

**Заклучэнне.** Прывядзем асноўныя рэзультаты аналізу палёў сіл інерцыі.

Пры нераўнамерным качэнні цыліндра для даследавання палёў сіл інерцыі мэтазгодна прымяняць метад двух цэнтраў: цэнтра адцэнтрабежных сіл  $Q_0$  і цэнтра вярчальных сіл  $P$ . Тады інтэнсіўнасць поля сіл інерцыі знаходзіцца шляхам суперпазіцыі двух цэнтральных палёў.

### Спіс крыніц

1. Русан, С. И. Методика изучения кинематических характеристик качения колеса / С. И. Русан // Теоретическая и прикладная механика : межведомств. сб. науч.-метод. ст. — 2004. — № 17. — С. 174—178.

**Я. Я. Явароўскі, С. В. Сенькевіч**  
Навуковы кіраўнік — С. І. Русан  
Баранавіцкі дзяржаўны ўніверсітэт,  
г. Баранавічы, Рэспубліка Беларусь

## ДАСЛЕДАВАННЕ ПАЛЁЎ СІЛ ІНЕРЦЫІ ПРЫ РАЎНАМЕРНЫМ КАЧЭННІ АДНАРОДНЫХ ЦЫЛІНДРЫЧНЫХ ЦЕЛ

**1. Агульныя заўвагі. Мадэль даследавання.** Сфармуляваная ў загалоўку задача актуальна пры вывучэнні пытанняў зносу паверхняў у планетарных і дыферэнцыяльных механізмах, пры даследаванні сіл, якія ўзнікаюць на паверхнях узаемадзеяння ў некаторых тыпах здрабняльных машын, пры вывучэнні напружана-дэфармаванага стану цыліндрычных цел і г. д. Мяркуецца, што паверхні цыліндрычных цел і паверхні качэння маюць пастаянны радыус крывізны, а працэс качэння адбываецца без слізгання. Масы цел прыводзяцца да іх нармальнага сячэнняў (кругоў), праведзеных праз цэнтры мас. Маса адзінкі сячэння роўна  $m' = \rho l$ , маса ўсяго цела  $m = \pi r^2 m'$ , дзе  $\rho$  — удзельная маса;  $r$  — радыус цыліндра;  $l$  — яго даўжыня.

Ніжэй разгледжаны прыватныя выпадкі качэння, апісаны для іх адпаведныя палі сіл інерцыі і знойдзены іх галоўныя вектары і галоўныя моманты. У выпадку нераўнамернага качэння цыліндраў упершыню ў дынамічных разліках выкарыстоўваецца метад двух імгненнага цэнтраў паскарэнняў, апісаны ў рабоце [1]. Устаноўленая ніжэй інтэнсіўнасць сіл інерцыі можа быць выкарыстана для даследавання напружана-дэфармаванага стану цыліндраў, а знойдзеныя галоўныя вектары і галоўныя моманты — для вывучэння іх сілавага ўзаемадзеяння з іншымі цэламі.

**2. Раўнамернае качэнне па плоскасці.** У гэтым выпадку, як і пры вярчальным руху вакол нерухомай восі, ўзнікае восесіметрычнае поле адцэнтрабежных сіл інерцыі, інтэнсіўнасць якіх узрастае ад цэнтра  $C$  да перыферыі па лінейнаму закону (рыс. 2.1):

$$\Phi_i = m' r_i \omega^2 \quad (2.1)$$

Формула (2.1) апісвае інтэнсіўнасць сіл інерцыі ў сячэнні на акружнасці радыуса  $r_i = \text{const}$ . Назавём яе *эквісілавой*. У цыліндры эквісілавой акружнасці адпавядае *эквісілавая паверхня*. Знойдзем галоўны вектар сіл інерцыі, якія дзейнічаюць на палову сячэння і нагружаюць яго дыяметр (рыс. 2.2):  $\Phi'_C = \frac{m}{2} a_C = \frac{1}{2} \pi r^2 l \rho \times$

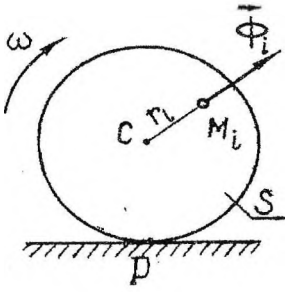
$\times y_C \omega^2 = \frac{2}{3} \rho l r^3 \omega^2$ . Сіла  $\Phi'_C$  імкнецца раскалоць цыліндр.

**3. Раўнамернае качэнне па выпуклай паверхні.** У артыкуле [1] паказана, што імгненны цэнтр паскарэнняў  $Q_0$  у гэтым выпадку пры любых геаметрычных параметрах сістэмы застаецца ў межах адрэзка  $CP$  (рыс. 3.1). Пры  $r_l \rightarrow \infty$   $Q_0$  знаходзіцца ў цэнтры  $C$  сячэння  $S$ , як пры качэнні па плоскасці; пры  $r_l \rightarrow 0$   $Q_0$  супадае з пунктам  $P$  і плоскі рух сячэння пераходзіць у вярчальны вакол восі, што праходзіць праз імгненны цэнтр скорасцей  $P$ . Для значэнняў  $0 < r_l < \infty$  палажэнне імгненнага цэнтра паскарэнняў  $Q_0$  вызначаецца па формуле [1]

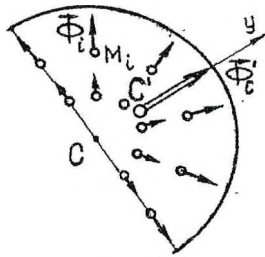
$$C Q_0 = \alpha r, \quad (3.1)$$

дзе  $\alpha = \frac{r}{R}$ .

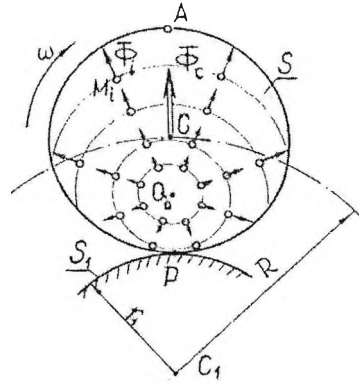
Знойдзены такім чынам пункт  $Q_0$  адначасова з'яўляецца і цэнтрам адцэнтрабежных сіл інерцыі. Найбольшага значэння інтэнсіўнасць сілы інерцыі дасягае ў пункце  $A$ . Тут яна можа (калі  $\alpha = 1$ ) у два разы перавышаць значэнне сілы інерцыі пры качэнні цыліндра па плоскасці. Такім чынам, інтэнсіўнасць сілы інерцыі ў выпадку раўнамернага качэння цыліндра па выпуклай паверхні змяняецца ў межах ад нуля да  $2m'r\omega^2$ . Размеркаванне сіл інерцыі ў сячэнні цыліндра паказана на



Рысунак 1



Рысунак 2



Рысунак 3

рысунку 3 пры  $r_1 = r \left( \alpha = \frac{1}{2} \right)$ . Галоўны вектар сіл інерцыі змешчаны на восі сіметры адпаведнага поля і вылічваецца па формуле

$$\Phi_C = \pi \alpha r l r^3 \omega^2, \quad (3.2)$$

дзе  $0 < \alpha < 1$ .

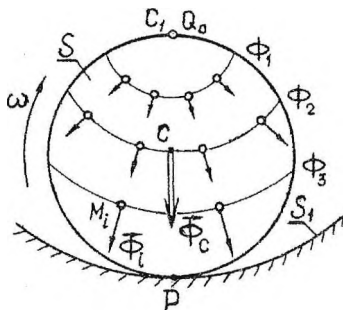
Як відаць з формулы (3.2), велічыня  $\Phi_C$  залежыць не толькі ад размераў цыліндра і вуглавой скорасці  $\omega$ , але і ад радыуса паверхні качэння  $r_1$ .

**4. Раўнамернае качэнне па ўвагнутай паверхні.** Качэнне па ўвагнутай паверхні магчыма пры ўмове, што яе радыус крывізны большы, чым радыус цыліндра ( $r_1 > r$ ). Пры гэтым каэфіцыент  $\alpha$  у формуле (3.1) мяняецца ад значэнняў блізкіх да нуля (пры вельмі вялікіх радыусах  $r_1$ ) да бесканечнасці пры  $r_1 \rightarrow r$ . У апошнім выпадку неабмежавана ўзрастаюць нармальныя паскарэнні, а значыць, і адцэнтрабежныя сілы інерцыі. Далей разгледзім качэнне цыліндра па паверхні радыуса  $r_1 = 2r$ . Пункт  $C_1$  у гэтым выпадку знаходзіцца на контуры сячэння  $S$ , гэта значыць  $R = r$ ,  $\alpha = 1$ ,  $C Q_0 = r$ , а імгненны цэнтр паскарэння  $Q_0$  (ён жа і цэнтр поля адцэнтрабежных сіл інерцыі) супадае з пунктам  $C_1$  (рыс. 4.1). Пакуль цэнтр  $Q_0$  застаецца ў межах сячэння на адрэзку  $CA$  (рыс. 4), найбольшае значэнне сілы інерцыі, як і ў папярэднім выпадку, не перавышае велічыні  $2m'r\omega^2$ . Такая інтэнсіўнасць цяпер мае месца ў пункце  $P$ . Эквісілавая паверхні  $\Phi_n$ , канцэнтрычныя з паверхняй качэння  $S_1$ , паказаны на рысунку 5. Галоўны вектар  $\Phi_C$  вылічваецца па формуле (3.2), у якой  $\alpha = 1$ . Ён таксама можа неабмежавана ўзрастаць, а разам з ім і ціск цыліндра на паверхню качэння. Заўважым, што пры  $r_1 = 2r$  любы пункт контура сячэння  $S$  апісвае прамалінейную траекторыю, якая супадае з дыяметрам паверхні качэння.

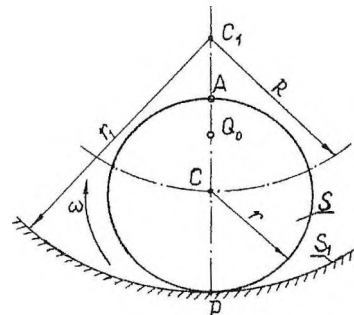
**Заклучэнне.** Прывядзем асноўныя рэзультаты аналізу палёў сіл інерцыі пры раўнамерным качэнні аднародных цыліндрычных цел.

1. Пры раўнамерным качэнні цыліндра па плоскасці, як і ў выпадку раўнамернага вярчальнага руху вакол цэнтральнай восі, утвараецца восесіметрычнае поле адцэнтрабежных сіл з абмежаваным значэннем яго максімальнай інтэнсіўнасці. Галоўны вектар і галоўны момент сіл інерцыі роўны нулю. У дыяметральным сячэнні цыліндра дзейнічае сіла  $\Phi_C = 2/3 \rho l r^3 \omega^2$ , якая імкнецца яго раскалоць.

2. Пры раўнамерным качэнні цыліндра па выпуклай паверхні ствараецца невосесіметрычнае поле адцэнтрабежных сіл інерцыі, максімальная інтэнсіўнасць якога ў два разы большая, чым у выпадку раўнамернага вярчальнага руху.



Рысунак 4



Рысунак 5

Галоўны вектар сіл інерцыі накіраваны ў бок знешняй нармалі да траекторыі цэнтра мас цыліндра і знаходзіцца па формуле:  $\Phi_C = \alpha m r \omega^2$ , дзе пры  $r = \text{const}$   $0 < \alpha < 1$ . Галоўны момант роўны нулю.

3. У выпадку раўнамернага качэння цыліндра па ўвагнутай паверхні інтэнсіўнасць цэнтральнага поля сіл інерцыі пры набліжэнні цэнтра крывізны паверхні качэння да восі цыліндра неабмежавана ўзрастае (пры  $\omega = \text{const}$ ). Гэтак жа змяецца і галоўны вектар  $\Phi_C$ .

#### Спіс крыніц

1. Русан, С. И. Методика изучения кинематических характеристик качения колеса / С. И. Русан // Теоретическая и прикладная механика : межведомств. сб. науч.-метод. статей. — 2004. — № 17. — С. 174—178.