

Немаловажной составляющей учебного процесса является и манера поведения самого преподавателя, его интонация, мимика, жесты. При общении со студентом желательно поддерживать с ним зрительный контакт, тем самым давая понять, что его вопрос или ответ важен для вас, это будет повышать уверенность студента в себе, его мотивацию и желание изучать предмет. Преподаватель должен быть доброжелателен, воспитан и тактичен. Современные студенты — это не те, для кого преподаватель обладает непререкаемым авторитетом и авторитарной манерой общения от них мало чего можно добиться. Если преподаватель жестко всё и всех контролирует, подавляя любую инициативу со стороны студентов, навязывая свое решение той или иной задачи, то ни о каком эффективном обучении речи не идет. Они просто научатся выполнять работу по образцу вместо того, чтобы учиться самостоятельности. А ведь главная задача обучения — это развитие способности мыслить, думать, анализировать, не бояться новых задач и их нестандартных решений. Возможно, в самом начале работы с группой нужно проявить некоторую категоричность, строгость и принципиальность для того, чтобы в будущем не возникло проблем с дисциплиной и выполнением требований преподавателя. Студенты очень тонко чувствуют, что и с кем они могут себе позволить. Снисходительность и терпимость со стороны преподавателя зачастую воспринимается как его слабость или равнодушие и это самым негативным образом сказывается на эффективности учебного процесса. Постепенно поведение можно смягчать и переходить к более демократичному стилю общения, выстраивая отношения со студентами как с равными, при этом сохраняя определенную дистанцию.

Поведение преподавателя также во многом зависит от его внутренних мотивов. Рассмотрим некоторые из них. Во-первых, определяющим фактором может быть честолюбие, когда человек не столько любит свою профессию, сколько рассматривает ее как средство достижения своих личных целей: построение успешной карьеры, получение признания коллег или повышение зарплаты. Такому педагогу мало интересно, что и как происходит с его студентами, он попросту их не видит. К этой же категории безличной педагогики можно отнести и преподавателей, заикленных на своем предмете (как правило, это научные сотрудники), которые считают его самым важным и необходимым, и при этом самым сложным. Обычно это приводит к тому, что сильный предметник не может передать свои знания и любовь к науке студентам. Также в этом случае студенты обычно имеют достаточно низкие оценки, причем независимо от своих знаний. Оптимальным же является вариант, при котором любовь к профессии включает в себя и любовь к преподаваемому предмету, и любовь к студентам. Такой преподаватель основной целью своей деятельности ставит раскрытие способностей своих студентов, реализацию их потенциала; при этом каждого из них считая равноправным участником учебного процесса. Задача любого педагога не только учить своему предмету, но и воспитывать разносторонне развитую гармоничную личность.

**Заключение.** Первые знания по психологии будущий преподаватель получает в университете, например в рамках предмета «Психология высшей школы» (такой курс читался нам во время обучения в аспирантуре). Однако на практике часто приходится сталкиваться с ситуациями, которые в учебниках не описаны и многие непростые проблемы приходится решать интуитивно, опираясь на свой жизненный опыт. И если методы преподавания можно скопировать и перенять у кого-то из коллег, то психологическую составляющую учебного процесса приходится осваивать самому. Может поэтому эффективность обучения у нас не так высока, как бы этого хотелось. Преподаватель не всегда знает и понимает, как заинтересовать студента и как воздействовать на него. В такой ситуации проще всего решить для себя, что это меня не касается, ведь я должна обучать его конкретному предмету, а не разбираться, что и почему с ним происходит. А ведь если научиться понимать студента — насколько легче станет работать! К тому же сейчас, в том числе благодаря и интернету, нам доступна не только всевозможная литература по психологии, но и разнообразные видеокурсы, так что каждый может найти что-то подходящее именно ему. Несомненно, высококлассный преподаватель должен быть и хорошим тонким психологом.

УДК 514.765

Ю. В. Сергеева, В. А. Серпухов

*Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь*

## КАНОНИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ КЛАССИЧЕСКОГО ТИПА НА ОДНОРОДНЫХ Ф-ПРОСТРАНСТВАХ МАЛЫХ ПОРЯДКОВ

**Введение.** В современной математике и многих её приложениях одним из фундаментальных понятий является понятие гладкого многообразия. Особую роль играют многообразия, на которых транзитивно действует группа Ли, т. е. однородные многообразия (пространства).

В дифференциальной геометрии важен класс редуцированных однородных пространств. В этот класс входят так называемые однородные Ф-пространства, т. е. однородные пространства, порождаемые автоморфизмами группы Ли.

Целью работы является рассмотрение одного из однородных многообразий, которое может быть порождено разными автоморфизмами транзитивно действующей группы и по разным автоморфизмам указать действие канонических структур для  $\Phi$  пространств порядков 3, 4.

**Основная часть.** Обозначим  $A(\theta)$  — множество всех канонических аффинорных структур на  $G/H$ .

*Теорема [1].* Множество  $A(\theta)$  является коммутативной подалгеброй в алгебре  $A$  — всех инвариантных структур. Более того,  $\dim A(\theta) = \deg v \leq \dim G/H$ , где  $v$  — минимальный многочлен оператора  $\theta$ .

Если  $M$  — гладкое многообразие,  $F$  — аффинорная структура, тогда вводятся следующие типы структур (структуры классического типа):

1. Структура почти произведения  $P: P^2 = id$ .
2. Почти комплексная структура  $J: J^2 = -id$ .
3.  $f$ -структура (в смысле К. Яно)  $f: f^3 + f = 0$ .
4.  $f$ -структура гиперболического типа  $f_h: f_h^3 - f_h = 0$ .

(1) Однородные  $\Phi$ -пространства порядка 3 [1]. Рассмотрим автоморфизм  $\Phi^3 = id \Rightarrow \theta^3 = id$ . Имеем максимальный спектр:  $spec\theta = \{\varepsilon, \varepsilon^2\}$ , где  $\varepsilon = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \varepsilon^2 = \overline{\varepsilon} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Рас-

смотрим уравнение:  $\theta^3 = 1; \quad \theta^3 - 1 \Leftrightarrow (\theta - 1)(\theta^2 + \theta + 1) = 0.$   $\Leftrightarrow$  получаем линейный многочлен следующего вида:

$\theta^2 + \theta + 1 = 0$ . Используем следующие теоремы.

*Теорема 1<sup>0</sup> [1].* Пусть  $G/H$  однородное  $\Phi$ -пространство порядка  $n$ . Все канонические структуры почти произведения  $P$  на  $G/H$  могут быть заданы операторами:  $P_0(\theta) = \sum_{m=0}^{n-1} a_m \theta^m$ , где:

- 1) если  $n = 2k + 1$ , то  $a_n = a_{n-m} = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^k \xi_j \cos \frac{2\pi m j}{n}$ ;
- 2) если  $n = 2k$ , то  $a_n = a_{n-m} = \frac{1}{n} \left( 2 \sum_{j=1}^{k-1} \xi_j \cos \frac{2\pi m j}{n} + (-1)^m \xi_k \right)$ ; здесь  $\xi_j \in \{-1, 1\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ .

Аналогично из следующих теорем получаем формулы для нахождения почти комплексной структуры  $J, f$ -структуры.

Введём обозначения:  $u = \begin{cases} k, & \text{если } n = 2k + 1, \\ k - 1, & \text{если } n = 2k. \end{cases}$

*Теорема 2 [1].* Пусть  $\theta$  — линейный оператор порядка  $n$  ( $n \geq 3$ ) в вещественном векторном пространстве, причём спектр оператора  $\theta$  не содержит собственного значения 1, т.е.  $1 \notin spec\theta$ . Уравнение  $x^2 = -1$  имеет решение в кольце операторов  $R[\theta]$  тогда и только тогда, когда  $1 \notin spec\theta$  (все собственные значения чисто мнимые). При этом все решения уравнения  $x^2 = -1$  в кольце  $R[\theta]$  могут быть заданы полиномами:

$$\omega(\theta) = \frac{2}{n} \sum_{m=1}^u \left( \sum_{j=1}^u \xi_j \sin \frac{2\pi m j}{n} \right) (\theta^m - \theta^{n-m}), \text{ где } \xi_j \in \{-1, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, u.$$

*Теорема 3 [1].* Пусть  $\theta$  — линейный оператор порядка  $n$  ( $n \geq 3$ ) в вещественном векторном пространстве, причём  $1 \notin spec\theta$ . Все нетривиальные решения уравнения  $x^3 + x = 0$  в кольце  $R[\theta]$  могут быть

заданы полиномами:  $\omega(\theta) = \frac{2}{n} \sum_{m=1}^u \left( \sum_{j=1}^u \xi_j \sin \frac{2\pi m j}{n} \right) (\theta^m - \theta^{n-m})$ , где  $\xi_j \in \{-1, 1\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, u$ , причём среди

$\xi_j$  есть отличные от нуля.

Таким образом, для однородного  $\Phi$ -пространства получаем следующие теоремы.

*Теорема 2<sup>0</sup> [1].* Пусть  $G/H$  однородное  $\Phi$ -пространство порядка  $n$  ( $n \geq 3$ ), причём  $1 \notin spec\theta$ . Все канонические почти комплексные структуры  $J$  на  $G/H$  могут быть заданы операторами:

$$J_0 = \frac{2}{n} \sum_{m=1}^u \left( \sum_{j=1}^u \xi_j \sin \frac{2\pi m j}{n} \right) (\theta^m - \theta^{n-m}), \text{ где } \xi_j \in \{-1, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, u.$$

Теорема 3<sup>0</sup> [1]. Пусть  $G / H$  однородное  $\Phi$ -пространство порядка  $n$  ( $n \geq 3$ ). Все канонические

$f$ -структуры на  $G / H$  могут быть заданы полиномами:  $f_0 = \frac{2}{n} \sum_{m=1}^u \left( \sum_{j=1}^u \xi_j \sin \frac{2\pi mj}{n} \right) (\theta^m - \theta^{n-m})$ . По Т.1<sup>0</sup>:

$$P^0 = a_0 \cdot 1 + a_1 \cdot \theta + a_2 \cdot \theta^2, k=1, \xi_1 = 1.$$

$$m=0: \quad m=1:$$

$$\text{При } a_0 = a_3 = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \cos 0 = \frac{2}{3}; \quad a_1 = a_2 = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Следовательно, } P_0 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\theta - \frac{1}{3}\theta^2 = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\theta - \frac{1}{3}\theta^2 = 1 - \frac{1}{3} \underbrace{(1 + \theta + \theta^2)}_{=0} = 1.$$

Получается, что структура почти произведения тривиальна.

$$\text{При } \xi_1 = 1 \Rightarrow J_0 = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} \cdot (\theta - \theta^2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\theta - \theta^2) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\theta - \theta^2); \quad \xi_1 = -1 \Rightarrow J_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\theta - \theta^2).$$

Вывод: [2] среди всех структур классического типа на однородном  $\Phi$ -пространстве порядка 3 существует единственная (с точностью до знака) каноническая структура классического типа. Это каноническая почти комплексная структура  $J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\theta - \theta^2)$ .

(2) Однородные  $\Phi$ -пространства порядка 4 [1].

Рассмотрим автоморфизм  $\Phi^4 = id \Rightarrow \theta^4 = 1$ . Спектр  $\text{spec} \theta = \{\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3\} = \{i, -1, -i\}$ . Поиск нетривиальных канонических структур  $P$  приводит к набору  $\xi_1 = 1, \xi_2 = -1$ . Тогда по Т.1<sup>0</sup>, с учётом тождества  $\theta^3 + \theta^2 + \theta + 1 = 0$ , имеем:  $P_0 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\theta - \frac{3}{4}\theta^2 + \frac{1}{4}\theta^3 = -\theta^2$ .

Набор  $\xi_1 = -1, \xi_2 = 1$  даёт изменение знака, а все другие наборы приводят к тривиальному результату.

Канонических структур  $J$  в этом случае нет, а поиск канонических  $f$ -структур даёт единственную (с точностью до знака) возможность  $\xi_1 = 1$ . Отсюда по Т.3<sup>0</sup> имеем:  $f_0 = \frac{1}{2} (\theta - \theta^3)$ .

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема [3]. На однородном  $\Phi^3$ -пространстве порядка 4 имеется единственная (с точностью до знака) структура почти произведения  $P_0 = \theta^2$ . Единственная (с точностью до знака) каноническая структура

классического типа:  $f_0 = \frac{1}{2} (\theta - \theta^3)$ ; единственные (с точностью до знака) канонические  $f$ -структуры

$$f_1^h = P_0 = \theta^2;$$

гиперболического типа:  $f_2^h = \frac{1}{2} (1 - \theta^2);$

$$f_3^h = \frac{1}{2} (1 + \theta^2).$$

Кроме того, следующие условия эквивалентны:

- 1)  $-1 \notin \text{spec} \theta$ ;
- 2) структура  $P_0$  тривиальна ( $P_0 = -1$ );
- 3) структура  $f_2^h$  тривиальна ( $f_2^h = 1$ );
- 4) структура  $f_3^h$  — нулевая.

Рассмотрим однородное многообразие  $M = SU(3)/T^2$ . Рассмотрим действие структур классического типа для  $\Phi$ -пространств порядков 3, 4.

Пусть группа Ли  $G = SU(3) = \{A \in U(3) \mid \det A = 1\}$ , где  $U(3) = \left\{ A \in GL(n, C) \mid \bar{A}^t = A^{-1} \Leftrightarrow A^t \bar{A} = E \right\}$ .

Пусть автоморфизм группы Ли, действующий по следующему правилу:  $\Phi(g) = sgs^{-1}$ , где  $g \in G$ , задаётся матрицей  $s = \text{diag}(1, \varepsilon, \bar{\varepsilon})$ , где  $\varepsilon$  — первообразный корень из единицы степени  $n$ .

Пусть порядок автоморфизма равен 3, т. е.  $\Phi^3 = id \Rightarrow \theta^3 = id$ . Следовательно, в матрице  $s = \text{diag}(1, \varepsilon, \bar{\varepsilon})$ ,  $\varepsilon$  — первообразный корень из единицы степени 3.

Найдём действие оператора  $\theta = \varphi|_{\mathfrak{m}}$ , значит  $\varphi : \mathfrak{m} \rightarrow \mathfrak{m}$ ,  $m \rightarrow sms^{-1}$ , где

$$\mathfrak{m} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & m_1 & m_3 \\ -\bar{m}_1 & 0 & m_2 \\ -\bar{m}_3 & -\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix} \mid m_i \in \mathbb{C} \right\}.$$

Таким образом, вычислив, получаем следующее действие оператора  $\theta$ :

$$\theta : \begin{pmatrix} 0 & m_1 & m_3 \\ -\bar{m}_1 & 0 & m_2 \\ -\bar{m}_3 & -\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \bar{\varepsilon}m_1 & \varepsilon m_3 \\ -\varepsilon\bar{m}_1 & 0 & \bar{\varepsilon}m_2 \\ -\varepsilon\bar{m}_3 & -\varepsilon\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теперь вычислим действие оператора  $\theta^2$ , действующего по правилу:  $m \rightarrow s^2 m (s^{-1})^2$ , итак, имеем:

$$\theta^2 : \begin{pmatrix} 0 & m_1 & m_3 \\ -\bar{m}_1 & 0 & m_2 \\ -\bar{m}_3 & -\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \bar{\varepsilon}m_1 & \bar{\varepsilon}m_3 \\ -\varepsilon\bar{m}_1 & 0 & \varepsilon m_2 \\ -\varepsilon\bar{m}_3 & -\varepsilon\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Подставив  $\theta$  и  $\theta^2$  в формулу  $J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta - \theta^2)$ , получим действие структуры  $J_0$ :

Тогда каноническая структура  $J_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta - \theta^2)$  действует следующим образом:

$$J_0 : (m_1, m_2, m_3) \rightarrow (-im_1, -im_2, im_3) \text{ где } J_0 : \begin{pmatrix} 0 & m_1 & m_3 \\ -\bar{m}_1 & 0 & m_2 \\ -\bar{m}_3 & -\bar{m}_2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -im_1 & im_3 \\ -im_1 & 0 & -im_2 \\ -im_3 & -im_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пусть теперь порядок равен 4. Матрица автоморфизма следующая:  $s = \text{diag}(1, \eta, \bar{\eta})$ , где  $\eta$  — первообразный корень из единицы степени 4.

Аналогично порядку 3 вычислив действие структур  $\theta$ ,  $\theta^2$  и  $\theta^3$ , находим действия структур  $P_0$  и  $f_0$ .

Таким образом, имеем:  $P_0 : (m_1, m_2, m_3) \rightarrow (-m_1, m_2, -m_3)$ ;  $f_0 : (m_1, m_2, m_3) \rightarrow (-im_1, 0, im_3)$ .

**Заключение.** В заключении, отметим, что к настоящему времени получена значительная информация об однородных  $\Phi$ -пространствах малых порядков, а также серия общих фактов об однородных  $\Phi$ -пространствах произвольного порядка  $k$  и их связи с обобщённой эрмитовой геометрией.

#### Список цитируемых источников

1. Балащенко, В. В. Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных  $\Phi$ -пространствах. / В. В. Балащенко, Н. Ю. Степанов // Математ. сб. — 1995. — Т. 186, № 11. — С. 3—34.
2. Балащенко, В. В. Канонические  $f$ -структуры гиперболического типа на регулярных  $\Phi$ -пространствах / В. В. Балащенко // Успехи математ. наук. — 1998. — Т. 59, № 4. — С. 213—214.
3. Степанов, Н. А. Однородные 3-циклические пространства / Н. А. Степанов // Изв. вузов. Математика. — 1967. — № 12. — С. 65—74.

УДК 004.891

Е. В. Соловей, В. И. Вычикова

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

## ЭКСПЕРТНЫЕ СИСТЕМЫ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИНЖЕНЕРА

**Введение.** Экспертные системы (далее — ЭС) появились как немаловажный практический результат в использовании и развитии методов искусственного интеллекта — совокупности научных предметов, осваивающих методы решения задач умственного и/или созидательного характера с применением ЭВМ.