

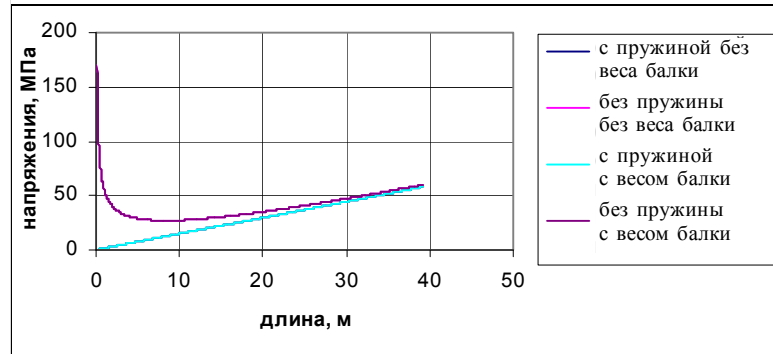


Рисунок 3 – Зависимость напряжений от длины балки

Например, массу падающего груза можно увеличить на 30%, а высоту падения – почти в 2 раза. В случае опирания одного конца балки на пружину максимальные допустимые значения массы груза и высоты его падения увеличиваются в десятки раз. Вес балки несущественно влияет при расчетах зависимости напряжений от длины балки. Графики практически сливаются друг с другом.

УПРУГИЙ УДАР ТЕЛА О ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ БАЛКУ

Б.В. Новицкий

Научный руководитель: С.И. Русан

Во многих процессах на предприятии, где работают сотни станков и различных установок, наблюдается такое явление как удар, когда за очень малый промежуток времени t скорости точек тел изменяются на конечную величину. В некоторых процессах удар оказывает вредное воздействие, разрушая и ломая станки и оборудование, но в других – это явление незаменимо.

Чтобы за очень малый промежуток времени t скорости точек тела изменились на конечную величину, силы, действующие на тело, должны быть очень большими. Например, под действием силы F материальная точка массы M за очень короткий промежуток времени t изменила скорость на конечную величину $V-v$, где v и V – скорости точек до и после удара соответственно. Применим к точке второй закон Ньютона: $Mdv = Fdt$.

Интегрируя это равенство от нуля до t , получим:

$$M(V - v) = \int_0^t F dt \quad (1)$$

Пользуясь теоремой о среднем, найдем:

$$F_{cp} = \frac{M(V - v)}{t}, \quad (2)$$

где F_{cp} – среднее значение силы F за время ее действия. Эта сила называется ударной, и ее модуль достигает огромных значений (рис. 1).

Для решения задач по удару часто применяется такое понятие как *ударный импульс* (или *импульс удара*):

$$M(V - v) = S \quad (3)$$

Поскольку продолжительность удара t очень мала, то в теоретической механике пренебрегают всеми величинами, имеющими порядок t . Иначе говоря, в теоретической механике принята следующая идеализация удара: *при конечном ударном импульсе удар происходит мгновенно*.

Путем небольших расчетов можно получить перемещение точки при ударе:

$$R = \frac{v + Scp}{M} t, \quad (4)$$

а т.к. t – очень малая величина, то в рамках принятой идеализации *перемещение точки за время удара равно нулю*.

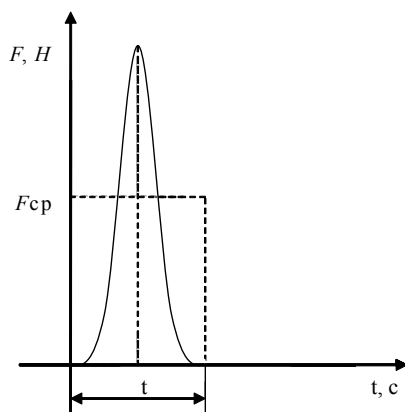


Рисунок 1 – Зависимость ударной силы от времени удара

При соударении двух тел в точке контакта возникают ударные силы, приложенные к каждому из тел. Они имеют одинаковые модули и противоположно направлены.

Сам процесс удара можно разбить на две фазы. В течение первой фазы происходит сближение тел по линии общей нормали, в результате чего нормальная составляющая относительной скорости точки контакта тел уменьшается до нуля. В течение второй фазы тела, восстанавливая свою форму, начинают удаляться друг от друга, нормальная составляющая скорости меняет знак и возрастает по модулю, но не достигает своего значения в начале удара. Принимается гипотеза Ньютона: отношение модуля нормальной составляющей относительной скорости точки контакта тел после удара к его значению до удара есть некоторая физическая постоянная, характеризующая физические свойства соударяющихся тел. Эта физическая постоянная называется *коэффициентом восстановления* (e). Если $e=1$, то удар – *абсолютно упругий*; если $e=0$, то удар – *абсолютно неупругий*.

Задача

Условие: Абсолютно жесткая балка $m = 8000$ кг и длиной $l = 4$ м имеет упругую опору A и шарнирно-неподвижную опору B (рис. 2). Балка занимает в состоянии покоя, соответствующем статической деформации пружины A , горизонтальное положение; коэффициент жесткости пружины $c = 10000$ Н/см. Радиус инерции балки относительно горизонтальной оси вращения $Bi = 2,2$ м.

Балка испытывается на воздействие ударной нагрузки с помощью парового молота ($m_0 = 800$ кг). Молот падает на середину балки с высоты $h = 0,8$ м, имея в момент соприкосновения скорость, в два раза превышающую скорость при свободном падении. Коэффициент восстановления при ударе молота о балку $k = 0,2$.

Упрощения: молот – материальная точка, движение точек балки происходит по прямым.

Задача заключается в определении наибольшей деформации упругой опоры A , считая, что молот, отскочив от балки, не падает снова; определить так же ударный импульс.

Решение

Обозначим три положения системы из двух тел (1 – молот, 2 – балка): I – начало удара (момент соприкосновения двух тел), II – вторая стадия удара (скорость молота направлена в обратную сторону), III – пружина A принимает максимальное сжатие (скорость балки равна нулю).

I: $v_1 \neq 0, v_2 = 0$, где v_1 и v_2 – скорости тел 1 и 2 соответственно;

II: $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$, где u_1 и u_2 скорости тел 1 и 2 соответственно;

III: $v_3 = 0$, где v_1 , u_1 и v_2 , – скорости тел 1 и 2 в соответствующие моменты времени.

Для тела 1: $S_1 = m_1 \cdot u_1 - m_1 \cdot v_1$. Это выражение является проекцией на ось Y теоремы об изменении импульса для системы материальных точек.

Для тела 2:

$$LII - LI = \sum M(S_i). \quad (1)$$

Уравнение (1) – теорема об изменении момента импульса для системы материальных точек.

$$\left. \begin{aligned} LI &= J_6 \cdot \omega I = J_6 \cdot 0 = 0, \quad LII = J_6 \cdot \omega II, \\ \sum M_6(S_i) &= S_2 \cdot \frac{l}{2}, \quad S_2 = S_1, \quad \frac{u_1 - u_2}{v_1} = k, \quad J_6 = m_2 \cdot i^2, \\ J_6 \frac{u_2}{l/2} &= (m_1 \cdot u_1 + m_1 \cdot v_1) \frac{l}{2}, \\ u_1 - u_2 &= v_1 \cdot k. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где J_6 – момент инерции тела 2.

После подстановки данных получим: $u_2 = 0,96$; $u_1 = 2,56$; $S = 8448$.

Теорема об изменении кинетической энергии с.м.т.:

$$TIII - TII = \sum A, \quad TIII = 0.$$

$$TII = \frac{1}{2} \cdot J_6 \cdot \omega II^2, \quad \sum A_i = A(P_2) + A(Fnp), \quad \omega II = \frac{u_2}{l/2}.$$

$$A(P_2) = mgx, \quad A(Fnp) = cx^2,$$

где x – расстояние, пройденное точкой A .

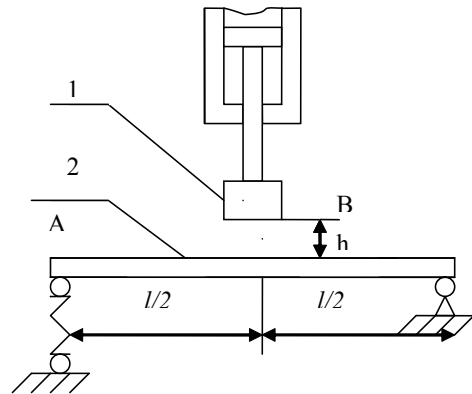


Рисунок 2

Из полученных уравнений находим: $x = 0,58\text{ м}$. Но к этому значению надо добавить величину статического сжатия пружины, полученное из уравнения: $-G + F_{\text{в}} = 0$, где $F_{\text{в}} = cx$. Конечная величина деформации пружины $X = 0,62\text{ м}$.

На графике показана зависимость ударного импульса S от коэффициента восстановления K (рис. 3).

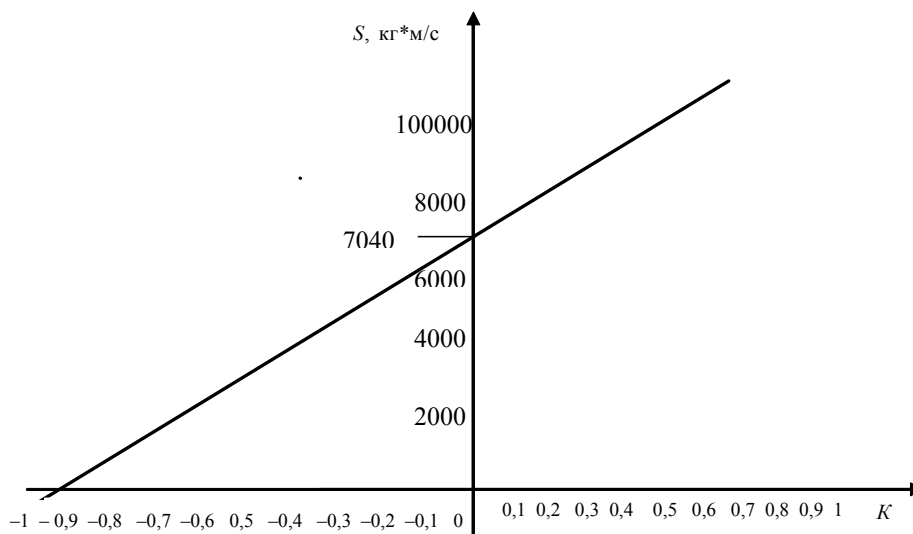


Рисунок 3

Таким образом, явление удара имеет большое значение как в повседневной жизни, так и в технологических процессах и должно учитываться при расчетах, т.к. ударная сила очень велика, хотя и непродолжительна.

РАЗВЕРТКА НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Д.А. Стромский

Научный руководитель: И.М. Цикман

Из истории развития начертательной геометрии

Как наука, начертательная геометрия существует лишь с конца XVIII в. Ее созданию мы обязаны французскому ученому, инженеру и политическому деятелю Гаспару Монжу (1746–1818).

Главным научным трудом Г. Монжа считается его «Начертательная геометрия» ("Geometrie descriptive"), где изложен метод проецирования предметов на две взаимно перпендикулярные плоскости. Начертательной геометрии Г. Монж придавал большое значение. В предисловии к своей книге он писал, что нужно приучить пользоваться начертательной геометрией всех способных молодых людей, как богатых, так и бедных. По его мнению, начертательная геометрия создает язык техника, учит его изображать трехмерные формы на плоском листе бумаги. Этот язык нужен «...инженеру, создающему какой-либо проект, а также всем тем, кто должен руководить его осуществлением, и, наконец, мастерам, которые должны сами изготавливать различные части».

Основная цель начертательной геометрии, считал Г. Монж, – научить оперировать теорией как средством искания истины. Она «...необходима для всех рабочих, цель которых – придавать телам определенные формы. Поэтому необходимо, чтобы народное образование ввело преподавание начертательной геометрии как науки в учебных заведениях».

Книга «Начертательная геометрия» вышла в свет в 1799 г., ознаменовав рождение новой науки, значение которой сейчас трудно переоценить.

Конечно, отдавая должное Г. Монжу как создателю начертательной геометрии, мы не должны забывать, что он свел в стройную систему разрозненный и многообразный материал, который уже отчасти существовал до него.

Из истории развития изображений

Древние египтяне умели правильно передавать форму и размеры тех сооружений (пирамид, храмов и др.), которые они возводили.

Очень давно, примерно 3 тыс. лет тому назад, в Иерусалиме был воздвигнут изумительный по архитектуре храм Соломона. По библейскому преданию, при строительстве этого храма «не было слышно ни тесла, ни молота». Сложной формы камни, по-видимому, должны были заранее обтесываться в рудниках и доставляться готовыми к месту строительства, а для этого нужен был чертеж.