

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Барановичский государственный университет»
Инженерный факультет
Факультет экономики и права

ЭКОНОМИКА, ТЕХНОЛОГИИ И ПРАВО В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Материалы Международной научно-практической конференции
факультета экономики и права и инженерного факультета

(Барановичи, 20 октября 2016 года)

Барановичи
БарГУ
2017

УДК 001(063)

В сборнике представлены материалы, затрагивающие широкий круг вопросов, посвященных эффективному экономическому развитию организаций и регионов, маркетингу и менеджменту. Особое внимание уделено проблемам применения и совершенствования национального законодательства. Раскрываются теоретические и практические результаты научного поиска авторов по инженерному профилю, затрагивается проблемное поле современной физики и математики. Материалы носят как теоретический, так и практико-ориентированный характер

Издание предназначено для преподавателей, студентов, магистрантов, аспирантов и научных работников.

Редакционная коллегия:

А. В. Никишова (гл. ред.), Ю. Е. Горбач, В. Н. Кременевская (отв. секретари),
В. Н. Познякевич, О. В. Павловская, Г. Я. Житкевич, М. В. Андрияшко, О. И. Людвигевич, О. И. Наранович,
А. К. Гавриленя, И. Н. Бруй, В. А. Дремук

Рецензенты:

кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры международных экономических отношений Белорусского государственного университета Е. В. Бертош,
доктор технических наук, заведующий лабораторией обработки металлов давлением В. А. Томило

Раішэнне.

1. Аб'ектам раўнавагі для вызначэння рэакцый сувязей з'яўляецца пліта D . Аднавалентнымі сувязямі служаць бязважкія стрыжні з ідэальнымі шарнірамі на канцах. Абазначым іх лічбамі 1—6. Такім чынам, на пліту накладзена шасцівалентная сістэма сувязей.

2. Вызначаем напрамкі рэакцый сувязей, разглядаючы іх як сілы процідзеяння актыўнай сіле F . Задачу рашаем у два этапы: спачатку вызначаем сілы ўзаемадзеяння пліты з шарнірамі, што змешчаны ў яе вуглах A, B, C (абазначэнні адносяцца і да шарніраў-вузлоў). Найперш звернем увагу, што лініі дзеяння гэтых сіл, як і сілы F , знаходзяцца ў плоскасці пліты (яе таўшчыней ігнаруем). Аналіз структуры сувязей паказвае, што шарніры па-рознаму рэагуюць на перадаванае праз пліту ўздзеянне ад сілы F . Так, шарнір B пры ўздзеяннях, перпендыкулярных да стрыжня 3, зусім не аказвае супраціўлення, бо можа свабодна перамяшчацца разам з гэтым стрыжнем вакол апоры B_1 . У шарніра A ўсе ступені свабоды абмежаваны трыма сувязямі 1, 2, 4; таму ён рэагуе (процідзейнічае) на ўздзеянне сілы *любога* напрамку. Шарнір C здольны процідзейнічаць толькі сіле, лінія дзеяння якой знаходзіцца ў плоскасці стрыжняў 5 і 6. У нашым прыкладзе да шарніра C прыкладзена сіла F_C , паралельная да вектара F ; на рысунку 1, б яна паказана пункцірнай стрэлкай. Трэцяя сіла F_A паводле тэарэмы аб трох паралельных сілах павінна быць паралельнай да вектараў F і F_C . Такім чынам, замацоўку пліты D схематычна можна прадставіць, як паказана на рысунку 1, в (від зверху). Далей пліту D уяўна адкідаем і разглядаем сістэмы стрыжняў 1, 2, 4 і 5, 6 пад дзеяннем сіл F_A і F_C адпаведна. Разглядаючы першую сістэму, уяўна адкідаем сувязь 4; заўважаем, што раўнавага стрыжняў 1 і 2 не парушаецца — шарнір A застаецца нерухомым. Значыць, $R_4 = 0$. Калі затым адкінем стрыжань 2, то адлегласць паміж шарнірамі A і B_1 пад дзеяннем сілы F_A пачне павялічвацца. Гэта азначае, што ў зададзенай сістэме стрыжань 2 расцягнуты, і яго рэакцыя R_2 на пліту накіравана ад пліты (гл. рысунак 1, б). Адкідаючы ўяўна стрыжань 1, прыздем да высновы, што ў сістэме ён сціскаецца, а яго рэакцыя R_1 накіравана да пліты. Аналізуючы дзеянне сілы F_C на вузел C , атрымаем напрамкі рэакцый R_5, R_6 , паказаныя на рысунку 1, б.

3. Выконваем праверку напрамкаў рэакцый. Запісваем умовы раўнавагі, кожная з якіх утрымлівае толькі адну невядомую рэакцыю. Для вызначэння кожнай рэакцыі выбіраецца свая асобая вось практычэй ці момантаў. Так, для вызначэння R_4 складаем $\sum Y_i = R_4 \cdot \cos\beta = 0$; адкуль $R_4 = 0$. Каб знайсці R_2 , запісваем $\sum M_{z'}(\vec{F}_i) = F \cdot (b - c) - R_2 \times \cos\alpha \cdot b = 0$. Атрымліваем: $R_2 = (b - c) \cdot F / b \cdot \cos\alpha$. Для вызначэння R_1 праводзім вось B_1u і пры складанні ўмоў раўнавагі ўлічваем, што $R_4 = 0$. Каб знайсці момант $M_u(\vec{R}_1)$, рэакцыю R_1 раскладваем у плоскасці AAE_1A_1 на ўзаемаартаганальныя складаемыя (рысунак 1, в): $\vec{R}_1 = \vec{R}'_1 + \vec{R}''_1$, дзе $\vec{R}'_1 \parallel Bu$, $\vec{R}''_1 \perp Bu$ і $R'_1 = R_1 \cdot \sin\beta$, $R''_1 = R_1 \cdot \cos\beta$. Момант $M_u(\vec{R}_1) = M_u(\vec{R}'_1)$. Патрэбная ўмова раўнавагі прымае выгляд: $\sum M_u(\vec{R}_i) = M_u(\vec{F}) - M_u(\vec{R}'_1) = 0$ ці $F \cdot h_1 - R_1 \cdot \cos\beta \cdot a = 0$; адсюль $R_1 = F \cdot h_1 / a \cdot \cos\alpha$, дзе $h_1 = (b - c) \cdot \sin\beta$. Рэакцыю R_5 вызначаем з сумы момантаў адносна восі A_1z_1 : $\sum M_{z_1}(\vec{F}_i) = R_5 \cdot \cos\alpha \cdot b - F \cdot c = 0$. Атрымліваем: $R_5 = c \cdot F / b \cdot \cos\alpha$. А каб знайсці рэакцыю R_6 , выкарыстаем вось Au_1 ; улічваем, што $R_3 = 0$. Вектар R_6 раскладваем у плоскасці BCC_1B_1 на ўзаемаартаганальныя складаемыя R'_6 , паралельную да восі Au_1 , і R''_6 , перпендыкулярную да яе (рысунак 1, д); пры гэтым $R''_6 = R_6 \cdot \cos\beta$. Запісваем умову раўнавагі: $\sum M_{y_1}(\vec{F}_i) = F \cdot h_2 - R''_6 \cdot a = 0$; адгэтуль $R_6 = h_2 \cdot F / a \cdot \cos\beta$, дзе $h_2 = c \cdot \sin\beta$. Як бачым, рэакцыі R_1, R_2, R_5, R_6 дадатныя. Значыць, іх напрамкі, устаноўленыя у пункце 2, сапраўдныя.

Заклучэнне. Распрацоўка і ўкараненне ў вучэбны працэс індывідуальных заданняў на якасны аналіз механічных сістэм дазваляе ўключачца ў яго і студэнтам з паніжаным узроўнем матэматычнай падрыхтоўкі, спрыяе развіццю інтэлекту, стымулюе інтуітыўныя працэсы.

УДК 514.765

Ю. В. Сергеева

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

ВИД КАНОНИЧЕСКОГО РЕДУКТИВНОГО ДОПОЛНЕНИЯ НА СПЕЦИАЛЬНЫХ ОДНОРОДНЫХ Ф-ПРОСТРАНСТВАХ ПОРЯДКА 6 ОРТОГОНАЛЬНОЙ ГРУППЫ

Введение. В современной дифференциальной геометрии и её приложениях важную роль играют однородные гладкие многообразия групп Ли, т. е. такие гладкие многообразия, на которых транзитивно действует группа Ли G . Такие многообразия называются *однородными пространствами* и реализуются в виде G/H , где H — замкнутая подгруппа Ли в G . Важнейшими примерами однородных пространств являются *симметрические пространства*, в число которых входят классические евклидовы и псевдоевклидовы пространства, n -мерные сферы, плоскость и пространство Лобачевского. С конца 1960-х годов значительную роль стали играть *однородные Ф-пространства* G/H , которые порождаются автоморфизмами Φ группы Ли G . Если автоморфизм Φ имеет

конечный порядок ($\Phi^k = id$), то G/H называют однородным Φ -пространством *порядка* k . В данной работе решается задача нахождения вида канонического редуکتивного дополнения \mathfrak{m} из редуکتивного разложения $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$ на специальных однородных Φ -пространствах пространствах порядка 6 вещественной ортогональной группы $SO(n)$.

Основная часть. Рассмотрим классическую группу Ли $GL(n, R)$ — множество обратимых матриц размера $n \times n$ с вещественными элементами (является группой с операцией умножения матриц, единичный элемент — это единичная матрица E , а обратной является обычная обратная матрица). Она называется *полной линейной группой*.

Для неё справедлива следующая теорема/

Теорема. Алгеброй Ли группы Ли $GL(n, R)$ является алгебра Ли $\mathfrak{gl}(n, R) = Mat(n, R)$ (все квадратные матрицы) [3]. В качестве скобки Ли берётся коммутатор матриц: $[A, B] = AB - BA$.

Далее приведём одно из основных определений теории Φ -пространств. Такие пространства возникли впервые в 1960 году в работах В. И. Ведерникова. Изучались в дальнейшем Н. А. Степановым, Ж. Вольфом (США), А. Греем (США), А. Леджером (Англия), А. С. Феденко, О. Ковальским (Чехия) и др.

В частных случаях: 1) если $\Phi^2 = id \Rightarrow G/H$ — однородное симметрическое Φ -пространство; 2) пусть автоморфизм Φ имеет конечный порядок, т. е. $\exists k \in \mathbb{N} : \Phi^k = id$. Тогда однородное Φ -пространство G/H называется *однородным Φ -пространством порядка k (однородным k -симметрическим пространством)*.

Определение. Пусть Φ — автоморфизм связной группы Ли G , G^Φ — подгруппа неподвижных точек автоморфизма Φ , т. е. $G^\Phi = \{g \in G \mid \Phi(g) = g\}$, которая является замкнутой подгруппой в G , G_0^Φ — компонента единицы группы G^Φ . Факторпространство G/H называется *однородным Φ -пространством*, если замкнутая подгруппа H в G удовлетворяет условию $G_0^\Phi \subset H \subset G^\Phi$ [1; 2].

Для каждого k -симметрического пространства существует каноническое редуکتивное разложение алгебры Ли \mathfrak{g} группы Ли G : $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$, где $\mathfrak{h} = \{X \in \mathfrak{g} \mid \varphi(X) = X\}$ — подалгебра Ли подгруппы Ли H , $\varphi = d\Phi_e : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ — автоморфизм алгебры Ли \mathfrak{g} , $\mathfrak{m} = A\mathfrak{g}$, где $A = \varphi - id$ — оператор в \mathfrak{g} .

Рассмотрим группу Ли $G = SO(n)$, $\Phi : \mathfrak{g} \rightarrow B\mathfrak{g}B^{-1}$ — внутренний автоморфизм, где

$$B = \begin{pmatrix} E_m & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & -E_l \end{pmatrix}, \quad m \geq 1, l \geq 1, S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad n = m + l + 3, \text{ т. е. } S^3 = E_3, S^2 = S^{-1}, S^t = S^{-1}.$$

Ясно, что $\Phi^6(\mathfrak{g}) = B^6\mathfrak{g}(B^{-1})^6 = E_n\mathfrak{g}E_n = \mathfrak{g}$, т. е. $\Phi^6 = id \Rightarrow$ получаем Φ -пространство порядка 6.

Найдём вид канонического редуکتивного дополнения \mathfrak{m} из редуکتивного разложения $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$, вычислив непосредственно $\mathfrak{m} = A\mathfrak{g}$, где $A = \varphi - id$.

Итак, $\mathfrak{m} = A\mathfrak{g}$, т. е. $Y \in \mathfrak{m}$, $Y = BXB^{-1} - X$, где $X \in \mathfrak{g}$. Реально надо знать лишь вид матриц, стоящих на местах X_1 и X_4 .

Последовательно находим:

$$\begin{aligned} BX &= \begin{pmatrix} X_1 & X_4 & X_5 \\ -X_4^t & X_2 & X_6 \\ -X_5^t & -X_6^t & X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & -E_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & X_4S & -X_5 \\ -X_4^t & X_2S & -X_6 \\ -X_5^t & -X_6^tS & -X_3 \end{pmatrix}, \\ BXB^{-1} &= \begin{pmatrix} X_1 & X_4S & -X_5 \\ -X_4^t & X_2S & -X_6 \\ -X_5^t & -X_6^tS & -X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m & 0 & 0 \\ 0 & S^t & 0 \\ 0 & 0 & -E_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & X_4S^t & -X_5 \\ -SX_4^t & SX_2S^t & -SX_6 \\ X_5^t & X_6^tS^t & X_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow BXB^{-1} - X &= \begin{pmatrix} X_1 & X_4S^t & -X_5 \\ -SX_4^t & SX_2S^t & -SX_6 \\ X_5^t & X_6^tS^t & X_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 & X_4 & X_5 \\ -X_4^t & X_2 & X_6 \\ -X_5^t & -X_6^t & X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Y_4 & Y_5 \\ -Y_4^t & Y_2 & Y_6 \\ -Y_5^t & -Y_6^t & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Очевидно, Y_5 — произвольная матрица. Далее, $Y_6 = -(S+E)X_6 \Rightarrow$ так как $\det(S+E)=2$, а X_6 — произвольная матрица, следовательно Y_6 — произвольная матрица.

Найдём вид Y_2 :

$$Y_2 = SX_2S^t - X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_1 & a_1 + a_2 \\ -a_1 & 0 & a_2 \\ -(a_1 + a_2) & -a_2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{т. е. } Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & b & b+c \\ -b & 0 & c \\ -b-c & -c & 0 \end{pmatrix}.$$

Осталось найти вид Y_4 :

$$Y_4 = X_4S^t - X_4 = X_4(S^t - E) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_{11} + x_{12} & -x_{12} + x_{13} & -x_{13} + x_{11} \\ -x_{21} + x_{22} & -x_{22} + x_{23} & -x_{23} + x_{21} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} y_1 & z_1 & -(y_1 + z_1) \\ y_2 & z_2 & -(y_2 + z_2) \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получаем каноническое редуцированное дополнение, m имеет вид:

$$m = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & Y_4 & Y_5 \\ -Y_4^t & Y_2 & Y_6 \\ -Y_5^t & -Y_6^t & 0 \end{pmatrix} \left| \begin{matrix} Y_5, Y_6 \text{ — произв. матрицы соотв. размеров,} \\ Y_4 = \begin{pmatrix} y_1 & z_1 & -(y_1 + z_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_m & z_m & -(y_m + z_m) \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & b & b+c \\ -b & 0 & c \\ -b-c & -c & 0 \end{pmatrix} \right. \right\}.$$

Заключение. Отметим, что к настоящему времени получена значительная информация об однородных Φ -пространствах порядка 6, а также серия общих фактов об однородных Φ -пространствах произвольного порядка k и их связи с обобщённой эрмитовой геометрией.

Список цитируемых источников

1. Балащенко, В. В. Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Φ -пространствах // В. В. Балащенко, Н. А. Степанов // Математ. сб. — 1995. — Т. 186. — № 11. — С. 3—34.
2. Однородные пространства: теория и приложения: монография // В. В. Балащенко [и др.]. — Ханты-Мансийск: Полиграфист, 2008. — 208 с.
3. Уорнер, Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. — М.: Мир, 1987. — 302 с.

УДК 37.016:81-028.31:004.9

Е. В. Соловей

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАНАВЫКОВ И МЕТАКОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

Введение. Решение задач, стоящих перед обновляющимся образованием, зависит от адекватного понимания и описания функционирующей системы управления и от внедрения в практику новых научно-педагогических технологий. Ярким представителем таких новшеств является концепция управления по результатам. Направленность на конечный результат предполагает не только особую мотивационно-целевую ориентацию, но и новый подход к информационному обеспечению, педагогическому анализу, планированию, организации, контролю и регулированию.