

Фурье по многочленам П. Л. Чебышёва первого рода функций $f(z) \in C[-1, 1]$ [4, с. 353; 5, с. 56, (21); 12, с. 32, пример 3]. Эти два случая являются крайними в следующем смысле. Из результата М. Заманского [3, с. 170, теорема 2] для тригонометрических рядов Фурье следует, что [13, с. 89, теорема 1] класс насыщения средних Зигмунда $Z'_N f(z)$ в пространстве $A(|z| \leq 1)$ описывается в терминах обычных производных функции $f(z)$, а в пространстве $C[-1, 1]$ [13, с. 91—92, теорема 2] в зависимости от чётности или нечётности натурального порядка r в терминах обычных производных функции $f(z)$ или чебышёвски сопряжённой к ней функции $[f(\cos x)] \sim \Big|_{x=\arccos z}$.

Результат для $A(|z| \leq 1)$ в теореме 1 обобщён на замкнутые жордановы области с кратно-гладкой границей Келлога—Варшавского $\Gamma_{r,\beta}$. Рассмотрение в теореме 2 более широкого класса замкнутых жордановых области с гладкой границей С. Я. Альпера $\Gamma_{\text{Alper}} \supset \Gamma_{r,\beta}$ потребовало введения понятия производной Фабера.

Список цитируемых источников

1. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 1. — 264 с.
2. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 2. — 400 с.
3. Zamansky, M. Classes de saturation des procédés de sommation des séries de Fourier et applications aux séries trigonométriques // M. Zamansky // Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 3 série. — 1950. — Т. 67, № 2. — P. 161—198.
4. Дзядык, В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. — М. : Наука, 1977. — 512 с.
5. Суетин, П. К. Ряды по многочленам Фабера / П. К. Суетин. — М. : Наука, 1984. — 336 с.
6. Гайер, Д. Лекции по теории аппроксимации в комплексной области / Д. Гайер. — М. : Мир, 1986. — 216 с.
7. Pommerenke, Ch. Boundary Behaviour of Conformal Maps / Ch. Pommerenke. — Berlin; Heidelberg : Springer, 1992. — IX+300 pp. — (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 299).
8. Бруй, И. Н. Асимптотический вид некоторых обобщённых средних ряда Фабера для областей с гладкой границей / И. Н. Бруй, А. К. Покало ; Ред. ж. «Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н.» — Минск, 1974. — 11 с. — Деп. в ВИНТИ АН СССР 26.11.1974, № 3030-74 Деп.
9. Бруй, И. Н. Приближение одного класса регулярных функций обобщёнными средними их рядов по полиномам Фабера / И. Н. Бруй // Весці Акадэміі навук Беларускай ССР. Сер. фіз.-мат. навук. — 1974. — № 5. — С. 45—49.
10. Bruij, I. Best Approximation and Saturation on Domains Bounded by Curves of Bounded Rotation / I. Bruij, G. Schmieder // Journal of Approximation Theory. — 1999. — Vol. 100, № 1. — P. 157—182.
11. Бруй, И. Н. О классе насыщения средних Зигмунда рядов по многочленам Фабера / И. Н. Бруй // Весн. Гродзен. дзярж. ўн-та імя Янкі Купалы. Сер.2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. — 2018. — Т. 8, № 2. — С. 6—18.
12. Farag, M. Approximation of Analytic Functions by Faber Polynomials, the Grunsky Matrix, and a Univalence Criterion / M. Farag. — Stockholm : KTH Royal Institute of Technology, 2022. — 42 p.
13. Бруй, И. Н. Структурные характеристики класса насыщения средних Зигмунда рядов по многочленам Фабера / И. Н. Бруй // Техника и технологии: инновации и качество : материалы IV Междунар. науч.-практ. конф., Барановичи, 19 декабря 2017 г. / редкол.: В. В. Климук (гл. ред.), Ю. Е. Горбач (отв. ред.), О. И. Наранович [и др.]. — Барановичи : БарГУ, 2018. — С. 85—104.

УДК 531.19:577.22

В. С. Гришина, Я. Г. Грода

Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет», Минск, Республика Беларусь

МОДЕЛИ И ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМ С SRLA ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Введение. В последнее время возрос интерес к системам HCSS-частиц (hard core soft shell), т.е. частиц, состоящих из недеформируемого неорганического ядра, заключенного в мягкую полимерную оболочку. Эти частицы способны самостоятельно собираться в упорядоченные структуры на границах раздела жидкость — жидкость [1]. В работе [2] рассмотрена система с отталкиванием ближайших и притяжением третьих соседей описывающая процесс самосборки HCSS-частиц, где было отмечено качественное соответствие полученных результатов с экспериментальными данными. Двумерный вариант системы с SRLA (Short-range Repulsion Long-range Attraction) взаимодействием первых и третьих соседей представлен в работе [3]. Целью данного исследования является изучение структурных характеристик систем частиц с SRLA-взаимодействием на плоской треугольной решетке: с отталкиванием ближайших и притяжением вторых (модель 1), третьих (модель 2), пятых (модель 3) соседей.

Модели системы частиц с SRLA взаимодействием. Все рассматриваемые модели представляют собой решеточный флюид, состоящий из N частиц на треугольной решетке и содержащий M решеточных узлов. Частицы, занимающие ближайшие решеточные узлы и узлы, являющиеся соседями второго, третьего или пятого порядка, взаимодействуют друг с другом. На рисунке 1 показана схема расположения соседей на плоской треугольной решетке.

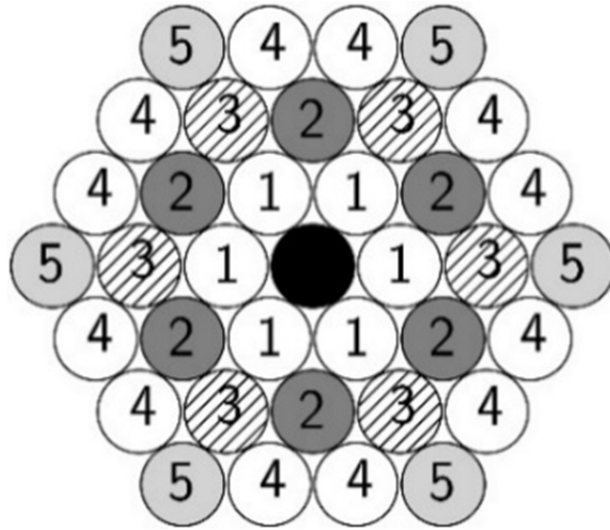


Рисунок 1 — Схема расположения соседей на треугольной решетке

Гамильтониан исследуемой системы имеет следующий вид:

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \sum_{k_i} \sum_{i=1}^M J_k n_i n_{k_i} - \mu \sum_{i=1}^M n_i, \quad (1)$$

где J_k — потенциал взаимодействия k -х соседей, $J_k = J_r(J_{repulsion})$ или $J_k = -J_a(J_{attraction})$, i — узел решетки, k — номер координационной сферы, z_k — координационное число, n_i — число заполнения i -го узла решетки ($n_i = 1$ или 0 для заполненного или вакантного узла, соответственно), n_{k_i} — число заполнения узла на k -й координационной сфере узла i , μ — химический потенциал.

Для подсчета количества связей между соседями в решеточном флюиде существует два основных метода. В первом из них вычисляется количество связей на одну частицу, и полученный результат умножается на концентрацию частиц в системе. Во втором методе определяется число всех связей для частиц в выбранной элементарной ячейке. В дальнейшем первый метод будем использоваться для моделей 1 и 2 из-за более простого характера взаимодействия частиц, второй — для модели 3.

Основные состояния систем с SRLA взаимодействием. Для определения основных состояний системы (при температуре близкой к нулю) формула (1) может быть записана в безразмерном виде $H^* = H/J_a$, где $J_a > 0$ — интенсивность притяжения вторых, третьих или пятых соседей (в зависимости от модели). Аналогичным образом может быть выполнено обезразмеривание и интенсивности взаимодействия первых соседей $J^* = J_1/J_a$. Для удобства дальнейших рассуждений в рассмотрение может быть введена энергия системы в расчете на один решеточный узел $\omega^* = H^*/M$.

Проведенные исследования показали, что для моделей 1 и 3 при увеличении значения химического потенциала состояния системы изменяются последовательно от вакуумного ($c = 0$ — отсутствие частиц) для $\mu^* < -3$ до упорядоченных с решеточной концентрацией $c = 1/3$ при $-3 < \mu^* < -3 + 3J^*$, $c = 2/3$ при $-3 + 3J^* < \mu^* < -3 + 6J^*$, $c = 1$ (плотное состояние) при $\mu^* > -3 + 6J^*$.

Хотя обе данные модели описываются одинаковыми уравнениями, однако для модели 3 на линии сосуществования фаз могут образовываться дополнительные структуры с промежуточными концентрациями. Например, для линии $\mu^* = -3J^*$, которая получена из сопоставления уравнений для энергий системы $\omega_0^* = 0$ и $\omega_{1/3}^* = (0 - 3J^* - \mu^*) \times (1/3)$ при одном значении μ^* стабильны четыре фазы с концентрациями 0 (вакуум), $1/9$, $2/9$, $3/9$. Аналогично и для оставшихся двух линий сосуществования фаз. Области существования в системе различных упорядоченных фаз для моделей 1 и 3 представлены на рисунке 2.

Для модели 2 при увеличении значения химического потенциала состояния системы изменяются от вакуумного, для $\mu^* < -3$, до упорядоченных с решеточной концентрацией $c = 1/4$ при $-3 < \mu^* < -3 + 2J^*$, $c = 1/2$ при $-3 + 2J^* < \mu^* < -3 + 4J^*$, $c = 3/4$ при $-3 + 4J^* < \mu^* < -3 + 6J^*$, $c = 1$ при $\mu^* > -3 + 6J^*$. Области существования в системе различных упорядоченных фаз для модели 2 представлены на рисунке 3.

В отличие от модели 3, в модели 2 на линии сосуществования фаз дополнительные структуры с промежуточными концентрациями не образуются из-за взаимодействия более близких соседей.

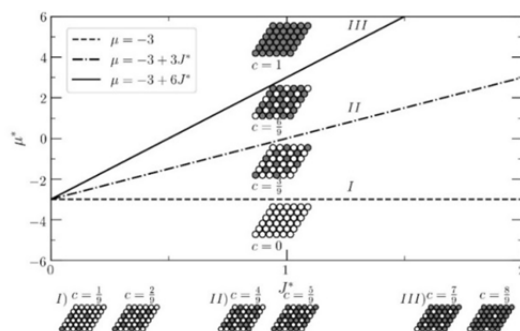


Рисунок 2 — Области существования упорядоченных фаз в основном энергетическом состоянии модели 1 и 3

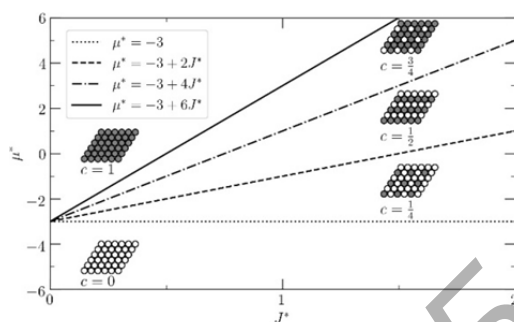


Рисунок 3 — Области существования упорядоченных фаз в основном энергетическом состоянии модели 2

Заключение. Таким образом можно сделать вывод, что решеточная модель частиц с SRLA-взаимодействиями на плоской треугольной решетке может описывать образование упорядоченных структур. В рассмотренных моделях 1 и 3 такие упорядоченные структуры образуются вблизи концентраций $1/3$, $2/3$, а для модели 2 вблизи концентраций $1/4$, $1/2$, $3/4$.

Полученные данные могут быть использованы для создания новых наноструктурированных материалов, свойствами которых можно управлять как термодинамическими условиями, так и специальным подбором межчастичных взаимодействий.

Список цитируемых источников

1. Rauh, A. Compression of hard core — soft shell nanoparticles at liquid-liquid interfaces: influence of the shell thickness / A. Rauh [etc.] // *Soft Matter* — 2017. — Vol. 13, № 1. — P. 158—169.
2. Ciach, A. Exactly solvable model for self-assembly of hard core-soft shell particles at interfaces / A. Ciach, J. Pekalski // *Soft Matter* — 2017. — Vol. 13, № 14. — P. 2603—2608.
3. Грода, Я. Г. Фазовая диаграмма решеточного флюида с SRLA-потенциалом на плоской треугольной решетке / Я. Г. Грода [и др.] // *Журнал Бел. гос. ун-та. Физика*. — 2019. — № 3. — С. 81—91.

УДК 537:520.88

Е. А. Искандарян, А. С. Иванова, Т. С. Петлицкая

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

ВАРИАТИВНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Введение. С каждой новой изученной темой по физике, сложность многократно увеличивается. Но помимо теории, которую нужно изучить, есть еще и задачи, решение которых требует глубоких знаний в области вычислительной математики. Сложность решения этих задач обусловлена достаточно тяжелыми вычислениями. Значений много, решение долгое. И даже малейшая ошибка может привести к повторному решению задачи. В данной статье мы рассмотрели компьютерные возможности решения задачи из электротехники, в частности MathCad, Excel и Electronic Workbench — набор профессионального программного обеспечения, предназначенного для моделирования электронных схем цифрового и аналогового форматов, чтобы понять, смогут ли они облегчить нам жизнь.

© Искандарян Е. А., Иванова А. С., Петлицкая Т. С., 2023