

В исследовательской работе были рассмотрены формулы сокращенного умножения школьного курса, геометрическое доказательство формул сокращенного умножения. Были изучены ФСУ, которые не изучаются в школьном курсе математики. Так мы узнали, как возводить сумму квадратов в четвертую, пятую, шестую и седьмую степени. При этом была выявлена закономерность — коэффициенты, полученные в результате умножения, были симметричны. Данная закономерность в математике называется «Треугольник Паскаля», разобраны задания 9 и 20 из ОГЭ по математике.

Таким образом, можно сделать вывод, о том, что формулы сокращенного умножения — это легкий способ записывать умножение чисел. Также ФСУ очень важная тема, которая может пригодиться при решении примеров, задач по математике. Благодаря знаниям формул можно легко решить вычислительные примеры и уравнения.

Список цитируемых источников

1. Жохов В.И. / Алгебра 7 класс / В.И. Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. — Москва: Просвещение, 2013. — 312 с.
2. Атанасян Л.С. / Геометрия 7—9 класс / Л.С. Атанасян. — Москва: Просвещение, 2011. — 516 с.
3. Савин А.П. / Я познаю мир. Математика. Детская энциклопедия / А.П. Савин, В.В. Станцо, А.Ю. Котова. — Москва: АСТ, 2005. — 156 с.
4. Никольский С.М. / Алгебра 7 класс / С.М. Никольский, М.К. Потапов. — М.: Просвещение, 2008. — 367 с.
5. Жохов В. И. / Алгебра 8 класс / В. И. Жохов, Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк. — Москва: Просвещение, 2015. — 420 с.
6. Выгодский М.Я. / Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. — Москва: Аст, 2006. — 198 с.
7. Гончарова Л.В. / Предметные недели в школе. Математика / Л.В. Гончарова. — В.: Учитель, 2004. — 167 с.
8. Депман И.Я. / За страницами учебника математики / И.Я. Депман, Н.Я. Виленкин. — Москва: Просвещение, 1999. — 87 с.
9. Савин А.П. Энциклопедический словарь юного математика / А.П. Савин. — М.: Педагогика, 1985. — 156 с.

УДК 537.6+539.1

А. И. Серый

*Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»,
Брест, Республика Беларусь*

К ВОПРОСУ О НЕЙТРОНИЗАЦИИ ВЫРОЖДЕННОГО ЭЛЕКТРОННО-НУКЛОННОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ СПИНОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ФЕРМИОНОВ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. Модель электронно-нуклонной среды в приближении смеси электронного, протонного и нейтронного Ферми-газов в пределе крайнего вырождения представляет интерес при моделировании сверхплотных астрофизических объектов [1, с. 40—58; 2, с. 32—56]. Несмотря на то, что температуры реальных объектов отличны от абсолютного нуля, данный предельный случай более удобен для исследований с математической точки зрения, а получаемые результаты вполне пригодны как основа для дальнейших уточнений при учете конечных температур. Один из предметов исследования для обсуждаемой модели (как и для моделей, соответствующих конечным температурам) — соотношение между концентрацией протонов n_p (равной концентрации электронов для электрически нейтральной среды) и концентрацией нейтронов n_n , соответствующее бета-равновесию; при $n_n = 0$ вместо бета-равновесия исследуется порог нейтронизации электронно-протонного вещества (т. е. водорода), соответствующий началу образования нейтронных капель (актуальность исследования значений $n_n > n_p$ ограничена возможностью захвата образующихся нейтронов окружающими протонами с образованием дейтронов). В приближении идеальных газов соответствующее значение $n_p \approx 7,37 \cdot 10^{30} \text{ см}^{-3}$ [2, с. 54].

Наличие интенсивного магнитного поля оказывает существенное влияние на соответствующие уравнения [3, с. 90—91]. Такая модель реализуется в тех рентгеновских пульсарах [4, с. 357], где на нейтронную звезду с магнитным полем происходит аккреция водорода с поверхности второй звезды. В [3, с. 88—92] приведены результаты исследований уравнения бета-равновесия в интенсивном магнитном поле, в которых, однако, не учитывалось межнуклонное взаимодействие, обусловленное ядерными силами. Необходимость учета такого взаимодействия была показана после теоретического предсказания в 1964 г. В. Г. Барышевским и М. И. Подгорецким ядерного псевдомagnetизма (экспериментально подтвержденного в 1970-е годы) [5, с. 54]. Результаты соответствующих исследований в модели контактного межнуклонного взаимодействия (выражаемого через длины нуклон-нуклонного рассеяния) изложены, например, в [6, с. 33—43; 7, с. 30—43; 8, с. 30—37; 9, с. 130—132; 10, с. 15—17; 11, с. 26—28].

В данной работе предполагается совместный учет двух упомянутых выше факторов в случае порога нейтронизации в дополнение к начатым ранее исследованиям в данном направлении. Так, в [12, с. 17—20] исследовалось уравнение бета-равновесия в пределе полной спиновой поляризации всех трех газов с учетом квантования Ландау только для электронов. В [13, с. 9—11] рассмотрено уравнение порога нейтронизации в пределе полной спиновой поляризации протонов и электронов с учетом квантования Ландау для электронов, причем сравнивались случаи, когда квантование Ландау для протонов не учитывалось (что допустимо в силу

того, что значения индукции магнитных полей нейтронных звезд значительно уступают швингеровскому значению для протонов) и когда все протоны находились на самом нижнем уровне Ландау.

Основная часть. Рассмотрим модель вырожденного водорода, в которой спиновая поляризация электронов в магнитном поле частичная, но высокая (электроны находятся в состояниях: а) $n = 0$, $s = -1/2$; б) $n = 1$, $s = -1/2$; в) $n = 0$, $s = +1/2$; при этом n — номер уровня Ландау, s — спиновое квантовое число). Спиновая поляризация протонов полная, но протоны находятся в состояниях $n = 0$, $s = -1/2$ и $n = 1$, $s = -1/2$.

Исходное уравнение, описывающее порог нейтронизации, имеет следующий общий вид (который не меняется в случае бета-равновесия):

$$E_{Fe} + E_{Fp} = E_{Fn} \quad (1)$$

Входящие в (1) величины — химические потенциалы, соответственно, электронов, протонов и нейтронов. Выражение для химического потенциала электронов имеет вид [14, с. 56—57]:

$$E_{Fe}(B) = \sqrt{\frac{1}{18} \left(96\mu_B m_e c^2 + 10 \frac{p}{F^2} - \sqrt{768\mu_B m_e c^2 \frac{p}{F^2} + 64 \frac{p^2}{F^4}} \right) + m_e c^2}, \quad F = \frac{m_e \mu_B B}{\pi^2 \hbar^3 c} \quad (2)$$

При этом c — скорость света в вакууме, $\hbar$ — постоянная Планка; m_e — масса электрона, μ_B — магнетон Бора, B — индукция внешнего магнитного поля. Выражение (2) для E_{Fe} справедливо при выполнении условий

$$\frac{n_p^2}{9F^2} + \frac{8}{3} m_e c^2 \mu_B B < \frac{1}{18} \left(96\mu_B m_e c^2 + 10 \frac{n_p^2}{F^2} - \sqrt{768\mu_B m_e c^2 \frac{n_p^2}{F^2} + 64 \frac{n_p^4}{F^4}} \right) < \frac{n_p^2}{9F^2} + \frac{16}{3} m_e c^2 \mu_B B \quad (3)$$

Опираясь на алгоритм, изложенный в [3, с. 20—23], для химического потенциала протонов в случае порога нейтронизации можно получить выражение

$$E_{Fp}(B) = m_p c^2 + \left(\left(4 + \frac{\pi^8 \hbar^{12} n_p^4}{4 m_p^6 \mu_N^6 B^6} \right) \frac{m_p^3 \mu_N^3 B^3}{2 \pi^4 \hbar^6 n_p^2} + 2 - \sigma_p \right) \mu_N B \quad (4)$$

При этом m_p — масса протона, μ_N — ядерный магнетон, $\sigma_p = 2,7928$. Выражение (4) для E_{Fp} справедливо при выполнении условий

$$\mu_N B (3 - \sigma_p) < E_{Fp}(B) - m_p c^2 < \mu_N B (5 - \sigma_p) \quad (5)$$

Следует отметить, что в (2) и (4) нет слагаемых, отвечающих за ядерное взаимодействие. Это связано с тем, что электроны в нем не участвуют, а протоны в отсутствие нейтронов (поскольку предмет исследования — порог нейтронизации) могут взаимодействовать только с протонами, но при полной спиновой поляризации (наличие которой предполагается в исследуемой модели) у любых двух протонов спины сонаправлены, а поскольку триплетная длина рассеяния тождественных нуклонов равна нулю в силу принципа Паули, будет равной нулю и соответствующая константа контактного взаимодействия. Слагаемое, отвечающее за ядерное взаимодействие, появляется в выражении для химического потенциала нейтронов (поскольку первый же образующийся нейтрон взаимодействует с окружающим его протонным газом), которое принимает вид:

$$E_{Fn}(B) = m_n c^2 - |\sigma_n| \mu_N B + g_{np}^{\uparrow\downarrow} n_p, \quad g_{np}^{\uparrow\downarrow} = \frac{\pi \hbar^2 (a_t + a_s)}{m_{np}^*} \quad (6)$$

При этом m_n — масса нейтрона, $a_t = 5,42 \cdot 10^{-13}$ см — триплетная длина рассеяния нейтрона на протоне (и наоборот), $a_s = -23,71 \cdot 10^{-13}$ см — синглетная длина рассеяния нейтрона на протоне (и наоборот) [15, с. 20], $\sigma_n = -1,9126$. Здесь также учтено, что у протона спин и собственный магнитный момент сонаправлены, а у нейтрона направлены противоположно. При наличии внешнего магнитного поля и полной спиновой поляризации протонов собственный магнитный момент образующегося нейтрона сонаправлен с собственным магнитным моментом любого протона (а это означает, что спин нейтрона направлен противоположно спину любого протона).

Подстановка правых частей (2), (4) и (6) в (1) приводит к уравнению, имеющему решения $n_p \sim 10^{30} - 10^{31} \text{ см}^{-3}$ при $B \sim 10^{14} \text{ Гс}$.

Заключение. Получено уравнение порога нейтронизации холодного водорода при наличии интенсивного внешнего магнитного поля в модели, в которой электроны находятся в состояниях с квантовыми числами $n=0$ и $s=-1/2$, $n=1$ и $s=-1/2$, $n=0$ и $s=+1/2$ (спиновая поляризация частичная), а протоны – в состояниях с квантовыми числами $n=0$ и $s=-1/2$, $n=1$ и $s=-1/2$ (спиновая поляризация полная, но без достижения квантового предела). В выражении для химического потенциала нейтронов учтена энергия ядерного взаимодействия с протонами. Полученное уравнение имеет решения $n_p \sim 10^{30}-10^{31} \text{ см}^{-3}$ при $B \sim 10^{14} \text{ Гс}$.

Список цитируемых источников

1. Саакян, Г. С. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс / Г. С. Саакян. — М. : Наука, 1972. — 344 с.
2. Шапиро, С. Л. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды: В 2-х ч. : пер. с англ. / С. Л. Шапиро, С. А. Тьюколски. — М. : Мир, 1985. — Ч. 1. — 256 с., ил.
3. Секерджицкий, В. С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях : монография / В. С. Секерджицкий ; Брест. гос. ун-т имени А. С. Пушкина. — Брест : Издательство БрГУ, 2008. — 198 с.
4. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А. М. Прохоров; редкол. Д. М. Алексеев [и др.]. — М. : Большая рос. энцикл., 1994. — Т. 4: Пойнтинга—Робертсона — Стримеры. — 704 с.
5. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. — М. : Энергоатомиздат, 1995. — 320 с.
6. Серый, А.И. Об эффектах ядерного псевдомagnetизма в вырожденной нуклонной среде / А.И. Серый // Веснік Брэскага ўніверсітэта. Серыя прыродазнаучных навук. — 2006. — № 2(26). — С. 33 — 43.
7. Серый, А.И. О некоторых поляризационных эффектах в астрофизической плазме. / А.И. Серый // Веснік Брэскага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». — 2014. — № 1. — С. 30 — 43.
8. Серый, А.И. О ферромагнетизме вырожденной нейтронно-протонной системы. / А.И. Серый // Веснік Брэскага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». — 2012. — № 1. — С. 30 — 37.
9. Серый, А.И. Об уравнении бета-равновесия электронно-нуклонной системы при высоких плотностях / А. И. Серый, А. П. Сулим // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов. Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23—24 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. — Брест : БрГУ, 2020. — 140 с. — С. 130—132.
10. Sery, A.I. ON THE REFINEMENT OF SOME RESULTS OF STUDIES OF A DEGENERATE ELECTRON-NUCLEON MEDIUM / A.I. Sery // Научное обозрение: актуальные вопросы теории и практики : сборник статей V Международной научно-практической конференции. — Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». — 2023. — 256 с. — С. 15—17.
11. Серый, А.И. К вопросу о нейтронизации электронно-нуклонного вещества с учетом поправок второго порядка по длинам нуклон-нуклонного рассеяния / А. И. Серый // Наука — практике : сб. материалов IV Междунар. науч.-практ. конф., Барановичи, 19 мая 2023 г. в 2 ч. / Барановичск. гос. ун-т ; редкол. : В. В. Климук [и др.]. — Барановичи : БарГУ, 2023. — Ч. 2. — 295 с. — С. 26—28.
12. Sery, A.I. ON THE INFLUENCE OF AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD ON A COLD ELECTRON-NUCLEON SUBSTANCE BETA-EQUILIBRIUM / A.I. Sery // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации : сб/ ст/ LXV Междунар/ науч/-практ/ конф. — Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». — 2023. — 378 с. — С. 17—20.
13. Серый, А.И. О нахождении порога нейтронизации крайне вырожденного водорода в квантующем магнитном поле при нахождении фермионов на нулевом уровне Ландау / А.И. Серый // СОВРЕМЕННАЯ НАУКА: АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ, ДОСТИЖЕНИЯ И ИННОВАЦИИ: сборник статей XXXVI Международной научно-практической конференции. — Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». — 2024. — 174 с. — С. 9—11.
14. Серый, А.И. О термодинамическом описании электронного газа в магнитном поле / А.И. Серый // Веснік Брэскага ўніверсітэта. Серыя 4 «Фізіка. Матэматыка». — 2023. — № 1. — С. 53—64.
15. Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский. — М. : Атомиздат, 1972. — 352 с.

УДК 510

А. А. Сиваева, Ю. Ф. Мирошникова

Учреждение образования «Барановичский государственный университет»,
Барановичи, Республика Беларусь

ФРАКТАЛЫ ЖЮЛИА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОСТОЯННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Введение. Актуальность данной темы обусловлена многообразием областей, в которых фракталы находят применение, включая науку, технику и искусство. Фрактальные структуры демонстрируют широкий спектр применений в математике, особенно в контексте моделирования природных явлений. Их использование в компьютерной графике позволяет создавать высокореалистичные изображения ландшафтов и других естественных форм за счет учета самоподобия и масштабируемости. Благодаря этим уникальным характеристикам, фракталы также пригодны для анализа сложных систем, включая биологические и геофизические процессы. Фрактальные методы находят свое применение в финансовой сфере, где они играют важную роль в анализе рыночных тенденций, цикличности и волатильности ценовых движений. Эти методы используются для анализа временных рядов цен на активы, такие как акции и валюты, что позволяет аналитикам принимать более обоснованные решения при инвестировании и управлении рисками. Более того, фрактальные подходы применяются для моделирования финансовых систем в целом, что способствует лучшему пониманию и прогнозированию рыночных трендов в различных сценариях.

Несмотря на значительный объем исследований, посвященных фракталам, они продолжают привлекать внимание ученых, что свидетельствует о потенциальной перспективности этой области. Важно отметить, что