений
Базисная величина	Величина показателя, с которой сопоставляется какая-либо другая сравнимая (текущая, отчетная) величина. Является знаменателем отношения. Называется также основанием, базой сравнения или базисным уровнем
Баланс материальных ресурсов	Система показателей, характеризующих наличие, движение, распределение и использование материальных ресурсов
Балансовый метод	Метод статистического изучения процесса воспроизводства. Балансовые сопоставления производятся в стоимостной и натуральной форме. Основной баланса является балансовое уравнение: $a + b = c + g$
Бланк	Одно из названий статистического формуляра, подлежащего заполнению при проведении статистического наблюдения
Вариант	Значение признака у единицы совокупности отличное от его значений у других единиц. Иногда вместо «вариант» говорят «варианта»
Вариационный ряд	Расположение значений случайной выборки (x_1, x_2, \dots, x_n) с функцией распределения $F(x)$ в порядке возрастания

1	2
Вариация	Колеблемость, изменение величины признака в совокупности
Величина	Количественная характеристика размеров социально-экономических явлений (признаков, показателей)
Вероятность	Число, характеризующее степень возможного наступления случайного события
Веса	Числа в виде величин или относительных величин, определяющие значимость того или иного варианта в данной статистической совокупности
Веса индексов	Веса, с которыми индексируемые величины принимаются в расчет при исчислении индекса. Для ряда индексов веса могут быть постоянными и переменными
Веса средних величин	Веса, с которыми отдельные значения осредняемого признака принимаются в расчет при вычислении средней величины
Взаимосвязь индексов	Связь между определенными индексами, обусловленная реальными связями социально-экономических явлений и математическими свойствами индексов
Взвешивание	Способ вычисления статистических обобщающих показателей (средних величин, показателей вариации, индексов), заключающийся в том, что в расчет принимаются веса
Время наблюдения	Время, по состоянию на которое или за которое в процессе статистического наблюдения регистрируются сведения
Выборка, выборочная совокупность	Это совокупность ограниченного числа наблюдений случайной величины. Число наблюдений n называется объемом выборки

1	2
Выравнивание, сглаживание	Метод исследования рядов статистических данных в социально-экономических явлениях. Заключается в нахождении расчетных значений показателей и замене их фактическими с целью выявления закономерностей развития процессов, отображаемых этими данными
Гистограмма	Способ графического изображения интервальных распределений. Строится в прямоугольной системе координат
Границы интервалов	Числа, обозначающие при группировках наименьшее и наибольшее значение признака в выделяемом интервале
Графа	Вертикальная полоса статистической таблицы
График временного ряда	Способ графического изображения изменений явлений или процессов во времени
График распределения совокупности	Графическое изображение вариационных рядов в форме полигона распределения гистограммы, кривой распределения, кумуляты, огивы
Группировка	Процесс образования групп единиц совокупности, однородных в каком-либо существенном отношении. Для осуществления группировки устанавливают группировочный признак, по которому единицы совокупности распределяют по группам
Диаграмма	Графическое изображение статистических данных, наглядно показывающее соотношение между сравниваемыми величинами. Наиболее распространенными в статистике являются линейные, изобразительные, плоскостные диаграммы
Динамика	Движение явления во времени

1	2
Дисперсия	Средний квадрат отклонения значений признака от его среднего значения в генеральной совокупности. Измеряет степень колеблемости признака, его вариацию
Документ	Материальный носитель информации, оформленный в установленном порядке и содержащий в зафиксированном виде соответствующие данные
Доля выборки	Отношение численности единиц выборочной совокупности к их численности в совокупности генеральной. Выражается в процентах или долях единицы
Единая система учета и статистики	Взаимосвязь различных видов учета и статистики в масштабе страны
Единица измерения	Величина, с которой сравниваются и в которой выражаются другие однородные с ней величины. Различают натуральные, условнонатуральные и стоимостные (денежные) единицы измерения
Единица наблюдения	Первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем регистрируемых при наблюдении признаков
Закон больших чисел	Общий принцип, в силу которого количественные закономерности, присущие массовым общественным явлениям, отчетливо проявляются лишь в достаточно большом числе наблюдений
Знак Варзара	Плоскостная диаграмма в виде прямоугольника, названная по фамилии русского статистика В.Е. Варзара. С ее помощью можно изображать одновременно три величины: одна изображается основанием прямоугольника, другая – его высотой, третья – произведением двух предыдущих
Измерение связи	Количественная оценка степени (тесноты) статистической (корреляционной) связи между взаимосвязанными явлениями, их признаками

1	2
Индекс	От латинского Index – показатель, список. Статистический относительный показатель, характеризующий соотношение социально-экономических явлений во времени или в пространстве
Индекс агрегатный	Сводный индекс, числители и знаменатели которого представляет собой сумму произведения индексируемой величины и ее веса за два сравниваемых периода
Индекс средний	Индекс, вычисленный как средняя величина из индивидуальных индексов
Индекс Фишера «идеальный»	<p>Формально-математический прием построения индекса как средней геометрической из произведений индексов Ласпейреса и Пааше, предложенный И. Фишером: $I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0 \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 \sum p_0 q_1}}$</p> <p>где p – цена единицы товара; q – количество единиц товара; 0 и 1 – обозначения базисного и текущего периодов</p>
Индексируемая величина	Величина, индекс (изменение) которой определяется
Индексный метод	Метод статистического исследования, основанный на построении и анализе индексов
Индексы сезонности	Показатели интенсивности сезонных колебаний
Серединное значение интервала	Полусумма нижней и верхней границы интервала каждой группы, образованной группировкой

1	2
Интервалы группировок	Обозначение групп «от – до», образованных группировкой по количественному признаку. Для определения интервала используется формула
	Стерджесса: $i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N}$
Картограмма	Контурная географическая карта, на которой штриховкой различной густоты, точками или окраской показана сравнительная интенсивность какого-либо показателя
Картодиаграмма	Вид картограммы, на которой с помощью диаграммных фигур изображены величины какого-либо статистического показателя в пределах каждой единицы
Корреляция	Зависимость между случайными величинами, не имеющая строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению другой
Корреляционное отношение теоретическое	Обобщение коэффициента корреляции на случай криволинейных, корреляционных зависимостей
Корреляционное отношение эмпирическое	Показатель тесноты связи между явлениями
Коэффициент ассоциации	Показатель оценки тесноты связи между двумя альтернативными признаками. Близость коэффициента ассоциации к единице свидетельствует о тесной положительной связи
Коэффициент вариации	Показатель вариации: отношение отклонения среднего квадратического к средней величине варьирующего признака
Коэффициент детерминации	Квадрат коэффициента корреляции

Продолжение глоссария

1	2
Коэффициент корреляции	Числовая характеристика совместного распределения двух случайных величин, выражающая их взаимосвязь
Критерий ранговый	Один из критериев непараметрической статистики, основой которого является порядковая статистика
Кумулята	Графическое изображение функции распределения вероятностей. Выборочная кумулята – графическое изображение статистического ряда накопленных частот
Макет статистической таблицы	Статистическая таблица, не содержащая цифровых данных
Медиана	Числовая характеристика распределения, частный случай квантили. Выборочная медиана – значение признака, находящегося в середине вариационного ряда
Место наблюдения	Место, где производится регистрация собираемых сведений, заполнение статистического формуляра
Метод вторичной группировки	Прием, используемый в статистическом исследовании для образования новых групп на основе ранее произведенной группировки
Метод группировок	Метод статистического исследования, заключающийся в расчленении совокупностей на группы по группировочным признакам
Метод параллельных рядов	Метод статистического исследования, заключающийся в приведении и анализе рядов статистических данных о взаимосвязанных явлениях
Метод скользящих средних	Прием, используемый для анализа рядов динамики с целью выявления основной тенденции изменения их уровней
Мода	Значение случайной величины, имеющее наибольшую вероятность (частоту)

1	2
Наблюдение выборочное	Обследование отобранного в порядке случайного отбора определенного числа единиц генеральной совокупности с целью получения ее обобщающих характеристик
Наблюдение статистическое	Научно организованный сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации заранее намеченных существенных признаков
Объект статистического наблюдения	Совокупность явлений, предметов, подвергаемых наблюдению
Объем выборки	Число единиц, образующих выборочную совокупность
Огиба	Графическое изображение рядов распределения по накопленным частотам
Отбор бесповторный	Выбор без возвращения (бесповторная выборка), т.е. каждый отобранный объект перед выбором следующих объектов не возвращается в исследуемую совокупность
Отклонение от средней	Разность между отдельными значениями признака в совокупности и их средней величиной
Отклонение среднее квадратическое	Корень второй степени из дисперсии
Отклонение среднее линейное	Среднее значение отклонений вариантов признака от их средней величины
Относительная величина	Частное от деления одной величины (текущей) на другую (базисную). Виды относительных величин: выполнение плана, динамики, интенсивности, координации, сравнения, структуры, уровня экономического развития
Отчет статистический	Документ, содержащий совокупность статистических сведений о работе подотчетного предприятия. Представляется в установленные сроки, составляется по специальной форме за подписью должностного лица

Продолжение глоссария

1	2
Ошибка выборочной доли	Расхождение (разность) между долей в совокупности выборочной (w) и долей в совокупности генеральной (p), возникающее вследствие несплошного характера наблюдения. $\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
Ошибка выборочной средней	Расхождение между средней выборочной (\bar{x}) и средней генеральной (\bar{X}). При повторном отборе определяется по формуле $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$, а при бесповторном отборе – по формуле $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$. Предельная ошибка выборки: $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$; $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Период базисный	Период времени, с которым сопоставляются данные последующего периода
Период отчетный	Период времени, за который представляется статистическая отчетность
Показатели вариации	Показатели, отображающие размеры вариации признака (размах вариации, отклонение среднее линейное, отклонение среднее квадратическое, дисперсия, коэффициент вариации)
Полигон распределения	Графическое изображение вариационных рядов
Полигон распределения	Графическое изображение вариационных рядов
Признак	Отличительная черта, свойство, качество
Прирост абсолютный	Разность двух уровней ряда динамики

1	2
Прирост относительный	Отношение прироста абсолютного к уровню показателя, с которым сравнивают
Размах вариации	Характеризует пределы колеблемости (вариации) индивидуальных значений признака в статистической совокупности
Регистр статистический	Список составных частей (единиц) объекта статистического наблюдения
Регрессия	Функция, описывающая зависимость условного математического ожидания зависимой переменной от заданных фиксированных значений независимых переменных
Реквизиты форм отчетности	Постоянные признаки, зафиксированные в отчетной форме
Ряд динамики	Ряд расположенных последовательно и в хронологическом порядке значений показателя, который в своих изменениях отражает ход развития изучаемого явления
Саморегистрация	Организация наблюдения, при котором статистики раздают населению формуляры, разъясняют порядок записи ответов, собирают заполненные бланки
Сводка	Второй этап статистического исследования. Производится систематизация, обработка и подсчет итогов, расчет производных величин
Сезонная волна	Совокупность исчисленных для каждого месяца годового цикла индексов сезонности, характеризующих внутригодовую динамику явления
Смыкание рядов динамики	Это объединение двух и более рядов динамики в один более длинный ряд. Применяется в случаях, когда уровни рядов динамики несопоставимы

1	2
Среднее исходное соотношение	Соотношение двух взаимосвязанных показателей. На основании его выбирается форма средней
Средняя величина	Обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности. Выражает типичную величину признака у единиц совокупности
Статистическая методология	Совокупность приемов, правил и методов статистического исследования явлений
Статистические данные	Совокупность количественных характеристик социально-экономических явлений, полученных в результате статистического наблюдения
Табель отчетности	Перечень форм отчетности, определяющий объем, характер и порядок представления статистической информации предприятиями (организациями, учреждениями)
Таблица статистическая	Форма рационального, наглядного изложения статистических данных о явлениях и процессах общественной жизни. Состоит из графо-клеток, образованных пересечением горизонтальных строк и вертикальных граф
Темп прироста	Относительный показатель динамики, разность между темпом роста и 100%
Темп роста	Отношение двух уровней ряда динамики, выраженное в процентах или коэффициентах
Теснота связи	Качественная характеристика степени зависимости между случайными величинами. Показатели тесноты связи: коэффициент ассоциации, контингенции, взаимной сопряженности
Тренд	Изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временных рядов (рядов динамики)

1	2
<p>Уровень ряда динамики</p> <p>Учет оперативный, оперативно-технический</p> <p>Фактор</p> <p>Формуляр статистический</p>	<p>Числовое значение показателей в ряду динамики</p> <p>Представляет собой систему регистрации операций и процессов в момент их совершения, а также непосредственно после осуществления</p> <p>Причина, находящаяся в определенной логической связи со следствием</p> <p>Бланк, содержащий вопросы программы наблюдения и пустые строки для ответов на них</p>
<p>Ценз</p>	<p>Ограничительный признак, служащий основанием для отнесения объекта к исследуемой совокупности</p>
<p>Частость</p>	<p>Относительная величина, определяющая долю частот отдельных вариантов в общей сумме частот</p>
<p>Частота</p>	<p>Абсолютное число, показывающее, сколько раз встречается в совокупности то или иное значение признака</p>
<p>Экспликация графика</p>	<p>Словесные пояснения к отраженным на графике геометрическим фигурам и изобразительным средствам (штриховке, цвету)</p>
<p>Экцесс</p>	<p>Числовая характеристика островершинности статистического распределения</p>
<p>Экстрополяция</p>	<p>Нахождение значений функции за пределами ее области. При изучении временных рядов применяется перспективная экстраполяция – продолжение уровней ряда динамики на будущее на основе выявленной закономерности измерения уровней и на изучаемом отрезке времени</p>
<p>Экспресс-информация</p>	<p>Форма разработки и представления органами государственной статистики оперативной информации по наиболее важным вопросам социально-экономического развития страны и ее регионов</p>

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ И ТЕСТАМ

ГЛАВА 1

Тесты: 1в; 2г; 3б; 4в; 5г; 6в.

ГЛАВА 2

Тесты: 1в; 2в; 3г; 4в; 5в; 6в; 7б; 8б; 9а.

ГЛАВА 3

3. Годных отливок – 32 шт., брака – 8 шт.

Электровооруженность труда, кВт-ч/чел.-ч	Число предприятий	Общая выработка по группе, шт.	Средняя выработка на одного рабочего, шт.
3	3	11,4	3,8
4	4	23,3	5,8
5	6	39,3	6,5
6	5	38,6	7,7
7	2	16,7	8,3
Итого	20	129,3	6,5

Тесты: 1в; 2в; 3г; 4б; 5а; 6в; 7а; 8б; 9б; 10б.

ГЛАВА 4

4. Процент выполнения плана по выпуску прядильных машин 114,3.

5. Средняя выработка одного рабочего по всем предприятиям 554,75 руб.

Тесты: 1б; 2в; 3б; 4б.

ГЛАВА 5

1. 2 154 у.е.

2. Общий размер потребленного топлива 2 638 у.е.

3. 185 у.е.

4. 584 тыс. т.

5. Плановое задание по снижению себестоимости продукции 3,7%.

6. а) –109,2%; б) –99,0%; в) –110,3%.

7. 103,7%.

8. 99,9%.

9. а) 78,4%; б) 60,9%; в) 47,8%.

11. 0,63%.

12. 1,4%.

13. 3,7%.

14. Плотность населения района 31,6 чел. Коэффициент рождаемости детей 0,016.

Тесты: 1в; 2б; 3а; 4б; 5в; 6б; 7в.

ГЛАВА 6

1. 40 м; 39,7 м.
2. а) 3,9 и 4,2; б) 1,49 и 1,55.
3. б) 87,9 руб.
4. б) 250 столов.
5. 16 мин.
6. 132 долл.
7. 26 лет.
8. 7 лет.
9. 0,75 м.
10. 98,5%.
11. а) 101,2%; б) 100,2%.
12. 90% всхожести.
13. Картофель – 0,15 долл. за кг; говядина – 2 долл. за кг.
14. 130 долл.
15. 20 шт.
16. 31 долл.
17. 1 340 веретен.

Тесты: 1б; 2г; 3в; 4б; 5а; 6б; 7б; 8б.

ГЛАВА 7

1. Среднее квадратическое отклонение 7,4 долл.
2. Дисперсия 10.
3. Среднее квадратическое отклонение 3,2 час.
4. $\sigma = 1,9$ мин.
5. в) 2; г) 1,4 кВт·ч.
6. Дисперсия 57 200; среднее квадратическое отклонение 239 м.
7. Дисперсия 2,6; среднее квадратическое отклонение 1,6 кг.
8. Коэффициенты вариации: 7%; 4,9%.
10. Общая дисперсия 1,65.
11. Групповые дисперсии: 16,25; 2,7.

Тесты: 1г; 2г; 3г; 4в; 5а; 6а; 7в.

ГЛАВА 8

1. $\pm 0,23$.
2. От 307,36 до 332,64 г.
3. От 8,7 до 9,3%.
4. От 234,1 до 235,9 мм.
5. От 5,6 до 10,4%.
6. От 10,5 до 39,5%.
7. От 0,361 до 0,439.
8. 25 качих.
9. 100 шт.
10. 36 рабочих.

Тесты: 1а; 2в; 3а; 4г; 5а; 6г.

ГЛАВА 9

1. в) 20 машин.
2. Среднегодовой остаток телевизоров 1 209 шт.
3. Средний остаток средств на счете: за I полугодие – 410 долл.; за II полугодие – 810 долл.
4. Темпы прироста: 7,5%; 6,8%; 6,2%; 7,1%; 7,0%.
6. Средний уровень производства продукции: по первому заводу – 28,7 млн т, по второму заводу – 19,8 млн т.
7. Абсолютный прирост производства радиоприемников: 600 шт.; 600 шт.; 860 шт.
8. Темпы прироста выпуска культиваторов: февраль – 3,7%; март – 5,6%; апрель – нет; май – 3,2%; июнь – 3,1%.

Тесты: 1в; 2б; 3б; 4в; 5б; 6в.

ГЛАВА 10

1. а) 98,6%; б) 99,26%; в) 99,34%.
2. а) 111,94%; б) 116,45%; в) 104,03%.
3. Цены снизились на 13%.
4. Физический объем продукции увеличился на 10,2%.
5. На 134,4 руб.
6. На 15,5%.
7. На 4,1%.
8. На 6%.
9. 115,4%.
10. Индекс себестоимости по картофелечисткам 96,5%.
11. Индекс физического объема товарооборота 105%.
12. Индекс переменного состава 97,7%.
13. Индекс средней себестоимости переменного состава по фабрике № 1 94,2%.
14. Индекс цены постоянного состава по молоку 125%.

Тесты: 1а; 2г; 3в; 4б; 5б; 6а; 7г; 8г; 9б; 10в

ГЛАВА 11

Тесты: 1в; 2в; 3б; 4в.

ГЛАВА 12

Тесты: 1а; 2в; 3в; 4б; 5б.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Дружинин А.П. Общая теория статистики.— М.: Статистика, 1980.
2. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы: учебник.— М.: Финансы и статистика, 2000.
3. Захорошко С.С. Статистика: учеб.-метод. пособие.— Минск: НО ООО «БИП-С», 2002.
4. Ефимова И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики: учебник.— М., 1995.
5. Ефимова И.И., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: учебник.— М., 1996.
6. Кильдишев Г.С., Овсиенко В.Е. Общая теория статистики.— М.: Статистика, 1980.
7. Общая теория статистики: учебник / под ред. Р.А. Шмойловой.— М., 1995.
8. Общая теория статистики: учеб. пособие / разраб. С.А. Борисовой.— М., 2002.
9. Овсиенко В.Е. Сборник задач по общей теории статистики.— М.: Финансы и статистика, 1986.
10. О государственной статистике: Закон Республики Беларусь от 17 февраля 1997 г.— Минск, 1997.
11. Спирин А.А. Общая теория статистики.— М., 1994.
12. Статистика: учебник / под ред. В.С. Мхитаряна.— М., Экономика, 2005.
13. Статистика финансов: учебник / под ред. Г.Л. Громыко.— М.: ИНФРА-М., 2000.
14. Рязов Н.Н. Общая теория статистики.— М., 1984.
15. Теория статистики: учебник / под ред. Р.А. Шмойловой.— М.: Финансы и статистика, 2002.
16. Харченко Л.П. Статистика.— М., 1997.
17. Чичкан Л.Г., Житкевич Г.Я. Статистика: учеб.-метод. пособие.— Минск: НО ООО «БИП-С», 2003.
18. Ярных Э.А. Статистика финансов предприятия торговли: учеб. пособие.— М.: Финансы и статистика, 2002.

Дополнительная литература

1. Аллен Р. Экономические индексы [пер. с англ.].— М., 1980.
2. Кендел М. Временные ряды [пер. с англ.].— М., 1981.
3. Ковалевский Г.В. Индексный метод в статистике.— М., 1989.

Учебное издание

Чичкан Лилия Гавриловна
Житкевич Галина Яковлевна
Сигун Светлана Николаевна

СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие

Технический редактор: *О.И. Ющук*
Компьютерная верстка: *А.В. Гутьрчик*
Художественное оформление обложки: *Е.Н. Давиденко*
Ответственный за выпуск: *Е.Г. Хохол*

Подписано в печать 13.11.2006.
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Таймс. Отпечатано на ризографе.
Усл. печ. л. 10,7. Уч.-изд. л. 8,6.
Заказ 902. Тираж 300 экз.

ЛИ 02330/0133468 от 09.02.2005

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования
«Барановичский государственный университет»,
225404 г. Барановичи, ул. Войкова, 21