*Окончание таблицы 1*

| Тематика уроков | Этап процесса усвоения | Структурные элементы физических знаний | Количество часов |
|---|---|---|---|
| Потенциальность электростатического поля. Потенциал и разность потенциалов электростатического поля. Напряжение. Связь между напряжением и напряжённостью однородного электростатического поля | Восприятие, осмысление | Физические величины: напряжённость электростатического поля, напряжённость поля точечного заряда, напряжённость поля заряженного шара, работа при перемещении заряда в электростатическом поле, потенциальная энергия, потенциал и разность потенциалов электростатического поля, напряжение, потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом | 1 |
| Решение задач по теме «Работа электростатического поля при перемещении электрического заряда». Решение задач по теме «Потенциал. Разность потенциалов» | Применение | | 1 |
| Решение задач по теме «Связь между напряжением и напряжённостью однородного электростатического поля» | Применение | Физические законы и закономерности: связь между напряжением и напряжённостью однородного электростатического поля. | 1 |
| Диагностика уровня усвоения знаний и умений учащихся по блоку 2 | — | Физические принципы: принцип суперпозиции электрических полей | 1 |
| *Блок 3. Вещество в электростатическом поле* | | | *3* |
| Проводники и диэлектрики в электростатическом поле. Электроёмкость. Конденсаторы. Электроёмкость плоского конденсатора. Энергия электростатического поля конденсатора | Восприятие, осмысление | Материальные образования: проводники, диэлектрики. Модели материальных образований: свободные заряды, электрический диполь. Физические явления и процессы: электростатическая индукция, электростатическая защита, поляризация диэлектриков. Физические величины: диэлектрическая проницаемость вещества, электроёмкость, энергия электростатического поля конденсатора, плотность энергии электрического поля. Приборы и механизмы: конденсатор | 1 |
| Решение задач по теме «Проводники и диэлектрики в электростатическом поле». Решение задач по теме «Электроёмкость». Решение задач по теме «Энергия электростатического поля конденсатора» | Применение | | 1 |
| Диагностика уровня усвоения знаний и умений учащихся по блоку 3 | — | | 1 |
| *Обобщение и систематизация учебного материала по теме «Электростатика»* | | | *1* |
| *Контрольная работа по теме «Электростатика»* | | | *1* |

**Заключение.** Реализация модульного подхода при использовании электронных средств обучения позволяет рационально применять инновационный подход к обучению и оцениванию знаний учащихся.

**УДК 517.95**

**А. И. Басик, Н. В. Солопов**
*Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест*

## О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА—ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ОРТОГОНАЛЬНОГО ТИПА В $\mathbf{R}^4$

С помощью априорных оценок нормы эллиптического оператора ортогонального типа в $\mathbf{R}^4$ доказывается единственность решения задачи типа Римана—Гильберта.

Using a priori estimates for elliptic operator of orthogonal type in four-dimensional space, we prove the uniqueness of the solution of the analogue Riemann—Hilbert problem.

**Введение.** В классической постановке под задачей Римана—Гильберта понимается задача отыскания решения эллиптической системы дифференциальных уравнений в ограниченной области по заданным на границе линейным комбинациям неизвестных функций. Известно, что в случае эллиптических псевдосимметрических систем четырёх уравнений с четырьмя переменными однородная задача Римана—Гильберта имеет бесконечно много линейно независимых решений [1]. В работе [2] установлена нерегуляризуемость произвольной краевой задачи в односвязной ограниченной области для эллиптических систем псевдосимметрического типа в четырёхмерном пространстве (краевая задача называется регуляризуемой, если для неё выполнено условие Я. Б. Лопатинского; известно, что условие регуляризуемости эквивалентно нетеровости краевой задачи в широком классе банаховых пространств [3]). Однако, в случае неограниченной двусвязной области специального вида Б. Б. Ошоров [4] указал корректную постановку задачи типа Римана—Гильберта. В настоящей работе мы переносим некоторые результаты Б. Б. Ошорова на класс эллиптических систем ортогонального типа [5].

**Основная часть.** Пусть $h > 0$, через $\Omega$ обозначим множество

$$\Omega = \{x = (x_1,\ x') \in \mathbf{R}^4 \mid 0 < x_1 < h,\ x' = \left(x_2,\ x_3,\ x_4\right) \in \mathbf{R}^3\}.$$

Пусть далее $B(x)$ — заданная в области $\Omega$ непрерывная матрица-функция размера $4 \times 4$, $A_1 = E_4$, — единичная матрица четвёртого порядка, $A_2$, $A_3$, $A_4$ — постоянные действительные квадратные матрицы четвёртого порядка, удовлетворяющие соотношениям

$$A_k A_j^T + A_j A_k^T = 2\boldsymbol{\delta}_{jk} E_4,$$

где $T$ — транспонирование; $\delta_{jk}$ — символ Кронекера, $j, k = \overline{1,4}$.

***Определение 1.*** Оператор вида

$$\Lambda : U \mapsto \sum_{j=1}^{4} A_j \frac{\partial U}{\partial x_j} + BU$$

называется оператором ортогонального типа в $\mathbf{R}^4$, здесь $U = \left[u_1(x),\ \ldots,\ u_4(x)\right]^T$ — дифференцируемая вектор-функция.

В случае, когда $B = 0$, система $\Lambda U = 0$ является четырёхмерным аналогом системы Коши—Римана. Последнее означает, что каждая компонента $u_k(x)$ ($k = 1, \ldots, 4$) произвольного непрерывно дифференцируемого решения $U$ является гармонической функцией [6].

Через $C_\Lambda(\Omega)$ обозначим класс бесконечно дифференцируемых вектор-функций $U = \left[u_1(x),\ u_2(x),\ u_3(x),\ u_4(x)\right]^T$, удовлетворяющих граничным условиям

$$u_1\big|_{x_1=0} = u_1\big|_{x_1=h} = u_1\big|_{\partial\Omega} = u_1\big|_{\partial\Omega} = 0 \tag{1}$$

и интегрируемых в квадрате по $\Omega$ вместе со всеми производными до второго порядка включительно. Замыкание $C_\Lambda(\Omega)$ по норме пространства $W_2^1(\Omega)$ [7] обозначим через $S_\Lambda(\Omega)$.

***Определение 2.*** Пусть $F : \Omega \mapsto \mathbf{R}^4$ — заданная вектор-функция. Задача типа Римана—Гильберта состоит в отыскании в слое $\Omega$ решения системы уравнений

$$\Lambda U = F\left(x\right), \tag{2}$$

удовлетворяющего граничным условиям (1).

Имеет место следующее утверждение.

***Теорема 1.*** *Пусть* $C = \sqrt{\min\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{h^2}\right\}}$, *матрица* $B(x)$ *непрерывна в слое* $\overline{\Omega}$ *и существует число* $\boldsymbol{\delta} \in \left[0, \left(\sqrt{2} - 1\right)C\right]$ *такое, что для любой* $U$ *выполняется*

$$\left\|BU\right\|_{L_2(\Omega)} \le \boldsymbol{\delta}\left\|U\right\|_{L_2(\Omega)}.$$

*Тогда существуют положительные числа* $\alpha$ *и* $\beta$ *такие, что для любой вектор-функции* $U \in S_\Lambda\left(\Omega\right)$ *выполняется неравенство*

$$\boldsymbol{\alpha}\left\|U\right\|_{W_1^2(\Omega)} \le \left\|\Lambda U\right\|_{L_2(\Omega)} \le \boldsymbol{\beta}\left\|U\right\|_{W_1^2(\Omega)}. \tag{3}$$

В виду громоздкости, доказательство теоремы 1 опускаем.

Теорема 1 позволяет установить единственность решения однородной задачи типа Римана—Гильберта.

***Теорема 2.*** *Задача типа Римана—Гильберта* (2) *имеет не более одного решения.*

***Доказательство.*** Достаточно показать, что однородная задача (2) имеет только нулевое решение. Пусть $\Lambda U = 0$. Тогда из неравенства (3) следует, что $\|U\|_{W_1^2(\Omega)} = 0$ и, значит, $U = 0$, что и требовалось доказать.

**Заключение.** В работе доказана тривиальность ядра оператора $\Lambda$. Открытым остаётся вопрос о размерности коядра этого оператора.

**Список цитируемых источников**


1. Виноградов В. С. Граничная задача для псевдосимметрических систем // Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21, № 1. С. 161—163.
2. Басик А. И., Усс А. Т. О краевых задачах для эллиптических псевдосимметрических систем первого порядка в $\mathbf{R}^4$ // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 38, № 3. С. 410—412.
3. Агранович М. С. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы // Успехи мат. наук. 1965. Т. 20. Вып. 5. С. 3—120.
4. Ошоров Б. Б. Об одном четырёхмерном аналоге системы уравнений Коши—Римана // Неклассич. уравнения мат. физики. 2007. С. 212—220.
5. Шевченко В. И. Гомотопическая классификация краевых задач Гильберта для голоморфного вектора // Докл. АН СССР. 1971. Т. 201, № 5. С. 1067—1069.
6. Ошоров Б. Б. Об одном четырёхмерном аналоге системы уравнений Коши—Римана.
7. Усс А. Т. Гомотопическая классификация трёх- и четырёхмерных аналогов системы Коши—Римана // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 8. С. 1118—1125.


**УДК 517.518.456**

**И. Н. Бруй**,
*кандидат физико-математических наук, доцент*
*Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи*

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ТИПА С. Н. БЕРНШТЕЙНА ДЛЯ КРАТНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Доказана асимптотическая формула типа С. Н. Бернштейна для отклонения кратно дифференцируемой периодической функции от матричных средних её тригонометрического ряда Фурье.

We prove the asymptotical formula of S. N. Bernstein type for difference multiple differentiable periodic function from matrix means of its trigonometric Fourier series.

**Введение.** Используем обозначения двухтомной монографии Р. Эдвардса [1]. Отличия: символ «$:=$» означает, что правой части присвоено обозначение слева, а символ «$\equiv$» — тождественное равенство.

Функция $f \in \mathbf{L}^1(T)$ порождает, во-первых, двустороннюю числовую последовательность $\left(f^\wedge(n) := \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)e^{-int}\,dt\right)_{n=-\infty}^{\infty}$ тригонометрических коэффициентов Фурье функции $f$ и, во-вторых, двусторонний функциональный

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f^\wedge(n)e^{inx} \tag{1}$$

тригонометрический ряд Фурье функции $f$.

Если периодическая с периодом $2\pi$ функция $f$ удовлетворяет условию Липшица первого порядка, т. е. если [2]

$$|f(x_1) - f(x_2)| \le \|f'\|_\infty \cdot |x_1 - x_2|,$$

то, как показал С. Н. Бернштейн, отклонение функции $f$ от средних Фейера её тригонометрического ряда Фурье [3, с. 205]

$$\max_{-\pi\le x\le\pi}\left|f(x) - \sum_{n=-N}^{N}\left(1 - \left|\frac{n}{N+1}\right|\right)f^\wedge(n)e^{inx}\right| = O\left(\frac{\ln N}{N}\right),\ N \to \infty. \tag{2}$$