

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.914.1.02-026.32:531.1.01(045)

А.Н. Жигалов<sup>1,2</sup>, И.А. Горавский<sup>2</sup>, С.И. Русан, Д.Г. Шатуров<sup>3</sup><sup>1</sup>ГНУ «Институт технологии металлов НАН Беларуси», г. Могилев, Беларусь<sup>2</sup>УО «Барановичский государственный университет», г. Барановичи, Беларусь<sup>3</sup>МОУ ВО «Белорусско-Российский университет», г. Могилев, БеларусьКИНЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ  
КОНЦЕВЫМ ФРЕЗЕРНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

**Аннотация.** Резание концевым фрезерным инструментом – один из самых распространенных способов обработки металлов. Эффективная работа концевого фрезерного инструмента существенным образом зависит от кинематической схемы самого процесса резания. Предложен метод описания траектории движения зуба концевого фрезерного инструмента с использованием коэффициента приведения, который характеризует, какую часть окружности, описываемой вершиной зуба фрезы, составляет толщина срезаемого слоя. Полученные математические выражения для определения толщины срезаемого слоя, глубины и пути резания позволяют определять условия работы концевого фрезерного инструмента в пределах одного оборота фрезы. Указаны пути снижения неустойчивости процесса резания концевым фрезерным инструментом.

**Ключевые слова:** концевой фрезерный инструмент, неустойчивость процесса резания.

A.N. Jigalov<sup>1,2</sup>, I.A. Goravskii<sup>2</sup>, S.I. Rusan, D.G. Shaturov<sup>3</sup><sup>1</sup>Institute of Metal Technology of the National Academy of Sciences of Belarus, Mogilev, Belarus<sup>2</sup>Baranovichi State University, Baranovichi, Belarus<sup>3</sup>Belarusian-Russian University, Mogilev, BelarusKINEMATIC MODELING OF THE CUTTING PROCESS  
WITH AN END MILLING TOOL

**Abstract.** Cutting with an end milling tool is one of the most common metal processing methods. The efficient operation of an end milling tool essentially depends on the kinematic scheme of the cutting process itself. A method for describing the trajectory of an end milling tool tooth movement using a reduction factor that characterizes what part of the circle delineated by the top of the cutter tooth is the thickness of the cut layer is proposed. The obtained mathematical expressions for determining the thickness of the cut layer, the depth and the cutting path make it possible to determine the operating conditions of the end milling tool within one revolution of the cutter. The ways of reducing the instability of the cutting process with an end milling tool are indicated.

**Keywords:** end milling tool, instability of the cutting process.

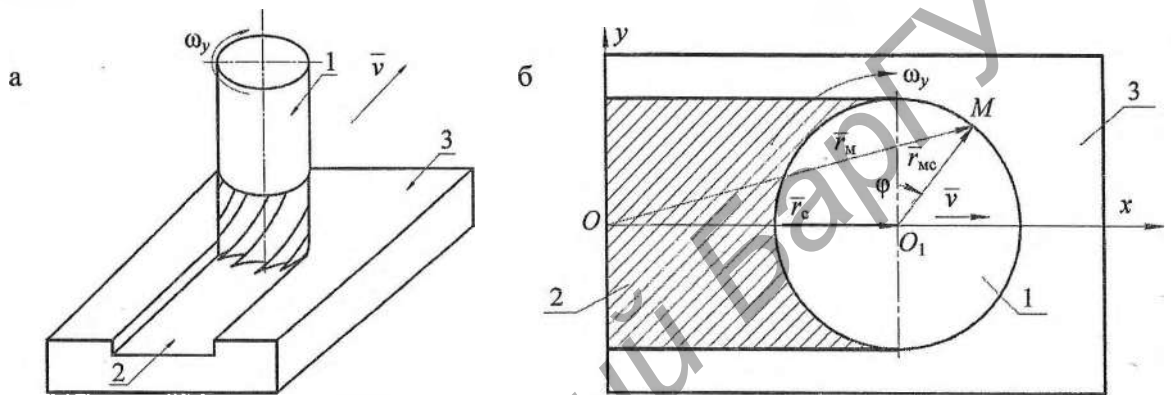
## Введение

Резание концевым фрезерным инструментом – один из самых распространенных способов обработки металлов. К концевому фрезерному инструменту относятся концевые и шпоночные фрезы. Для обеспечения повышения ресурса концевого фрезерного инструмента необходимо исследовать условия работы такого инструмента, которые недостаточно изучены. Эффективная работа концевого фрезерного инструмента существенным образом зависит не только от наличия ударных нагрузок, связанных с врезани-

ем зуба инструмента в обрабатываемый материал и выходом из него, циклических температурных изменений на режущем клине во время рабочего и холостого ходов, но и от неравномерности срезаемого слоя материала во время рабочего хода. При этом, изменение нагрузки, происходящее от неравномерности толщины срезаемого слоя и его глубины, образуется от кинематики процесса резания.

### Основная часть

Производительность процесса фрезерования и качество обработки поверхности во многом зависят от кинематических характеристик движения фрезы. На рисунке 1 изображены общий вид и схема движения зуба фрезы 1 при фрезеровании паза 2 в заготовке 3.



1 – фреза; 2 – паз; 3 – заготовка

Рисунок 1 – Общий вид (а) и схема (б) процесса фрезерования канавок

Фреза 1 при фрезеровании паза 2 совершает сложное движение [1], [2]: поступательное вдоль заготовки 3 со скоростью  $v$  и вращательное вокруг собственной оси симметрии с угловой скоростью  $\omega_y$  (рисунок 1а). На рисунке 1б изображена схема движения зуба фрезы 1 при фрезеровании паза 2 в заготовке 3. Зуб расположен на зубчатом контуре (окружности) торцевой поверхности (на рисунке 1б обозначен буквой  $M$ ) на расстоянии  $r_\phi$  от центра  $O_1$ . Положение точки  $M$  можно задать радиус-вектором  $\vec{r}_\phi$ :

$$\vec{r}_M = \vec{r}_c + \vec{r}_{mc}, \quad (1)$$

где  $r_{mc} = r_\phi$ .

При проецировании равенства (1) на оси  $OXY$  координаты точки  $M$  относительно этих осей равны:

$$x_M = v\tau + r_\phi \sin \varphi; \quad (2)$$

$$y_M = r_\phi \cos \varphi, \quad (3)$$

где  $\tau$  – время;

$\varphi$  – угол врезания.

При равномерном движении [3] ( $v = \text{const}$ ,  $\omega_y = \text{const}$ ) (2), (3) преобразуются в:

$$x_M = v\tau + r_\phi \sin \omega_y \tau; \quad (4)$$

$$y_M = r_\phi \cos \omega_y \tau. \quad (5)$$

Формулы (4) и (5), называемые уравнениями движения зуба фрезы (или его траектории) в координатной или параметрической форме, можно использовать для построения траектории, описывающей движение зуба. Из (4) и (5) находим:

$$\omega_y \tau = \arccos(y_m / r_\phi); \quad (6)$$

$$\tau = \frac{\arccos(y_m / r_\phi)}{\omega_y}. \quad (7)$$

Перепишем формулы (4) и (5) в виде:

$$\sin \omega_y \tau = (x_m - v\tau) / r_\phi; \quad \cos \omega_y \tau = y_m / r_\phi. \quad (8)$$

Возведем левую и правую части в квадрат и сложим полученные равенства:

$$1 = ((x_m - v\tau) / r_\phi)^2 + (y_m / r_\phi)^2, \quad (9)$$

отсюда:

$$(x_m - v\tau)^2 + y_m^2 = r_\phi^2. \quad (10)$$

В (10)  $\tau$  определяется по формуле (7).

Равенство (10) описывает траекторию движения зуба концевой фрезерного инструмента в неявной форме. Полученную траекторию можно назвать мгновенным кругом, уравнение которого (10) отличается от уравнения неподвижной окружности наличием произведения  $v\tau$ .

Построим участок траектории зуба фрезы, который соответствует одному обороту фрезы. Для этого разделим угол  $\phi = 2\pi$  в радианах на восемь равных частей  $\Delta\phi_i = \pi/4$  ( $i = 1, 2, 3 \dots 8$ ). Каждое значение  $\Delta\phi_i$  соответствует

отрезку времени  $t_i = \Delta\phi_i / \omega_y = \pi/4\omega_y$ , а период  $T = 2\pi/\omega_y$  — полному обороту фрезы. Как показано на рисунке 2, центр вращения фрезы в начале ее движения находится в точке  $O$ , а точка строящейся траектории движения — в позиции 1. Начало координат совмещено с центром  $O$ . Поворот фрезы на угол  $\Delta\phi_i$  соответствует перемещению центра  $O_i$  вдоль оси  $Ox$  на отрезках  $\Delta x_{ci} = f r_\phi \Delta\phi_i$ . При  $\Delta\phi_i = \pi/4$ ,  $r_\phi = 50$  мм и  $f = 0,2$  получаем  $\Delta x_{ci} = 7,85$  мм.

На рисунке 2 центры  $O_i$  обозначены цифрами 1', 2', 3'...9'. Радиус фрезы  $r_\phi$  и коэффициент  $f$  значительно увеличены для удобства построения траектории и ее последующего анализа. Начало траектории находится в точке 1. Чтобы найти точку 2, проведем прямую через точку 2' под углом  $\Delta\phi_i = \pi/4$  к вертикали, на которой отложим отрезок длины  $r_\phi$  из точки 2'. Аналогично проводим прямую через точку 3' под углом  $2\Delta\phi_i = \pi/2$  (она совпадает с осью  $X$ ) и получаем точку 3 на расстоянии  $r_\phi$  от нее.

Последней точкой, которую мы находим, является точка 9 траектории. Сплошной линией на рисунке 2 показана траектория резания зубом фрезы, а пунктиром — при ее холостом ходе. Аналогично строится траектория (9-17). Описанная методика построения траектории, по которой происходит процесс резания с определением центров  $O_i$ , позволяет найти положение самого зуба фрезы в каждый фиксированный момент времени.

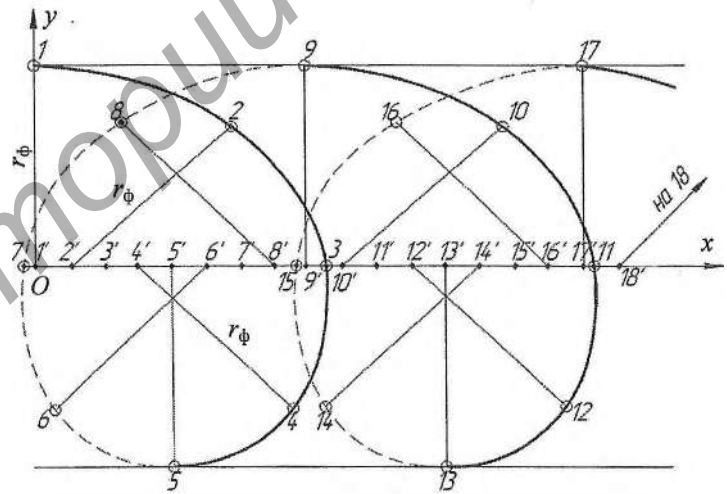


Рисунок 2 – Иллюстрация техники построения траектории движения зуба фрезы

Как видно из рисунка 2, при обработке заготовки вершина зуба фрезы (точки 1...17) перемещается в горизонтальной плоскости  $XU$  по циклоиде со скоростью  $v_0$  из-за того, что движение складывается из двух движений: главного – вращательного вокруг оси фрезы (точка  $O$ ) и вспомогательного – поступательного в направлении подачи.

Скорость и ускорение точки  $M$  равны:

$$v_m = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \quad (11)$$

$$a_m = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \quad (12)$$

где  $v_x, a_x$  и  $v_y, a_y$  – проекции скорости и ускорения на оси  $OX$  и  $OY$ .

Находим значения проекций на оси  $OX$  и  $OY$ , дифференцируя равенства (11) и (12) по времени  $\tau$ :

$$v_x = \dot{x}_m = dx_m/d\tau = v + r_\phi \omega_y \cos \omega_y \tau; \quad (13)$$

$$a_x = \dot{v}_x = dv_x/d\tau = -r_\phi \omega_y^2 \sin \omega_y \tau; \quad (14)$$

$$v_y = \dot{y}_m = dy_m/d\tau = -r_\phi \omega_y \sin \omega_y \tau; \quad (15)$$

$$a_y = \dot{v}_y = dv_y/d\tau = -r_\phi \omega_y^2 \cos \omega_y \tau. \quad (16)$$

Далее из формул (13)-(16) находим:

$$v_m = \sqrt{v^2 + 2r_\phi \omega_y v \cos \omega_y \tau + r_\phi^2 \omega_y^2}; \quad (17)$$

$$a_m = r_\phi \omega_y^2. \quad (18)$$

Таким образом, кинематический анализ движения зуба фрезы в горизонтальной плоскости показывает, что движение происходит по циклоиде, траектория которой порождает неравномерность толщины срезаемого слоя.

Траекторию, описывающую движение зуба концевой фрезерного инструмента, можно получить в более удобном для анализа виде, воспользовавшись следующим приемом. На рисунке 3 представлена схема срезаемой толщины  $a$  при осевом фрезеровании. Толщина срезаемого слоя  $a$  – расстояние между двумя последовательными положениями траекторий, образующих двумя смежными зубьями в момент резания.

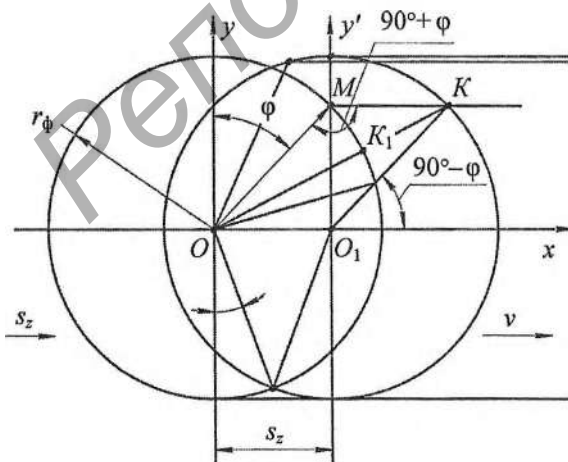


Рисунок 3 – Схема движения зуба концевой фрезы в горизонтальной плоскости

Установим зависимость скорости в точке  $M$   $v_m$  от поступательного движения фрезы  $v$  и окружной скорости движения зуба  $v_r = \omega_y r_\phi$  в виде:

$$v_m = k_n (\omega_y r_\phi), \quad (19)$$

где  $k_n$  – коэффициент приведения,  $k_n < 1$ .

Правомерность применения коэффициента приведения  $k_n$  обосновывается следующим образом. Толщина срезаемого слоя  $a$  (рисунок 3), которая равна расстоянию, пройденному центром  $O$  фрезы за пол-оборота фрезы  $T/2$  по оси  $OX$ , определяется:

$$a = vT/2 = k_n \omega_y r_\phi \cdot \pi / \omega_y = k_n r_\phi \pi. \quad (20)$$

Как видим из (20), толщина срезаемого слоя  $a$  заготовки зависит от коэффициента приведения  $k_n$  и радиуса фрезы  $r_\phi$ .

Из рисунка 3 видно, что толщина срезаемого слоя  $a$  равна:

$$a = KK_1 = OK - OK_1 = OK - r_\phi; \quad (21)$$

$$OK = OK_1 + K_1K; \quad (22)$$

$$OK^2 = x^2 + y^2. \quad (23)$$

Из треугольника  $OKO_1$  по теореме косинусов имеем:

$$OK^2 = r_\phi^2 + s_z^2 - 2r_\phi s_z \cos(90^\circ - \varphi). \quad (24)$$

После преобразования (24) получаем:

$$OK^2 = r_\phi^2 + s_z^2 + 2r_\phi s_z \sin \varphi. \quad (25)$$

Из (25) имеем:

$$OK = \sqrt{r_\phi^2 + s_z^2 + 2r_\phi s_z \sin \varphi}. \quad (26)$$

Подставив (26) в (21), толщина срезаемого слоя  $a$  будет равна:

$$a = \sqrt{r_\phi^2 + s_z^2 + 2r_\phi s_z \sin \varphi} - r_\phi. \quad (27)$$

Проведем проверку правильности полученной зависимости, для чего возьмем из нее производную и приравняем к нулю. Получим:

$$a' = \frac{1}{\sqrt{r_\phi^2 + s_z^2 + 2r_\phi s_z \sin \varphi}} 2r_\phi s_z \cos \varphi = 0. \quad (28)$$

Из (28) при  $\varphi = 0^\circ$  и  $\varphi = 180^\circ$ :  $a' = 0$ , а при  $\varphi = 90^\circ$ :  $a' = s_z$ . Следовательно, расчет формулы (27) произведен правильно.

На рисунке 4 представлена зависимость (27) в графическом виде.

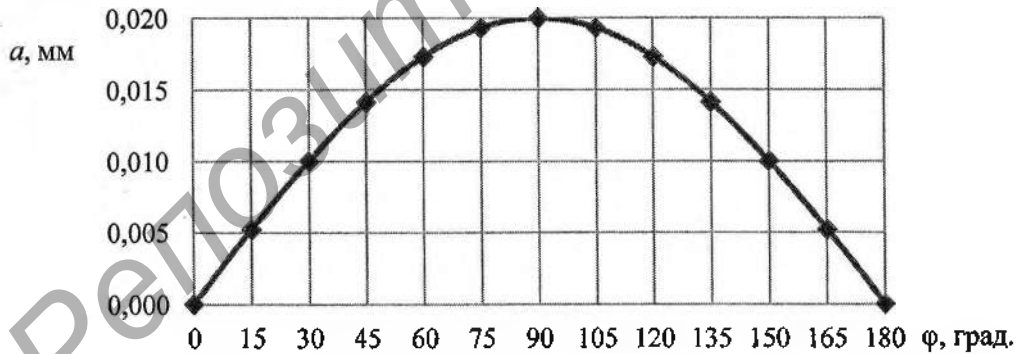


Рисунок 4 – Зависимость толщины срезаемого слоя  $a$  при резании концевым фрезерным инструментом ( $r_\phi = 4$  мм;  $s_z = 0,02$  мм/зуб)

В точках пересечения окружностей, описываемых вращательное движение зуба фрезы в начальный и конечный момент одного реза, начинается процесс врезания зуба фрезы в обрабатываемый материал. Величины такого угла врезания можно найти по следующей зависимости:

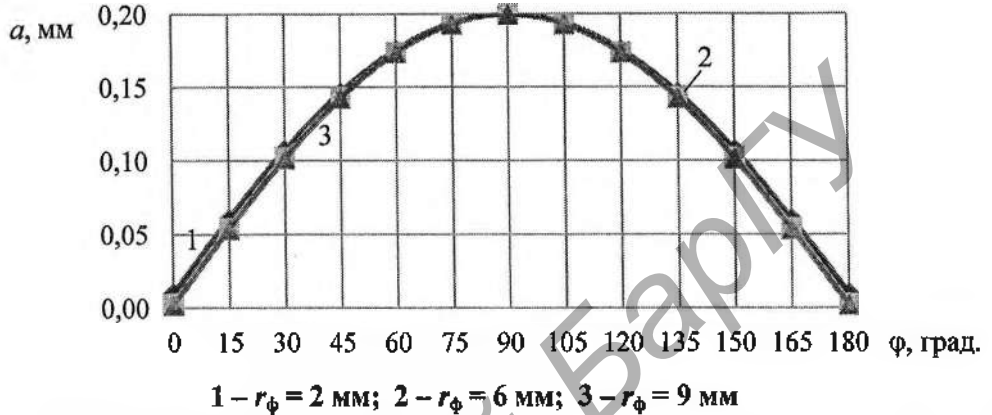
$$\sin \varphi = s_z / r_\phi. \quad (29)$$

Например, при  $s_z = 0,2$  мм и  $r_\phi = 2$  мм угол врезания равен  $\varphi = 2^\circ 86'$ . При  $s_z = 0,2$  мм и  $r_\phi = 6$  мм:  $\varphi = 1^\circ 15'$ . При  $s_z = 0,2$  мм и  $r_\phi = 9$  мм:  $\varphi = 0^\circ 57'$ .

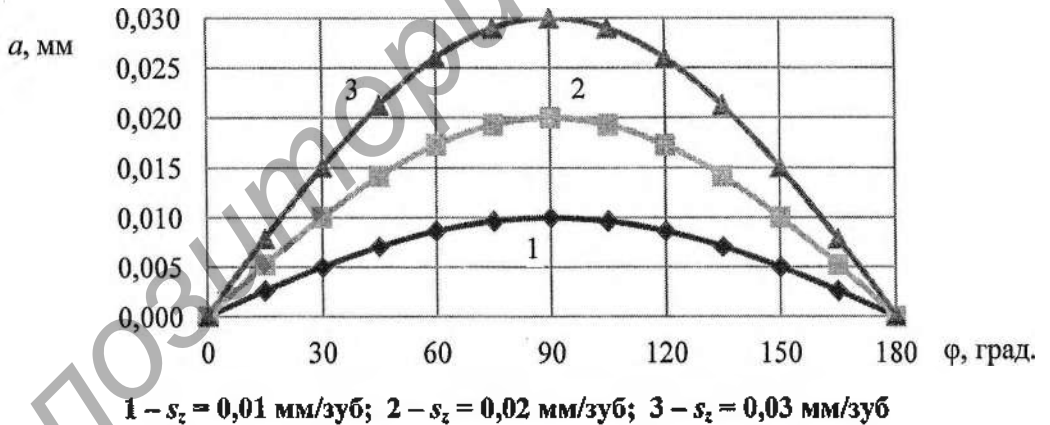
Исходя из чего видно, что при увеличении радиуса фрезы угол врезания уменьшается, т.е. происходит улучшение плавности процесса резания.

Рассмотрим влияние радиуса фрезы на толщину срезаемого слоя в процессе фрезерования. На рисунке 5 смоделирована (по зависимости (27)) толщина срезаемого слоя  $a$  за один рез при  $r_{\phi} = 2, 6$  и  $9$  мм.

На рисунке 6 показана смоделированная по зависимости (27) толщина срезаемого слоя  $a$  во время одного реза в зависимости от подачи на зуб:  $s_z = 0,01; 0,02; 0,03$  мм/зуб.



1 –  $r_{\phi} = 2$  мм; 2 –  $r_{\phi} = 6$  мм; 3 –  $r_{\phi} = 9$  мм  
Рисунок 5 – Зависимость толщины срезаемого слоя  $a$  при резании  
концевым фрезерным инструментом ( $s_z = 0,2$  мм/зуб)



1 –  $s_z = 0,01$  мм/зуб; 2 –  $s_z = 0,02$  мм/зуб; 3 –  $s_z = 0,03$  мм/зуб  
Рисунок 6 – Зависимость толщины срезаемого слоя  $a$   
при резании концевым фрезерным инструментом ( $r_{\phi} = 4$  мм)

Из зависимостей рисунка 6 видно, что изменение толщины срезаемого слоя  $a$  пропорционально изменению подачи на зуб.

Полученное математическое выражение (27) для определения толщины срезаемого слоя, учитывающее радиус фрезы, подачу на зуб и угол врезания, при резании концевым фрезерным инструментом позволило установить, что при увеличении радиуса фрезы угол врезания уменьшается, и повышается плавность процесса резания.

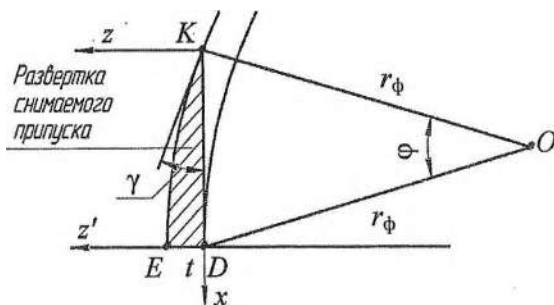
Анализ зависимостей (рисунки 5 и 6) показывает, что наилучшие условия резания, с точки зрения прерывистости обработки, находятся в пределах от начала врезания зуба фрезы до поворота его до  $30^\circ$ , а также от  $150^\circ$  до выхода зуба из обрабатываемого материала. При чем, в указанных диапазонах поворота зуба фрезы изменения радиуса фрезы приводят к незначительному изменению толщины срезаемого слоя на 5-13 %, а в диапазоне от  $30^\circ$  до  $150^\circ$  поворота зуба фрезы изменения радиуса фрезы практически

не оказывают влияния на изменения толщины срезаемого слоя. Влияние подачи на зуб на изменение толщины срезаемого слоя пропорционально изменению подачи на зуб.

Зубья на цилиндрической части концевой фрезерного инструмента имеют винтовую форму с углом подъема  $\gamma = 30...15^\circ$ . Такое расположение режущего лезвия фрезы направлено на повышение плавности хода инструмента, что обеспечивает более точные параметры обработки.

Кинематическая схема резания в вертикальной плоскости при фрезеровании цилиндрической фрезой с винтовым зубом представлена на рисунке 7.

Из рисунка 7 видно, что треугольник  $DEK$  представляет собой развертку снимаемого материала в плоскости  $XOZ$  при врезании зуба (точка  $K$ ) и повороте фрезы радиусом  $r_\phi$  вокруг своей оси  $O$  на угол  $\phi$  (зуб фрезы будет в точке  $D$ ), при котором зуб фрезы будет снимать заданный припуск  $t$ . Тогда, из треугольника  $DEK$  имеем:



$$DK = \frac{t}{\operatorname{tg} \gamma} \quad (30)$$

Из треугольника  $ODK$  по теореме косинусов имеем:

$$DK^2 = r_\phi^2 + r_\phi^2 - 2r_\phi \cos \phi \quad \text{или} \\ DK^2 = 2r_\phi^2 (1 - \cos \phi) \quad (31)$$

Путем преобразования (31) и подстановки в нее (30) имеем:

$$\cos \phi = 1 - \frac{t^2}{2r_\phi^2 \operatorname{tg}^2 \gamma} \quad (32)$$

Рисунок 7 – Схема движения винтового зуба концевой фрезерного инструмента в вертикальной плоскости

Тогда из (32) угол  $\phi$  врезания фрезы, при котором зуб фрезы будет снимать максимальный припуск  $t$ , определится:

$$\phi = \arccos \left( 1 - \frac{t^2}{2r_\phi^2 \operatorname{tg}^2 \gamma} \right) \quad (33)$$

Из формул (32) и (33) следует, что с момента врезания зуба фрезы в металл и достижения им заданной постоянной величины припуска  $t$  фреза повернется на угол  $\phi$ .

Например, при  $r_\phi = 6$  мм,  $\gamma = 30^\circ$ ,  $t = 2$  мм, угол  $\phi = 33^\circ 36'$ .

Влияние угла  $\phi$  на снижение силовой нагрузки во время врезания зуба фрезы в металл и выхода из металла велико.

Определим зависимость глубины резания  $t$  от угла поворота фрезы  $\phi_1$ .

Из треугольника  $DEK$  имеем:

$$t = DK \operatorname{tg} \gamma \quad (34)$$

Так как, из (31)  $DK$  равно:

$$DK = r_\phi \sqrt{2(1 - \cos \phi)}, \quad (35)$$

тогда, с учетом (35) и (34) и изменением угла  $\phi$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , зависимость глубины резания  $t$  от угла поворота фрезы  $\phi$  определится:

$$t = r_\phi \operatorname{tg} \gamma \sqrt{2(1 - |\cos \phi|)} \quad (36)$$

Интерпретация зависимости (36) представлена на рисунке 8.

Анализ зависимости (рисунок 8) и формулы (36) показывают, что при врезании режущего зуба концевой фрезерного инструмента до угла врезания, равного  $\varphi = \arccos\left(1 - \left[\frac{t^2}{(2r_\phi^2 \operatorname{tg}^2 \gamma)}\right]\right)$ , происходит плавное увеличение глубины резания до заданной глубины  $t$ . После поворота фрезы на угол более  $\varphi = \arccos\left(1 - \left[\frac{t^2}{(2r_\phi^2 \operatorname{tg}^2 \gamma)}\right]\right)$  и до угла, равного  $(180^\circ - \varphi)$ , глубина резания будет иметь постоянную величину  $t$ . При угле поворота фрезы более  $(180^\circ - \varphi)$  и до  $180^\circ$  глубина резания плавно уменьшается от величины  $t$  до нуля.

Проведем анализ влияния радиуса фрезы и глубины резания фрезой на интенсивность изменения глубины резания при повороте зуба фрезы в металле.

На рисунке 9 представлены зависимости интенсивности изменения глубины резания  $t$  при контакте зуба концевой фрезерного инструмента с металлом при различных глубинах резания:  $t = 1,0; 2,0; 3,0$  мм (при  $r_\phi = 6$  мм,  $\gamma = 30^\circ$ ).

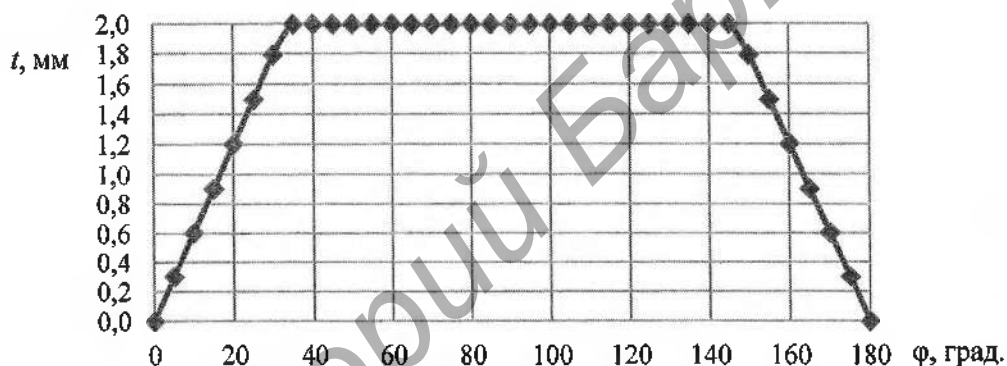


Рисунок 8 – Изменение глубины резания  $t$  при повороте зуба винтовой формы концевой фрезерного инструмента от  $0$  до  $180^\circ$  ( $r_\phi = 6$  мм;  $t = 2$  мм,  $\gamma = 30^\circ$ )

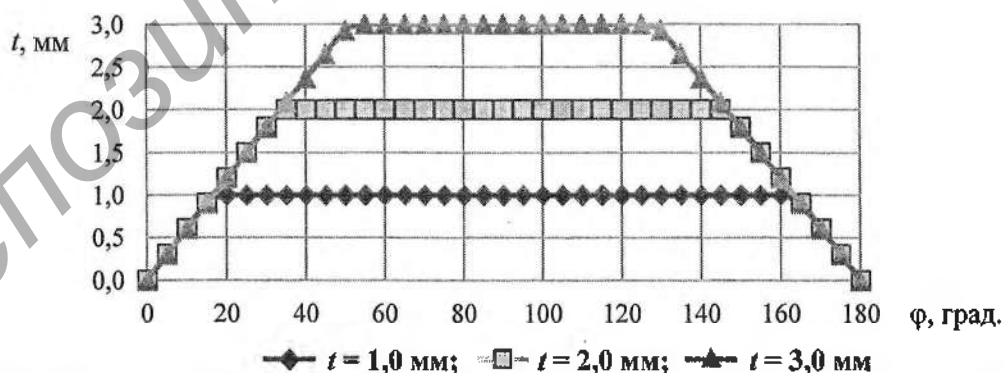


Рисунок 9 – Зависимости интенсивности изменения глубины резания  $t$  винтовым зубом фрезы при повороте его от  $0$  до  $180^\circ$  и при  $t = 1,0; 2,0; 3,0$  мм ( $r_\phi = 6$  мм;  $\gamma = 30^\circ$ )

На рисунке 10 представлены зависимости интенсивности изменения глубины резания  $t$  при контакте зуба концевой фрезерного инструмента с металлом при  $r_\phi = 4$  и  $8$  мм ( $t = 2$  мм,  $\gamma = 30^\circ$ ).

Анализ зависимостей, представленных на рисунках 9 и 10, показывает, что увеличение технологической глубины резания не оказывает влияния на интенсивности изменения глубины резания зубом винтовой формы концевой фрезерного инструмента при его повороте от  $0$  до  $180^\circ$ . В то время как увеличение радиуса фрезы оказывает существенное влияние на изменение глубины резания зубом за один рабочий ход: проис

ходит увеличение интенсивности изменения глубины пропорционально изменению радиуса фрезы, что значительно снижает плавность процесса резания.

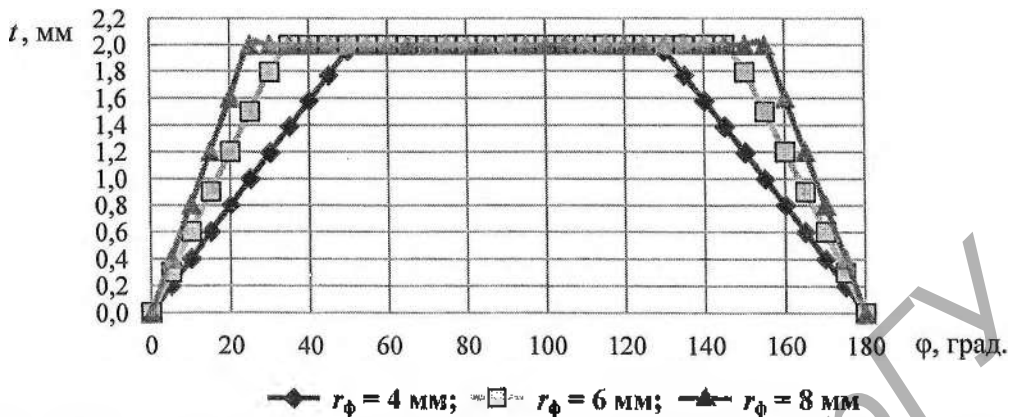


Рисунок 10 – Зависимости интенсивности изменения глубины резания  $t$  винтовым зубом фрезы при повороте его от  $0$  до  $180^\circ$  и при  $r_\phi = 4; 6; 8$  мм ( $t = 2$  мм,  $\gamma = 30^\circ$ )

Исходя из того, что, как правило, концевые, шпоночные фрезы, являющиеся концевым фрезерным инструментом, имеют небольшой радиус (до 16 мм), то обработка таким инструментом происходит в условиях значительных изменений глубины резания во время одного реза, что делает сам процесс резания весьма нестабильным.

#### Заключение

1. Разработан метод описания траектории движения зуба концевого фрезерного инструмента с использованием коэффициента приведения, который характеризует, какую часть окружности, описываемой вершиной зуба фрезы, составляет толщина срезаемого слоя. Разработанный метод позволил установить, что движение происходит по циклоиде, траектория которой порождает неравномерность толщины срезаемого слоя; при увеличении радиуса фрезы угол врезания уменьшается, т.е. происходит улучшение плавности процесса резания; увеличение подачи на зуб влияет пропорционально на увеличение толщины срезаемого слоя  $a$ ; наихудшие условия резания с точки зрения прерывистости обработки происходят при врезании и выходе зуба из процесса резания.

2. Полученное математическое выражение для определения толщины срезаемого слоя, учитывающее радиус фрезы, подачу на зуб и угол врезания, при резании концевым фрезерным инструментом позволило установить следующее. При увеличении радиуса фрезы угол врезания уменьшается и повышается плавность процесса резания. Наихудшие условия резания, с точки зрения прерывистости обработки, происходят в пределах от начала врезания зуба фрезы до поворота его на  $30^\circ$ , а также от  $150^\circ$  до выхода зуба из обрабатываемого материала. Причем, в указанных диапазонах поворота зуба фрезы изменение радиуса фрезы приводит к незначительному изменению толщины срезаемого слоя на 5-13 %, а в диапазоне от  $30^\circ$  до  $150^\circ$  поворота зуба фрезы изменение радиуса фрезы практически не оказывает влияние на изменение толщины срезаемого слоя. Влияние подачи на зуб на изменение толщины срезаемого слоя пропорционально изменению подачи на зуб.

3. Получена зависимость глубины резания  $t$  от угла поворота фрезы  $\phi$  при резании винтовым зубом концевого фрезерного инструмента, учитывающая радиус фрезы  $r_\phi$  и угол подъема винтовой линии, позволившая установить следующее. При повороте фрезы

до угла, равного  $\phi = \arccos\left(1 - \frac{t^2}{2r_\phi^2 \tan^2 \gamma}\right)$ , происходит плавное увеличение глубины реза-

ния до заданной глубины  $t$ . После поворота фрезы на угол более  $\varphi$  и до угла  $(180^\circ - \varphi)$  глубина резания будет иметь постоянную величину  $t$ , а при угле поворота фрезы на угол более  $(180^\circ - \varphi)$  и до  $180^\circ$  глубина резания плавно уменьшается от величины  $t$  до нуля. Увеличение радиуса фрезы оказывает пропорциональное влияние на интенсивность изменения глубины резания, это обосновывает нестабильность процесса резания концевым фрезерным инструментом с винтовым зубом.

#### Список использованных источников

1. Хвяско Х.М. Курс теоретической механики: учеб. – Минск: БГТУ, 2000. – 354 с.
2. Чигарев А.В., Чигарев Ю.В. Курс теоретической механики: учеб. – Минск: Новые знания; М.: ТСУПД, 2010. – 398 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 7-е. изд. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 609 с.

#### Информация об авторах

*Анатолий Николаевич Жигалов* – доктор технических наук, доцент, директор ГНУ «Институт технологии металлов НАН Беларуси», доцент кафедры технологии и оборудования машиностроения, УО «Барановичский государственный университет» (ул. Войкова, 21, 225404, г. Барановичи, Беларусь), e-mail: jigalov6@mail.ru.

*Игорь Андреевич Горавский* – аспирант УО «Барановичский государственный университет» (ул. Войкова, 21, 225404, г. Барановичи, Беларусь), e-mail: barsu@brest.by.

*Сергей Иванович Русан* – кандидат технических наук, доцент, (ул. Наконечникова, 5, 225404, г. Барановичи, Беларусь), e-mail: rusan33@mail.ru.

*Денис Геннадьевич Шатуров* – кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, МОУ ВО «Белорусско-Российский университет» (пр. Мира, 43, 212000, г. Могилев, Беларусь), e-mail: bru@bru.by.

#### Information about the authors

*Anatoly Nikolaevich Jigalov* – D. Sc. (Engineering), Associate Professor, Director, Institute of Metal Technology of the National Academy of Sciences of Belarus, Associate Professor of the Department of Technology and Equipment of Mechanical Engineering, Baranovichi State University (21, Voykova Str., 225404, Baranovichi, Belarus), e-mail: jigalov6@mail.ru.

*Igor Andreevich Goravskii* – Post-graduate Student, Baranovichi State University (21, Voykova Str., 225404, Baranovichi, Belarus), e-mail: barsu@brest.by.

*Sergei Ivanovich Rusan* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, (5, Nakonechnikov Str., 225404, Baranovichi, Belarus), e-mail: rusan33@mail.ru.

*Denis Gennadyevich Shaturov* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering Technology, Belarusian-Russian University (43, Mira Ave., 212000, Mogilev, Belarus), e-mail: bru@bru.by.

Поступила в редакцию 11.09.2022 г.