Список цитируемых источников

1. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума / В. И. Голубев [и др.]. — Н. Новгород : НГПИ, 1991. — 30 с.
2. Лабораторный практикум по физике : учеб. пособие для студентов втузов / А. С. Ахматов [и др.] ; под ред. А. С. Ахматова. — М. : Высш. шк., 1980. — 360 с.
3. Методические указания по подготовке, выполнению и оформлению лабораторных работ в физическом практикуме по курсу общей физики / А. С. Богатин [и др.] ; под ред. Л. М. Моностырского. — Ростов н/Д : РГУ, 2006. — 10 с.

УДК 519.1

А. С. Кецко, Е. А. Богушевич, Ю. П. Нерода
Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

ПРОИЗВОДНАЯ В РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Введение. Дифференциальное исчисление — это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники. Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной. В геометрии производная характеризует крутизну графика, в механике — скорость неравномерного прямолинейного движения, в биологии — скорость размножения колонии микроорганизмов, в экономике — отзывчивость производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в химии — скорость химической реакции [1].

При изучении любой темы у студентов возникает вопрос «Зачем нам это надо?». Если ответ удовлетворит любопытство, то можно говорить об их заинтересованности. Ответ для темы «Производная» можно получить, зная, где используются производные функций.

Основная часть. Перечислим некоторые дисциплины (их разделы), в которых применяются производные, а также приведем несколько примеров решения задач с использованием производной для студентов сельскохозяйственного профиля.

Производная в физике, электротехнике.

Скорость как производная пути по времени: $v=\frac{dS}{dt}$; ускорение как производная скорости по времени: $a=\frac{dv}{dt}$; скорость распада радиоактивных элементов за время dt пропорциональна числу атомов в образце: $\frac{dN}{dt}=-\lambda N$; мгновенное значение силы переменного тока как производная заряда по времени: $I=\frac{dq}{dt}$; мгновенное значение ЭДС электромагнитной индукции как производная магнитного потока по времени: $\varepsilon=\frac{d\Phi}{dt}$; мгновенное значение мощности как скорость произведения работы данной силой: $P=\frac{dA}{dt}$; удельная теплоемкость тела как производная от количества теплоты по температуре в каком-либо термодинамическом процессе: $C=\frac{dQ}{dT}$.

Производная в химии.

Химический смысл производной: средней скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагента или продукта в единицу времени: $v(t)=\frac{dC}{dt}$.

Производная в биологии.

Биологический смысл производной: скорость изменения численности популяции есть производная от численности популяции по времени: $P=\frac{dx}{dt}$.

Производная в географии.

Производная помогает рассчитать некоторые значения в сейсмографии; особенности электромагнитного поля земли; радиоактивность ядерно-геофизических показателей; многие значения в экономической географии; вывести формулу для вычисления численности населения на территории в момент времени t [2].

Производная в экономике.

Производная в экономике решает важные вопросы: в каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении таможенных пошлин; увеличится или уменьшится выручка фирмы при увеличение цены на её продукцию.

Производная в алгебре и геометрии.

Перечень прикладных задач: составление уравнения касательной к графику функции; нахождение угла между пересекающимися прямыми, между графиками функций; исследование и построение графиков функций; решение задач на оптимум; разложение многочлена на множители; нахождение пределов функции с помощью правила Лопиталя; разложение функций в ряд с помощью формулы Тейлора и др. [2].

Примеры задач.

Среди многих задач, решаемых с помощью производной, наиболее важной является задача нахождения экстремума функции и связанная с ней задача нахождения наибольшего (наименьшего) значения соответствующих функций.

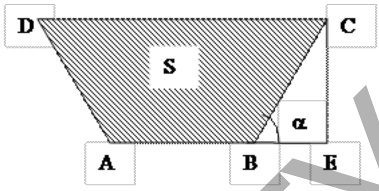

Рисунок 1 — Графическая интерпретация решения задачи с помощью производной

Пример 1. Сечение оросительного канала имеет форму равнобокой трапеции, боковые стороны которой равны меньшему основанию. При каком угле наклона α боковых сторон этой трапеции сечение канала будет иметь наибольшую площадь [3]?

Решение. Определим площадь сечения канала как функцию угла α, считая, что боковые стороны и меньшее основание трапеции равны a.

Как видно из рисунка, $S=\dfrac{|AB|+|DC|}{2}\cdot|CE|=\dfrac{2a+2a\cos\alpha}{2}\cdot a\sin\alpha=a^2(\sin\alpha+\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha)$.

Исследуем S как функцию аргумента a на экстремум. Имеем: $S'=a^2(\cos\alpha+\cos 2\alpha)$. В критических точках $S'=0$, т. е. $\cos\alpha+\cos 2\alpha=0$, $2\cos(3\alpha/2)\cdot\cos(\alpha/2)=0$. Так как $0<\alpha<\pi/2$, то $\cos(\alpha/2)\neq 0$. Поэтому, если $\cos(3\alpha/2)=0$, то $3\alpha/2=\pi/2$ или $\alpha=\pi/3$. Докажем, что при $\alpha=\pi/3$ функция S достигает наибольшего значения на отрезке $[0;\pi/2]$. Действительно, $S''=a^2(-\sin\alpha-2\sin 2\alpha)$, $S''(\pi/3)=a^2(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3})=-a^2\dfrac{3\sqrt{3}}{2}<0$. Поэтому при $\alpha=\pi/3$ имеем локальный максимум $S(\pi/3)=S_{\max}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$, который на отрезке $[0;\pi/2]$ будет также наибольшим значением функции S, поскольку $S(0)=0$, $S(\pi/2)=a^2<S_{\max}$.

Ответ: $\alpha=\pi/3$.

С помощью экстремума функции (производной) можно найти наивысшую производительность труда, которая измеряется количеством продукта, выпущенного работником за единицу времени.

Пример 2. Объем продукции, произведенной цехом, может быть описан уравнением $u=-t^3+5t^2+120t+10$, где $1\leq t\leq 8$ — рабочее время (ч).

Вычислите производительность труда и скорость ее изменения в момент $t=1$ и $t=4$.

Решение. Производительность труда найдем по формуле

$$z(t)=u'(t)=-3t^2+10t+120\ \ (åä. \,/\, ÷).$$

Скорость изменения производительности труда вычислим как производную: $z'(t)=-6t+10\ \ (ед. \,/\, ч^2)$.

Тогда в заданные моменты времени имеем:

$z(1)=128\ (ед/ч)$, $z'(1)=4\ \ (ед. \,/\, ч^2)$;

$z(4)=112\ (ед/ч)$, $z'(4)=-14\ \ (ед. \,/\, ч^2)$.

Из вычислений можно сделать вывод, что производительность труда к концу рабочего дня снижается.

Заключение. Мы убедились в важности изучения темы «Производная», ее роли в исследовании процессов науки и техники, в возможности конструирования по реальным событиям математических моделей и решения важных задач. Как видно из вышеперечисленного, применение производной функции весьма многообразно не только при изучении математики, но и других дисциплин. Поэтому можно сделать вывод, что изучение темы «Производная функции» находит своё применение в различных дисциплинах и темах.

Список цитируемых источников

1. Применение производной к решению математических задач практического содержания [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://school6.ru/load/primenenie_proizvodnoj_k_resheniju_matematicheskikh_zadach_prakticheskogo_soderzhanija_ostankovich_t_eh/1-1-0-20/ . — Дата доступа: 15.03.2018.

2. Производная и ее применение для решения прикладных задач [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://mirznanii.com/a/314117/proizvodnaya-i-ee-primenenie-dlya-resheniya-prikladnykh-zadach / . — Дата доступа: 15.03.2018.

3. Практические задачи на экстремум [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://helpiks.org/4-96634.html / . — Дата доступа: 15.03.2018.