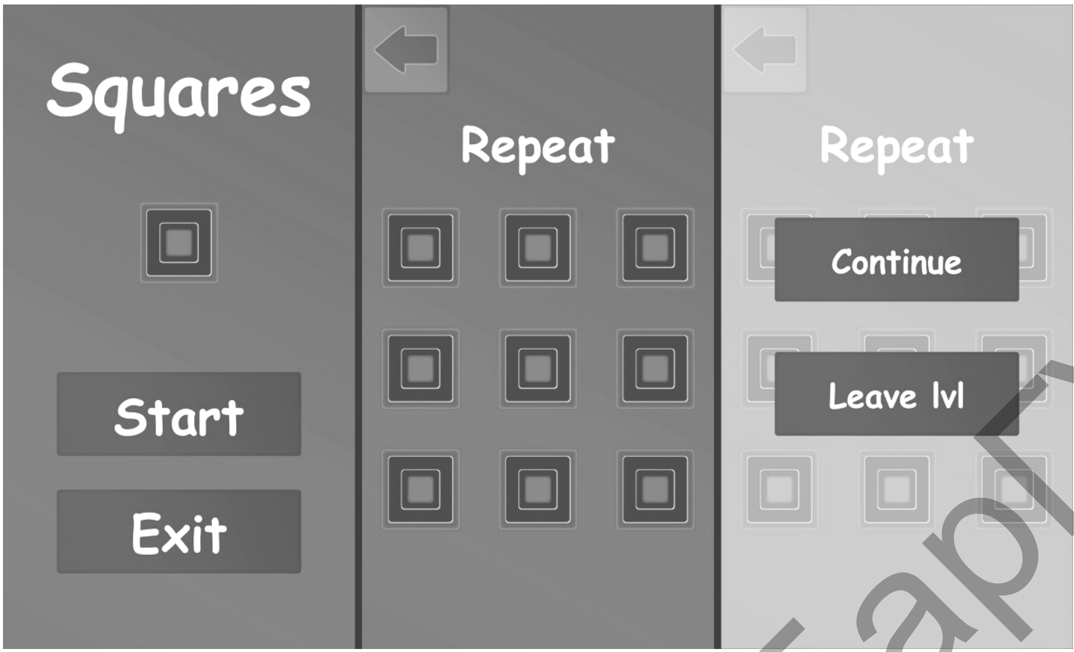


Рисунок 2 — Интерфейс приложения “SQUARES”

Для изучения движка Unity была разработана игра “SQUARES”, которая служит примером создания игровых объектов без физики, но с проработанной анимацией и логическими операциями над ними. Unity позволяет использовать импортируемую графику, благодаря этому приложения выглядят намного красивее, чем в движках-аналогах. Разработка программы начинается с создания сцены главного меню, дальше создаётся сцена выбора уровней, впоследствии — сцена самого уровня. Первое, что нуждается в настройке, — это Canvas, который служит как границы экрана, т. е. то, что мы видим, вся остальная сцена скрыта от нашего глаза. Далее идет создание заднего фона с помощью объекта Image. Последующее действие самое важное — создание игровых объектов (GameObject), которые используются для анимации. Анимация активируется с помощью кнопок, которые позволяют активировать функции, прописанные в скриптах. Чтобы программа выполняла определенные действия, требуется написать скрипты, которые позже прикрепляются к игровым объектам. Готовое приложение представлено на рисунке 2.

Заключение. Разработанное приложение полностью выполняет поставленные цели. Возможности Unity позволяют создавать разноплановые проекты, необходимые пользователю. Приложение имеет красивый и удобный интерфейс, плавный и интересный геймплей. В ходе разработки отлажены все ошибки и недоработки программы.

Список цитируемых источников

1. *Хокинг, Дж.* Unity в действии / Дж. Хокинг ; пер. с англ. И. Рузмайкиной. — СПб. : Питер, 2018. — 336 с.

УДК 004.94

О. И. Наранович[1], кандидат физико-математических наук, доцент,
Т. Р. Якубович[1], кандидат физико-математических наук, доцент, **Н. И. Шляго[1], И. В. Онюшева[2]**
[1]Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи
[2]PhD, профессор РАМ, РАЕ
Stamford International University, Бангкок, Таиланд

АНАЛИЗ МОДЕЛИ НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПРИ РЕШЕНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ

Введение. Активное использование информационных технологий при решении производственных задач позволяет исследователям успешно создавать математические и компьютерные модели производственных процессов. Для решения подобных задач широко используют специализированные и интегрированные компьютерные пакеты (MathCad, MatLab, MS Excel и др.). Получаемые численные результаты решения задач, как правило, требуют проверки точности решения и адекватности модели, её устойчивости к изменению входных параметров.

Для обоснования достоверности получаемых результатов моделирования большое значение имеет проверка устойчивости модели. В теории моделирования под устойчивостью модели понимают ее способность сохранять адекватность при исследовании эффективности системы на всем возможном диапазоне рабочей нагрузки, а также при внесении изменений в конфигурацию системы [1].

Проверяя устойчивость модели, разработчик использует различные способы, методы, тесты, здравый смысл и собственный опыт. Часто используют сравнение результатов моделирования и результатов измерений в системе после внесения некоторых изменений. Если результаты моделирования приемлемы, уверенность в устойчивости модели возрастает.

Очевидно, что устойчивость является положительным свойством модели. Однако если изменение входных воздействий или параметров модели (в некотором заданном диапазоне) не отражается на значениях выходных параметров, то переходят к решению задачи оценивания чувствительности модели к изменению параметров рабочей нагрузки и внутренних параметров самой системы [1].

Такую оценку проводят по каждому параметру модели в отдельности. Основана она на том, что обычно диапазон возможных изменений параметра известен. Данные, полученные при оценке чувствительности модели, могут быть использованы, в частности, при планировании экспериментов: большее внимание должно уделяться тем параметрам, по которым модель является более чувствительной [2].

В задачах оптимизации в качестве исходных данных (параметров модели) задаются коэффициенты целевой функции и ограничений, от которых зависит оптимальное решение. На практике значения этих коэффициентов редко получают с необходимой точностью. Любое изменение в исходных данных меняет условия задачи, что в свою очередь может изменить найденное оптимальное решение. Анализ чувствительности позволяет оценить влияние изменений этих параметров на оптимальное решение. Если обнаруживается, что оптимальное решение можно серьезно улучшить за счет небольших изменений заданных параметров, то целесообразно провести эти изменения.

Целью работы является проведение анализа модели на чувствительность производственной задачи распределения ресурсов.

Основная часть. Рассмотрим задачу о перевозке пассажиров. Авиакомпания должна перевезти 700 человек, используя два типа самолетов. Самолет первого типа перевозит 30 пассажиров и имеет экипаж 3 человека, второго типа — 65 пассажиров и экипаж 5 человек. Эксплуатация одного самолета первого типа обойдется 5 000 дол. США, а второго — 9 000 дол. США. Сколько необходимо задействовать самолетов каждого типа, если для формирования экипажей имеется не более 60 человек?

Запасы и расход сырья для перевозки пассажиров, а также расходы на перевозку пассажиров представим в виде формализованной математической модели.

Обозначим x_i — количество самолетов *i*-го типа. Затраты, понесенные авиакомпанией на перевозку пассажиров, рассчитаем с помощью целевой функции

$$F\left(x_1, x_2\right) = 5\,000x_1 + 9\,000x_2 \rightarrow \min$$

при следующих условиях-ограничениях:

$$\begin{cases} 30x_1 + 65x_2 \geq 700, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Так как математическая модель представлена линейной целевой функцией и линейными неравенствами, ограничениями в качестве метода решения выберем симплекс-метод [3], который позволяет получить решение линейной оптимизационной задачи за небольшое количество итераций и не требователен к аппаратным ресурсам ПЭВМ.

На рисунке 1 представлено решение задачи в графическом и числовом виде средствами встроенных функций пакета MathCad 14.0 и надстройки «Поиск решения» электронного процессора MS Excel 2010. Найденное решение задачи позволяет сделать вывод, что самолёты первого типа задействованы не будут, самолётов второго типа нам необходимо задействовать 11 единиц. Для получения наиболее дешёвой перевозки заданного количества людей потребуется 99 000 дол. США.

Неизбежное колебание значений таких параметров, как цены на продукцию и сырье, запасы сырья, спрос на рынке и т. д., может привести к неоптимальности или непригодности полученного ранее решения. Для учета подобных ситуаций проводится анализ чувствительности, т. е. анализ того, как возможные изменения параметров исходной модели повлияют на полученное ранее оптимальное решение задачи [4].

$\text{ORIGIN} := 1$

$f(x) := 5000 \cdot x_1 + 9000 \cdot x_2 \quad \text{min}$

$x_1 := 0 \qquad x_2 := 0$

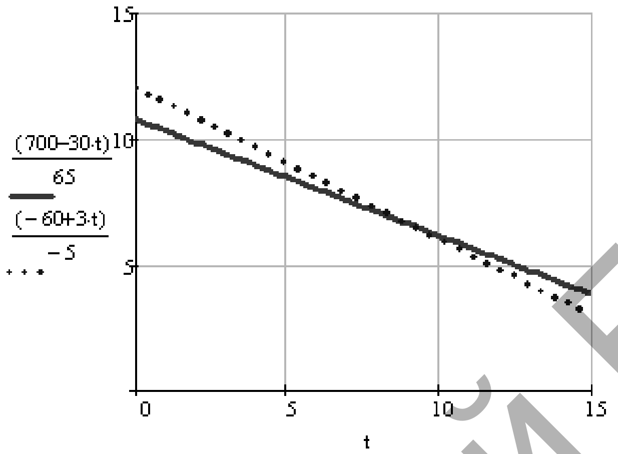
Given

$$M := \begin{pmatrix} 30 & 65 \\ -3 & -5 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad v := \begin{pmatrix} 700 \\ -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$M \cdot x \geq v \qquad x \geq 0$

$$\text{Minimize}(f, x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 10.769 \end{pmatrix}$$

$x_1 := 0 \; x_2 := 11 \; f(x) = 9.9 \times 10^4$



Исходные данные и результаты				
Самолет 1	x1	0		
Самолет 2	x2	11		
Затраты	F(x1,x2)	99000		
	Ограничения			
Пассажиры	715	>=	700	
Пилоты	55	<=	60	
Самолет 1	0	>=	0	
Самолет 2	11	>=	0	

Рисунок 1 — Решение оптимизационной задачи средствами MathCad и MS Excel

Для решения задач анализа чувствительности ограничения линейной модели классифицируются следующим образом. Связывающие ограничения проходят через оптимальную точку. Несвязывающие ограничения не проходят через оптимальную точку. Аналогично ресурс, представляемый связывающим ограничением, называют дефицитным, а ресурс, представляемый несвязывающим ограничением, — недефицитным. Ограничение называют избыточным в том случае, если его исключение не влияет на область допустимых решений и, следовательно, на оптимальное решение. Выделяют следующие три задачи анализа на чувствительность: *анализ изменения коэффициентов целевой функции*; *анализ сокращения или увеличения ресурсов*, т. е. на сколько можно увеличить (ограничения типа ≤) или уменьшить (ограничения типа ≥) запас дефицитного ресурса для улучшения оптимального значения целевой функции или на сколько можно уменьшить (ограничения типа ≤) или увеличить (ограничения типа ≥) запас недефицитного ресурса при сохранении оптимального значения целевой функции; *увеличение (уменьшение) запаса какого из ресурсов наиболее выгодно* [5].

Целевая функция достигает своего оптимума в точке (рисунок 1), образованной пересечением следующих прямых: $\left(30x_1 + 65x_2 = 715\right)$ и $\left(3x_1 + 5x_2 = 55\right)$.

Проведем анализ изменения коэффициентов целевой функции. Для этого определим интервалы изменения коэффициентов c_1 и c_2 при неизвестных в целевой функции при условии, что текущее оптимальное решение сохраняется. Необходимо определить интервал оптимальности для отношения c_1 / c_2 (или c_2 / c_1). Если значение отношения c_1 / c_2 не выходит за пределы этого интервала, то оптимальное решение в данной модели сохраняется неизменным [6].

Алгебраически это можно записать следующим образом:

$$\frac{5}{3} \le \frac{c_2}{c_1} \le \frac{65}{30}, \text{ при } c_1 \ne 0 \text{ или } \frac{30}{65} \le \frac{c_1}{c_2} \le \frac{3}{5}, \text{ при } c_2 \ne 0.$$

Получаем две системы неравенств, определяющих интервал оптимальности:

$$\text{при } c_2 = 9\,000 \quad \frac{30}{65} \le \frac{c_1}{9\,000} \le \frac{3}{5} \quad \text{или } 4\,154 \le c_1 = 5\,400,$$

$$\text{при } c_1 = 5\,000 \quad \frac{5}{3} \le \frac{c_2}{5\,000} \le \frac{65}{30} \quad \text{или } 8\,333 \le c_2 = 10\,833.$$

Можно сделать вывод, что коэффициенты при x_i в целевой функции могут варьироваться от 4 154 до 5 400 при x_1 и от 8 333 до 10 833 при x_2.

Также с помощью сервиса MS Excel «Поиск решения» можно произвести анализ чувствительности, но не для целочисленных переменных. Исходя из отчета об устойчивости (рисунок 2), можно сделать следующие выводы. В столбце «Окончательное значение» находится оптимальный план задачи. В данном случае, чтобы получить минимальные затраты в размере 99 000 дол. США, авиакомпания может задействовать 11 самолетов второго типа.

В столбцах «Допустимое увеличение» и «Допустимое уменьшение» при ячейках переменных находятся значения, показывающие, насколько можно увеличить/уменьшить коэффициенты целевой функции, при которых оптимальный план не изменится. В столбце «Теневая цена» определенное значение указывает на «ценность» ресурса в сравнении с другими ресурсами, а также данный показатель указывает, как изменится оптимальное значение целевой функции при изменении запасов ресурсов на одну единицу. В данном примере ресурс «Пассажиры» можно увеличить до 715 при сохранении минимальных затрат перевозки 99 000 дол. США.

Столбец «Приведенная стоимость» показывает, в какой мере изменится значение целевой функции в случае принудительного добавления одного самолета определенного типа в оптимальное решение.

Анализируя отчет об устойчивости рассматриваемой задачи, стоит заметить, что существуют ограничения, не позволяющие использовать большее количество пилотов и сохранять минимальные затраты. Поскольку знак ограничения ресурса «Пилоты» $\le$, то количество пилотов стоит увеличить на одного, что позволит сохранить минимальные затраты на перевозку 715 пассажиров.

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Приведенн. Стоимость	Целевая функция Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
C5	x1	0	0	5000	1E+30	846,1538462
C6	x2	10,76923077	0	9000	1833,333333	9000

Ограничения

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
B10	Пассажиры	700	138,4615385	700	80	700
B11	Пилоты	53,84615385	0	60	1E+30	6,153846154
B12	Самолет1	0	846,153862	0	8,88888889	0
B13	Самолет2	10,76923077	0	0	10,76923077	1E+30

Рисунок 2 — Отчет об устойчивости

Заключение. Рассмотрено решение оптимизационной задачи линейного программирования. Проведенный анализ модели на чувствительность на примере задачи о перевозке пассажиров будет полезен студентам при выполнении курсового проектирования по дисциплине «Оптимизация проектных решений».

Список цитируемых источников

1. *Гультяев, А. В.* Визуальное моделирование в среде MATLAB : учеб. курс / А. В. Гультяев. — СПб. : Питер, 2000. — 432 с.
2. *Шеннон, Р.* Имитационное моделирование систем — искусство и наука / Р. Шеннон ; пер. с англ. ; под ред. Е. К. Масловского. — М. : Мир, 1978. — 418 с.
3. *Косоруков, О. А.* Исследование операций / О. А. Косоруков, А. В. Мищенко. — М. : Экзамен, 2003. — 448 с.
4. Моделирование и анализ чувствительности рациональной загрузки ресурсов и эффективность технологических линий [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.rusnauka.com/36_PVMN_2013/Matemathics/0_149070.doc.htm . — Дата доступа: 12.10.2018.
5. *Шабалин, А. Н.* Инвестиционное проектирование : учеб.-метод. комплекс / А. Н. Шабалин. — М. : ЕАОИ, 2008. — 184 с.
6. Изменение коэффициентов целевой функции [Электронный ресурс]. — Режим доступа: https://math.semestr.ru/lp/lpdvd.php . — Дата доступа: 14.10.2018.