

РАЗЛІК ПАРАМЕТРАЎ УЗЛЕТНАЙ ПАЛАСЫ ДЛЯ КАСМІЧНЫХ АПАРАТАЎ

В.В. Гаршынёў, Я.І. Лаўрынюк

Навуковы кіраўнік: С.І. Русан

Агульныя звесткі

У наш час імкліва пашыраюцца маштабы асваення касмічнай прасторы. У сувязі з гэтым паўстае і вырашаецца шмат тэхнічных праблем. Да іх ліку адносяцца: канструяванне зверхумагутных рухавікоў і стварэнне паліва для іх, распрацоўка тэхналогіі звыштрывалых лёгкіх тугаплаўкіх матэрыялаў, стварэнне адмысловых касмічных аэрадромаў і інш.

Для запуску касмічных аб'ектаў аднаразовага выкарыстання абсталёўваюць пляцоўкі з вертыкальным узлётам з паверхні зямлі. Пры гэтым выкарыстоўваюцца надта магутныя рухавікі. Запуск апаратаў шматразовага выкарыстання з невялікай масай мэтазгодна ажыццяўляецца з нахіленых узлётных палос. Вага апарата пры гэтым часткова успрымаецца жорсткай асновай узлётнай паласы і на этапах разгону могуць выкарыстоўвацца рухавікі меншай магутнасці.

Пастаноўка задачы

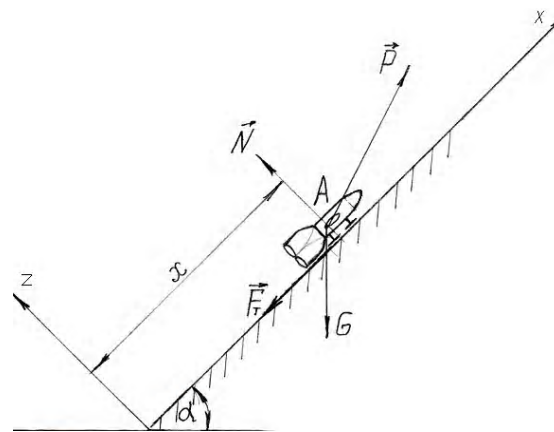
Касмічны апарат на ўзлётнай паласе (рыс. 1) будзем разглядаць як матэрыяльны пункт А.

На яго дзейнічаюць наступныя сілы: F_T – сіла трэння слізгання; N – нармальная рэакцыя асновы ўзлётнай паласы; P – сіла цягі рухавіка; G – сіла цяжару апарата (будзем лічыць яе пастаяннай). Сіла цягі залежыць ад тыпу рухавіка і можа быць прадстаўлена формулай:

$$\vec{P} = a \cdot (b + t)(c\vec{i} + d\vec{k}), \quad (1)$$

дзе a, b, c, d – пастаянныя параметры рухавіка, t – час.

Як відаць з формулы (1), сіла P паступова ўзрастае і як вынік гэтага – узрастае яе складальная, паралельная да восі OZ , а ціск апарата на аснову (і яе рэакцыя N) памяншаецца. У нейкі момант часу $t = t_1$ апарат пакідае ўзлётную паласу. Неабходна вызначыць патрэбную яе даўжыню l .



Рысунк 1

Дыферэнцыяльныя ўраўненні руху апарата і іх рашенне

Для рашэння задачы выкарыстоўваем дыферэнцыяльныя ўраўненні дынамікі матэрыяльнага пункту:

$$m\ddot{x} = \sum X_i, \quad m\ddot{z} = \sum Z_i. \quad (2)$$

З дапамогай рысунка 1 знаходзім

$$\sum X_i = ac(b + t) - G \sin(\alpha) - F_T, \quad \sum Z_i = ad(b + t) - G \cos(\alpha) + N. \quad (3)$$

Падстаўляем выражэнні (3) ва ўраўненне (2):

$$m\ddot{x} = ac(b + t) - G \sin(\alpha) - F_T, \quad (4)$$

$$m\ddot{z} = ad(b + t) - G \cos(\alpha) + N. \quad (5)$$

Паскарэнне цэла A ўздоўж восі OZ ($a_z = \ddot{z}$) падчас яго руху па аснове паласы роўна нулю. З ураўнення (5) атрымліваем: $0 = ad(b + t) - G \cos(\alpha) + N$, адгэтуль $G \cos(\alpha) - ad(b + t)$.

Знаходзім сілу трэння слізгання:

$$F_T = fN = fG \cos(\alpha) - fad(b + t). \quad (7)$$

Падстаўляем формулу (7) ў формулу (4):

$$m\ddot{x} = ac(b + t) - G \sin(\alpha) - fG \cos(\alpha) + fad(b + t) = a(c + fd)(b + t) - (\sin(\alpha) + f \cos(\alpha)).$$

Пасля дзялення на m атрымаем:

$$\ddot{x} = \frac{a}{m}(c + fd)b - g(\sin \alpha + f \cos \alpha) + \frac{a}{m}(c + fd)t,$$

альбо скарачана: $\ddot{x} = A + Bt$. (8)

Тут $A = \frac{a}{m}(c + fd)b - g(\sin \alpha + f \cos \alpha)$, $B = \frac{a}{m}(c + fd)$.

Пачатковыя ўмовы на старце апарата (пры $t = 0$) маюць выгляд:

$$x_0 = 0, \quad \dot{x}_0 = 0. \quad (9)$$

Двойчы інтэгруем ураўненне (8) пры ўмовах (9). Канчаткова атрымаем ураўненне скарасцей і руху апарата:

$$\dot{x} = At + \frac{1}{2}Bt^2, \quad (10)$$

$$x = \frac{1}{2}At^2 + \frac{1}{6}Bt^3. \quad (11)$$

Разлік параметраў узлётнай паласы

З ураўнення руху (11) пры $t = t_1$ знаходзім працягласць паласы $l = x(t_1)$. Як адзначалася, пры $t = t_1$ рэакцыя асновы $N = 0$. Тады з формулы (6) атрымаем:

$$\begin{aligned} G \cos \alpha &= ad(b + t_1), \\ t_1 &= \frac{G \cos \alpha}{ad} - b. \end{aligned} \quad (12)$$

Выкарыстоўваючы зыходныя данныя: $a = 100$; $b = 8$; $c = 0,8$; $\alpha = 45^\circ$ разлічым даўжыню паласы пры розных каэфіцыентах f :

$$t_1 = \frac{1000 \cos 45^\circ}{100 \cdot 0,5} - 8 = 6,14,$$

$$x = \frac{1}{2}A \cdot 38 + \frac{1}{6}B \cdot 231 = 19A + 38,5B.$$

Пры $f = 0$

$$A = \frac{100}{100}(0,8 \cdot 8) - 10 \cdot \sin 45^\circ = -0,67,$$

$$B = 1 \cdot 0,8 = 0,8,$$

$$x = -12,73 + 30,8 = 18,07.$$

Пры $f = 0,05$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,05 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,05 \cos 45^\circ) = -0,82,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,05 \cdot 0,5) = 0,825$$

$$x = 14,162.$$

Пры $f = 0,1$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,1 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,1 \cos 45^\circ) = -0,977,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,1 \cdot 0,5) = 0,85,$$

$$x = 14,162.$$

Пры $f = 0,15$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,15 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,15 \cos 45^\circ) = -1,113,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,15 \cdot 0,5) = 0,875,$$

$$x = 12,217.$$

Пры $f = 0,2$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,2 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,2 \cos 45^\circ) = -1,28,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,2 \cdot 0,5) = 0,9,$$

$$x = 10,33.$$

Пры $f = 0,25$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,25 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,25 \cos 45^\circ) = -1,438,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,25 \cdot 0,5) = 0,925,$$

$$x = 8,3.$$

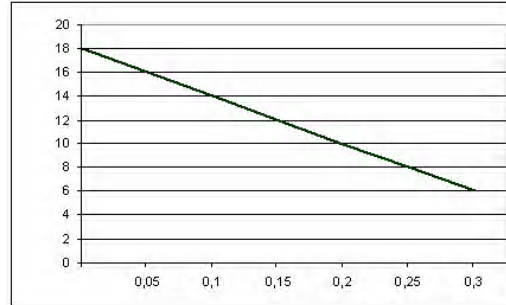
Пры $f = 0,3$

$$A = 1 \cdot (0,8 + 0,3 \cdot 0,5) \cdot 8 - 10(\sin 45^\circ + 0,3 \cos 45^\circ) = -1,591,$$

$$B = 1 \cdot (0,8 + 0,3 \cdot 0,5) = 0,95,$$

$$x = 6,346 .$$

Пабудуем графік залежнасці $l(f)$ (рыс. 2).



Рысунк 2

Як відаць з формулы (12), час разгону апарата не залежыць ад каэфіцыента трэння f на паласе ўзлёту. Пераўтворм формулу (11), выдзяляючы складнікі, што змяшчаюць f :

$$l(t_1) = \frac{1}{2} A t_1^2 + \frac{1}{6} B \frac{a}{m} t_1^3 = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{m} (c + fd) b - g (\sin \alpha + f \cos \alpha) \right] t_1^2 + \frac{1}{6} \left[\frac{a}{m} (c + fd) \right] t_1^3 =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{abc}{m} - g \sin \alpha \right) t_1^2 + \frac{1}{3} \frac{ac}{m} t_1^3 \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{adb}{m} - g \cos \alpha \right) t_1^2 + \frac{1}{3} \frac{ad}{m} t_1^3 \right] f = C + DF . \quad (13)$$

Другі складнік формулы (13) вызначае ўплыў каэфіцыента трэння на велічыню $l(t_1)$. У залежнасці ад знака множніка гэты складнік можа быць адмоўным альбо дадатным.

Праверым знак множніка пры наступных лікавых значэннях: $b = 8$; $a = 100$; $d = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$; $\alpha = 45^\circ$; $m = 100$ кг.

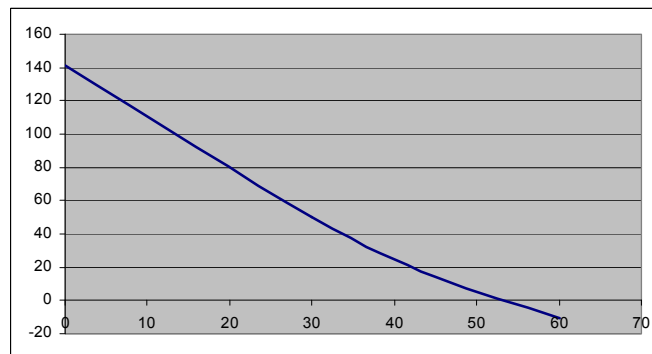
Атрымаем: $t_1 = \frac{100 \cdot 9,8 \cdot 0,707}{100 \cdot 0,5} - 7,0 = 6,857c,$

$$D = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{100 \cdot 0,5 \cdot 7,0}{100} - 9,8 \cdot 0,707 \right) 6,857^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{100 \cdot 0,5}{100} \cdot 6,857^3 \right] = \frac{1}{2} [(3,5 - 6,93) \cdot 47,02 + 0,17 \cdot 322,41] =$$

$$= (-1161,28 + 54,81) = -53,23.$$

Такім чынам, павелічэнне каэфіцыента вядзе да скарачэння даўжыні паласы ўзлёту. Абгрунтаваць гэта можна зыходзячы з ураўненняў (2), (3), (12). Як адзначалася на падставе формулы (12), час руху апарата t_1 на паласе ўзлёту ад каэфіцыента f не залежыць. Разам з тым, павелічэнне f , а значыць і сілы трэння F_f , прыводзіць да змяншэння $\sum X_i$ (гэта відаць з формулы (4)) і паскарэння $a_x = \ddot{x} = \frac{1}{m} \sum X_i$. Рухаючыся з меншым паскарэннем, апарат за нязменны час t_1 праходзіць меншы шлях $l(t_1)$.

Устанавім залежнасць $l(t_1)$ ад вугла нахілу паласы α пры $f = 0,1$ (рыс. 3):



Рысунк 3

пры $\alpha = 0^\circ$ $l(t_1) = 141,68$, пры $\alpha = 30^\circ$ $l(t_1) = 50,51$, пры $\alpha = 45^\circ$ $l(t_1) = 14,16$, пры $\alpha = 60^\circ$ $l(t_1) = -10,56$.