

для квадрата ($a = b = 3$) имеем

$$\begin{aligned} \omega(x, y) = & \omega^2(x, y) (0,33331305 \cdot 10^{-1} + 0,79545864 \cdot 10^{-11} y + \\ & + 0,74786712 \cdot 10^{-2} x^2 - 0,13606327 \cdot 10^{-2} y^2 + 0,14181616 \cdot 10^{-11} x^2 y - \\ & - 0,36157361 \cdot 10^{-11} y^3), \end{aligned}$$

что хорошо согласуется с результатами, приведенными в монографии [6] найденными другим методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л. В., Крылов В. И., Приближенные методы высшего анализа. М., Физматгиз, 1962.
2. Рвачов В. Л., Про аналітичний опис деяких геометричних об'єктів, Зб. «Обчислительная математика і техніка», К., Вид. Ін-ту кібернетики АН УРСР, 1963.
3. Рвачев В. Л., Об аналитическом описании некоторых геометрических объектов. ДАН СССР, т. 153, № 4, 1963.
4. Рвачев В. Л., Шкляров Л. И., О применении метода Бубнова — Галерки к решению краевых задач для областей сложной формы, Дифференциальные уравнения. т. 1, № 11, 1965.
5. Рвачев В. Л., Ющенко Е. Л., О классе функций, удобных для аналитического описания геометрических объектов, Сб. «Кибернетика и техника вычислений», К., Изд-во «Наукова думка», 1964.
6. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С., Пластинки и оболочки. М., Физматгиз, 1966.

Поступила
20. X 1966 г.

Харьковский
институт радиоэлектроники

УДК 539.5

УТОЧНЕНИЕ КОНСТРУКТИВНО ОРТОТРОПНОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С МЕРИДИОНАЛЬНЫМИ РЕБРАМИ *

С. И. Волк

(Киев)

На основании изложенного в работе [3] подхода к задаче о напряженно-деформированном состоянии оболочек вращения с регулярно расположенными меридиональными ребрами при симметричных относительно ребер силовых и температурных воздействиях разработан такой метод их расчета, которому соответствует более точная по сравнению с конструктивно ортотропной расчетная схема.

При конструктивно ортотропной схеме усилия взаимодействия между ребрами и оболочкой распределяются равномерно по ее окружности, как показано на рис. 1, а, где q — любая из составляющих усилий взаимодействия; n — число ребер (для большей наглядности принято $n = 4$); $q = \frac{nq}{2\pi r}$. Такое распределение соответствует удержанию одного члена разложения усилий взаимодействия в ряд Фурье.

* Работа доложена на Конференции молодых исследователей Института механики АН УССР 20.VI 1967 г.

В предложенной расчетной схеме усилия взаимодействия передаются на оболочку по закону $q = \frac{nq}{\pi r} \left(\frac{1}{2} + \cos n\theta \right)$, соответствующему удержанию двух членов ряда Фурье (рис. 1, б). Это не просто формальное уточнение самих усилий взаимодействия. В пластинках и оболочках нагрузки, приложенные по линиям, не вызывают особенностей в местах их приложения, что характерно для пространственной задачи теории упругости; пе-

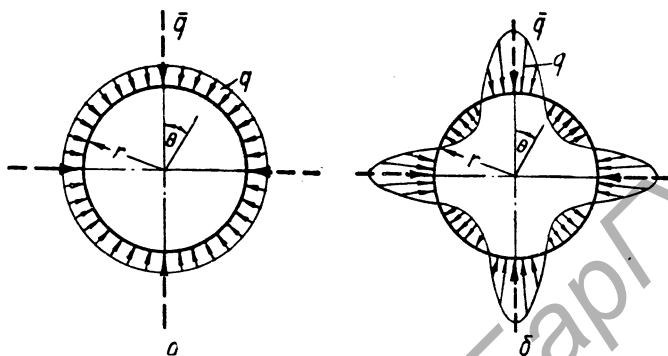


Рис. 1.

ремещения, напряжения и деформации являются плавными функциями окружной координаты даже у сечений под нагрузками и поэтому хорошо описываются первыми членами ряда Фурье. В работе [1] показано, что основной вклад в напряженно-деформированное состояние оболочки вносят два первых члена разложения.

Указанные соображения позволяют ожидать, что метод расчета ребренных оболочек, основанный на предложенной здесь схеме, позволит во многих случаях существенно уточнить результаты, полученные по теории конструктивно ортотропных оболочек. Отметим, что удержанием большего числа членов ($k = 0, 1, 2, \dots, \infty$) можно достичь более точного результата, однако это сопряжено с большими математическими трудностями, поскольку повышается порядок системы дифференциальных уравнений, определяемый формулой $p = 8m + 6$.

Для расчета ребренных оболочек вращения предполагается использовать электронно-цифровые вычислительные машины. Проверка предложенного метода производилась на примере усеченной конической оболочки постоянной толщины, представленной на рис. 2, а, где X — ось вращения оболочки.

С этой целью были составлены программы счета для БЭСМ-2М по уточненной и конструктивно ортотропной схемам. Для решения дифференциальных уравнений соответственно 14-го и 6-го порядков применен метод Рунге—Кутты с дискретным ортонормированием согласно работе [2], на основании которого составлена стандартная подпрограмма.

Рассматриваемая оболочка подкреплена с внешней стороны ребрами постоянного прямоугольного сечения. Вычисления проведены для четырех вариантов оболочки с числом подкреплений $n = 6; 9; 12; 24$. Размеры оболочки и ребер в сантиметрах приняты такими: $l_1 = 7,5; l_2 = 25; h = 1; H = 4,8; \delta = 2, 4/3, 1, 1/2$ (соответственно при $n = 6, 9, 12, 24$); $\alpha = \frac{4}{9} \pi$.

Модуль упругости материала оболочки и ребер $E = \text{const}$; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Оболочка жестко закреплена по контуру $l = l_1$ и на-

гружена вдоль края $l = l_2$ распределенной нагрузкой p^* . Напряженно-деформированное состояние изучалось при двух вариантах распределения нагрузки, показанных на развертках торцевого сечения оболочки (рис. 2, б, в)

$$p^* = p_0^*; \quad p^* = p_0^* + p_1^* \cos n\theta,$$

где

$$p_0^* = \frac{1}{2\pi r_2} P; \quad p_1^* = \frac{1}{\pi r_2} P;$$

P — равнодействующая осевая сила.

Второй вариант нагружения получается при разложении в ряд Фурье сосредоточенных сил $\frac{1}{n} P$, приложенных на контуре оболочки $l = l_2$ в местах сопряжения с ребрами, при удержании двух членов разложения.

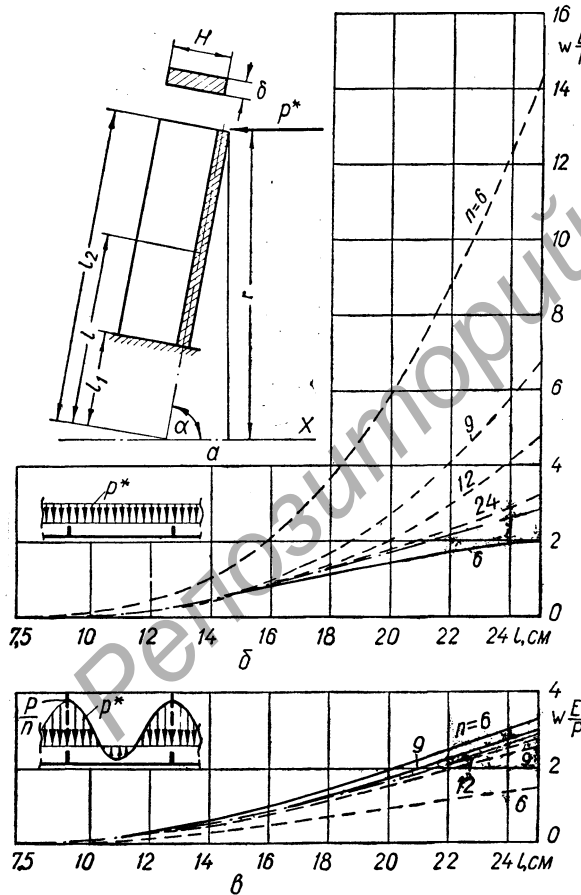


Рис. 2.

Рассматриваемые варианты оболочек, отличающиеся числом подкреплений и характером нагружения, имеют одну и ту же конструктивно ортотропную схему. В результате расчета определены все компоненты напряженно-деформированного состояния оболочки и ребер: перемещения, усилия и напряжения. На рис. 2, б приведены для случая равномерной контурной нагрузки p^* нормальные перемещения оболочки в плоскости ребер (сплошные линии) и в биссекторной плоскости между ребрами (штриховые линии) при различных значениях n . Отсюда видно, что в плоскости ребер перемещения хорошо согласуются с результатами, полученными по теории конструктивно ортотропных оболочек (штрих-пунктирные линии), начиная с $n = 9$, в масштабе рисунка совпадают с ними; в то же время перемещения в биссекторной плоскости при различных

n могут отличаться весьма существенно. Это объясняется как принятой в расчете большой жесткостью ребер, так и характером заданной нагрузки. Те же результаты (рис. 2, в) при втором варианте нагружения, полученные по двум методам, отличаются менее существенно.

Следует отметить, что метод, основанный на использовании конструктивно ортотропной схемы, в силу своей простоты находит широкое приме-

нение в инженерных расчетах. Однако до настоящего времени отсутствуют работы, в которых был бы всесторонне исследован вопрос о точности метода и пределах его применимости, которые зависят от совокупности геометрических факторов и характера распределения внешних воздействий. При использовании предложенной уточненной схемы в общем случае так же остается неисследованным вопрос, насколько она приближает результат к точному решению («точному» в рамках классической теории оболочек и стержней). Можно ожидать, что уточнение тем существеннее, чем меньше число ребер и больше их жесткость.

Сравнение результатов, полученных на основании двух рассмотренных подходов, может служить для установления пригодности метода конструктивно ортотропных оболочек. Такое сравнение в какой-то мере является оценкой достаточности уточненного метода. Количественную оценку уточнения можно определить при удержании трех членов разложений усилий взаимодействия, что требует решения системы 22-го порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волк С. И., Упругие конические оболочки, нагруженные по образующим и в точках контурных окружностей, Прикладная механика, т. I, в. 11, 1965.
2. Годунов С. К., О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, Успехи матем. наук, т. XVI, в. 3, 1961.
3. Ільїн Л. О., Диференціальні рівняння пружної рівноваги оболонок обертання з меридіональними ребрами при силових і температурних навантаженнях, Прикладна механіка, т. X, в. 3, 1964.

Поступила
28.VII 1967 г.

Институт механики
АН УССР

УДК 539.3

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ МЕЖДУ ОТВЕРСТИЯМИ В БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНКЕ

В. Т. Головчан

(Киев)

В работе* излагается решение задачи о концентрации динамических напряжений в бесконечной пластинке с двумя одинаковыми круговыми отверстиями, к контурам которых приложено равномерное гармоническое давление. Приведены графики и таблицы для напряжений в двух точках линии, проходящей через центры отверстий в зависимости от безразмерного волнового числа $\alpha = \frac{2\pi R}{L}$ и расстояния между центрами O_1O_2 . Эти графики наглядно иллюстрируют особенности данной задачи по сравнению с соответствующей статической задачей. Наличие двух отражающих контуров приводит к значительному усложнению дифракционного поля, в результате чего появляются некоторые весьма существенные новые явления.

В данной статье помещены наиболее характерные распределения напряжений на перемычке для некоторых значений безразмерного расстояния

* В. Т. Головчан, О концентрации динамических напряжений в пластинке с двумя круговыми отверстиями, Прикладная механика, т. III, в. 11, 1967.