

## ОПТИМИЗАЦИЯ КОДА КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

*О. И. Наранович*

В настоящее время в ряде научных центров России, Украины, США, Англии, Франции, Китая ведутся интенсивные исследования в области создания мощных источников СВЧ на релятивистских электронных потоках: ЛБВ, ЛОВ, гиротонов, лазеров на свободных электронах и др. Эти работы стимулированы проблемами применения СВЧ для передачи энергии без проводов, в технологических процессах, медицине [5]. Натуральное моделирование перечисленных явлений процесс достаточно дорогостоящий. Чтобы уменьшить затраты на проведение исследований разрабатываются компьютерные программы моделирования, оптимизации и управления физическими процессами. На языке математики электронные потоки в выше упомянутых генераторах описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. Решение задач подобного типа с использованием метода сеток приводят к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (1). В соответствии с классическим методом прямых [3], выберем на интервале  $\{0 \leq r \leq 1\}$  равномерную сетку  $w_{hr} = \{r_j = jh_r, h_r = 1/m, j = 0 \dots m\}$  (можно неравномерную) и обозначим

$$\mathbf{u} = \{u(r_1, z), \dots, u(r_{m-1}, z)\} = \{u_1(z), \dots, u_{m-1}(z)\}, u_0 = u_m = 0.$$

Необходимо решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d}{dz} \left( E(z) \frac{d\mathbf{u}}{dz} \right) + \frac{d}{dz} (Q(z)\mathbf{u}) + Q(z) \frac{d\mathbf{u}}{dz} + G(z)\mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

Матрицы G и Q имеют следующие ненулевые коэффициенты:

$$g_{1,1} = -\frac{W^2}{r_1} - \frac{c_{1/2} + c_{1+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{1,2} = -\left(\frac{b'}{b}\right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{1+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad c = \frac{1 + (b'r)^2}{r};$$

$$g_{j,j-1} = \left(\frac{b'}{b}\right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{j-1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{j,j} = \frac{W^2}{r_j} - \frac{c_{j-1/2} + c_{j+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{j,j+1} = -\left(\frac{b'}{b}\right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{j+1/2}}{b^2 h_r^2};$$

$$q_{1,2} = -\frac{b'}{b2h_r}; \quad q_{j,j-1} = \frac{b'}{b2h_r}; \quad q_{j,j+1} = -\frac{b'}{b2h_r}; \quad j=2..m-1;$$

Матрица E содержит только ненулевые диагональные элементы, равные  $1/r_j$ ,  $j=1..m-1$ .

Для решения краевой задачи для системы (1) введем сетку по  $z$   $w_{hz} = \{z_k = (k-1)h_z, h_z = L/n, k=1..n+1\}$ , обозначим  $\mathbf{u}^k = \mathbf{u}(z_k)$  и построим конечно-разностную схему второго порядка точности:

$$\left[ E^{k-1/2} - 0.5h_z(Q^{k-1} + Q^k) \right] \mathbf{u}^{k-1} + \left[ -E^{k-1/2} - E^{k+1/2} + h_z^2 G^k \right] \mathbf{u}^k + \left[ E^{k+1/2} + 0.5h_z(Q^{k+1} + Q^k) \right] \mathbf{u}^{k+1} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия в матричном виде

$$\frac{d\mathbf{u}^1}{dz} + b^0 \mathbf{u}^1 = \mathbf{g}^0; \quad \frac{d\mathbf{u}^{n+1}}{dz} + b^L \mathbf{u}^{n+1} = 0; \quad (3)$$

где

$$b_{kl}^0 = -h_r \left[ \sum_{i=1}^p \frac{jk_i^0}{h_{0i}} J_1(m_{0i} r_k) r_k J_1(m_{0i} r_l) + \sum_{i=p+1}^{N_v} \frac{k_i^0}{h_{0i}} J_1(m_{0i} r_k) r_k J_1(m_{0i} r_l) \right];$$

$$b_{kl}^L = h_r \left[ \sum_{i=1}^p \frac{jk_i^L}{h_{0i}} J_1(m_{0i} r_k) r_k J_1(m_{0i} r_l) + \sum_{i=p+1}^{N_v} \frac{k_i^L}{h_{0i}} J_1(m_{0i} r_k) r_k J_1(m_{0i} r_l) \right];$$

$$g_k^0 = -2j \sum_r k_r^0 a_r^+ r_k J_1(m_{0r} r_k),$$

$N_v$  — количество учитываемых собственных волн.

Для (3) используем аппроксимацию второго порядка точности [4]:

$$(-3\mathbf{u}^1 + 4\mathbf{u}^2 - \mathbf{u}^3) + 2h_z b^0 \mathbf{u}^1 = 2h_z \mathbf{g}^0; \quad (3\mathbf{u}^{n+1} - 4\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n-1}) + 2h_z b^L \mathbf{u}^{n+1} = 0. \quad (4)$$

Введем вектор неизвестных  $\mathbf{x} = \{\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \dots, \mathbf{u}^{n+1}\}$  и запишем системы (2) и (4) в виде  $A\mathbf{x} = \mathbf{d}$ . Вследствие приведенной техники построения конечно-разностной схемы сильно разреженная матрица A имеет удобную для последующей обработки блочно-ленточную структуру. Для решения таких систем линейных уравнений с блочно ленточной матрицей была разработана экономичная реализация прямого метода Гаусса с выбором главного элемента — метод блочной матричной прогонки [1, 4]. Для оптимизации кода программы решения СЛАУ больших размеров, в качестве структуры данных хранения сильно разреженных матриц и векторов выбраны стеки. Идея алгоритма заключается в реализации метода на упакованном массиве из односвязных динамических стеков, в который помещаются только ненулевые элементы. Алгоритм метода Гаусса с выбором главного элемента обеспечивает устойчивость схемы (2), (3) даже если не выполняется условие преобладания диагонального элемента, необходимое для реализации классического метода прогонки и итерационных процедур.

Алгоритм реализации метода на упакованном массиве из стеков позволил оптимизировать процесс решения СЛАУ в зависимости от имеющихся вычислительных ресурсов компьютера. Быстродействие приложения и сокращение его объема было достигнуто благодаря оптимизации структуры кода программы и выбора структур данных в виде стеков, а не массивов. Также оптимизация оценивалась по времени выполнения алгоритма. Для обработки данных на множестве комплексных чисел автором был разработан модуль с необходимым набором процедур и функций, использование которого позволило как уменьшить размер приложения, так и увеличить скорость его работы. Программный продукт был разработан в среде Borland Delphi.

Созданное приложение, при условии доработки под конкретную постановку задачи, позволяет решать задачи из области движения заряженных частиц в электромагнитном поле, большинство задач механики, теплопроводности, течения жидкости, которые сводятся к дифференциальным уравнениям в частных производных в областях сложной формы.

#### Список источников

1. Батура, М. П., Кураев, А. А., Сеницын, А. К. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ. — Минск. БГУИР, 2006.
2. Джордж, А., Лю, Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир. 1984. 333 с.
3. Крылов, В. И., Бобков, В. В., Монастырский, П. И. Начала теории вычислительных методов. Уравнения в частных производных. — Минск. Наука и техника. 1986. 311 с.
4. Сеницын, А. К. Метод блочной матричной прогонки для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Доклады БГУИР. 2007. № 1 (17). С. 57.
5. Сеницын, А. К. Современные информационные технологии. Проекционно-сеточные методы решения уравнений математической физики. Конспект лекций для аспирантов и магистрантов БГУИР. — Мн.: БГУИР, 2004 г.

### К ВОПРОСУ О ВНЕДРЕНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕСС ПРЕПОДАВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

О. И. Наранович, Д. А. Ционенко

Развитие информационных технологий, связанное с использованием компьютерной техники во всех без исключения областях знаний человечества, привело на данном этапе к парадоксальной, на первый взгляд, ситуации. Она заключается в следующем: впервые компьютеры были внедрены для контроля за параметрами сложных систем с целью автоматического управления ими в реальном режиме времени. Внедрение информационных технологий в учебный процесс отчасти превратило компьютер лишь в инструмент, позволяющий накапливать и систематизировать информацию. В ряде случаев увеличение объемов информации стало самоцелью. В частности, новые веяния в педагогике, связанные с созданием разного рода компьютерных тестов, тестовых оболочек, электронных учебно-методических комплексов, вполне возможно, активизируют учебный процесс по дисциплинам, в рамках которых специалисты оперируют с большими объемами информации, но совершают с объектами простейшие операции [1, 2]. Ставший уже практически стереотипным подход к обучению с использованием информационных технологий, основанный на подготовке рефератов, выполнении тестов, заучивании информации без ее анализа и осмысления, подгонки задач под типовую шаблон, является для естественнонаучных дисциплин не только чуждым, но и опасным. Наиболее явно этот конфликт проявляется при подготовке специалистов инженерно-технических и инженерно-экономических направлений.

В связи с этим необходим переход на новый уровень использования информационных технологий в учебном процессе. Он может быть связан с внедрением методики активного использования компьютера для решения задач по физике. То есть, компьютер должен использоваться не только как средство для демонстрации и эмуляции физических процессов, проведения тестов и других контролируемых мероприятий, но и как инструмент, позволяющий непосредственно решать конкретные задачи [3].

На лекционных, практических и лабораторных занятиях по физике студент получает необходимую информацию по предмету, являющуюся, по сути, базисом. Однако для непосредственного использования при решении практических задач, стоящих перед инженером-технологом, эта информация не вполне пригодна: она является слишком общей. И роль компьютера в данной ситуации заключается именно в создании «моста» между фундаментальными знаниями и их использованием при решении конкретных технических задач. В частности, законы физики лежат в основе всех технологических процессов, но реальные системы являются достаточно сложными, и полученные из общих законов уравнения в большинстве случаев не могут быть решены аналитически. При этом специалисты в области технологии машиностроения должны обладать достаточной компетенцией для построения и реализации компьютерной модели, позволяющей провести решение и дать адекватную интерпретацию полученных результатов. Таким образом, знание физики и информатики позволит решить проблему подготовки высококвалифицированных специалистов в области машиностроения и экономики.

Рассмотрим конкретные пути реализации предложенного подхода. Во втором семестре первого курса студенты технических специальностей начинают изучать физику, разделы «Механика» и «Молекулярная физика и термодинамика». Параллельно в этом же семестре изучается теоретическая механика. В первом семестре в рамках курса информатики студенты уже освоили основы программирования и использования таких средств, как Excel и языки программирования Pascal, Delphi. Таким образом, создана благоприятная ситуация для осуществления предложенной программы действий. В качестве механизма ее реализации может выступать управляемая (контролируемая) самостоятельная работа студентов. Практика показывает, что выносить на самостоятельное изучение отдельные, даже на первый взгляд, специфические, темы физики нецелесообразно. Материал, составляющий основу дисциплины, должен быть отработан на аудиторных занятиях полностью. Необходимо добиться того, чтобы у студента возникла единая, последовательная и самосогласованная система понятий и представлений. Поэтому на занятиях отрабатывается весь материал. Но как при этом быть с ограниченным количеством часов по дисциплине? Ответ заключается в следующем: во время аудиторных занятий рассматриваются все без исключения вопросы теории, но глубина проработки зависит от важности той либо иной темы, то есть, упор делается на основные моменты. А на самостоятельную работу выносятся частные вопросы, связанные с применением общих положений теории непосредственно на практике. Решение таких задач связано чаще всего с рутинными вычислениями на основе отработанных ранее на занятиях общих физи-