

АЛЬТЭРНАТЫЎНЫ МЕТАД СІЛОВОГА АНАЛІЗУ ПЛОСКІХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНІЗМАЎ

Агульныя заўвагі.Традыцыйна для сілавога аналізу плоскіх рычажных механізмаў выкарыстоўваецца метада кінестатыкі, заснаваны на прынцыпе Даламбера [1–3]. Для правэркі рэзультатаў аналітычных разлікаў звычайна прымяняецца метада графастатыкі. Паводле гэтых метадаў разлік кінематычнага ланцуга пачынаецца з самай аддаленай ад уваходнага звяна структурнай групы, што ўтрымлівае рабочы орган механізма і ўспрымае карыснае супраціўленне. Затым сілавы аналіз працягваецца праз усе прамежныя структурныя групы і завяршаецца вызначэннем ураўнаважальнай сілы (ці пары сілаў), прыкладзенай да вядучага звяна. У працэсе разліку вызначаюцца рэакцыі ўсіх унутраных і знешніх кінематычных парай. Названыя метады сілавога аналізу не дазваляюць праводзіць разлік выбарачна – напрыклад, вызначыць рэакцыі толькі найбольш нагружаных злучэнняў, ці пазбегнуць вызначэння рэакцый у знешніх кінематычных парах (якія не заўжды патрэбны для праектавання механізма). Выключэнне ўяўляе графічны метада, называемы “рычагом Жукоўскага”, з дапамогай якога можна набліжана вызначыць непасрэдна ўраўнаважальную сілу на вядучым звяне. У наш час у сувязі з камп’ютарызацыяй інжынерных разлікаў і вучэбнага працэсу графічны метады саступаюць месца аналітычным. Аднак у курсавым праектаванні па тэорыі механізмаў і машын традыцыйна выкарыстоўваюцца графічныя метады, у прыватнасці, метада Жукоўскага. Гэта тлумачыцца, з аднаго боку, прастотай іх рэалізацыі, а з другога – адсутнасцю распрацаванага і апрабаванага на практыцы аналітычнага метада. Ніжэй прапануецца аналітычны метада сілавога аналізу, заснаваны як і ідэя “рычага Жукоўскага”, на агульным ураўненні дынамікі. Ён дазваляе непасрэдна вызначыць як ураўнаважальную сілу на вядучым звяне, так і рэакцыі ў любой кінематычнай пары кінематычнага ланцуга без іх вызначэння ў прамежных кінематычных парах. У гэтым заключаецца яго перавага перад метадамі кінестатыкі. Адзначаныя ўласцівасці метада дазваляюць выкарыстоўваць яго як асноўны метада сілавога разліку рычажных механізмаў, так і для кантролю вынікаў, атрыманых іншымі метадамі.

Метадыка прымянення агульнага ўраўнення дынамікі да сілавога аналізу плоскіх механізмаў. Агульнае ўраўненне дынамікі, як вядома з курса тэарэтычнай механікі, сплучае ў сабе прынцып Даламбера з прынцыпам Лагранжа, што дазволіла распрацаваць арыгінальны эфектыўны метада рашэння задач дынамікі, названы пазней прынцыпам Даламбера-Лагранжа. Сутнасць прынцыпа разгледзім на прыкладзе механізма з адной ступенню свабоды і двухбаковымі сувязямі (рыс. 1). Будзем лічыць, што ў паказаным на рысунку 1 становішчы ўсе яго пастаянныя геаметрычныя параметры і інерцыйныя характарыстыкі звянняў вядомы, а пераменныя

вызначаюцца як функцыі вугла φ_1 . Зададзена частата вярчэння крывашыпа n_1 . Сіламі трэння ў кінематычных парах ігнаруем. Як і пры выкарыстанні метада кінестатыкі, сілавому аналізу папярэднічае кінематычны аналіз, па выніках якога вызначаюцца сілы і моманты сіл інерцыі звянняў. На рысунку 1 паказаны сумарныя сілы F_i і пары сіл M_i , прыведзеныя да цэнтраў мас C_i (i – нумар звяна). У іх уваходзяць як зададзеныя актыўныя сілавыя фактары, так і знойдзеныя інерцыйныя. Маса вядучага звяна 1 ураўнаважана. Да канца крывашыпа прыкладваем ураўнаважальную сілу F_y , якую неабходна вызначыць.

Далей выконваюцца дзеянні, уласцівыя для прынцыпа магчымых перамяшчэнняў: выбіраецца незалежнае магчымае перамяшчэнне і складаецца агульнае ўраўненне дынамікі для ўсяго механізма ў выглядзе

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i = 0. \quad (1)$$

Тут $\delta A_i = \delta A_i(F_i) + \delta A_i(M_i)$ – магчымая работа ўсіх сіл і момантаў, прыкладзеных да звянняў механізма. За незалежнае магчымае перамяшчэнне прымем $\delta\varphi_1$ – вугал павароту крывашыпа 1. Абзначэнні магчымых перамяшчэнняў астатніх звянняў паказаны на рысунку 2,а. На рысунку 2,б асобна паказана звяно 2. У складзе паступальнай пары са звяном 3 яно выконвае складаны рух. Абсалютнае магчымае перамяшчэнне звяна 2 роўна геаметрычнай суме $\delta\vec{S}_2 = \delta\vec{S}_{A_3} + \delta\vec{S}_{23}$, дзе $\delta\vec{S}_{A_3}$ – магчымае пераноснае перамяшчэнне пункта A_3 , які належыць звяну 3 і ў дадзеным палажэнні механізма супадае з цэнтрам звяна 2; $\delta\vec{S}_{23}$ – магчымае адноснае перамяшчэнне цэнтра звяна 2 адносна звяна 3.

Складаем ураўненне магчымых работ (1):

$$F_y \delta s_2 + M_{O_2}(\vec{F}_3) \delta\varphi_3 + M_3 \delta\varphi_3 + M_{P_4}(\vec{F}_4) \delta\varphi_4 + M_4 \delta\varphi_4 - F_5 \delta s_5 \cos\alpha_5 = 0. \quad (2)$$

Знакі складаемых тут выбіраюцца ў адпаведнасці з правіламі, прынятым у тэарэтычнай механіцы пры вылічэнні работы. Літарай P_4 абзначаны, як і на рысунку 2,а, імгненны цэнтр магчымага павароту звяна 4. Выражаем усе магчымыя перамяшчэнні звянняў праз незалежнае магчымае перамяшчэнне:

$$\delta s_2 = c_1 \delta\varphi_1; \quad \delta\varphi_3 = c_3 \delta\varphi_1; \quad \delta\varphi_4 = c_4 \delta\varphi_1; \quad \delta s_5 = c_5 \delta\varphi_1, \quad (3)$$

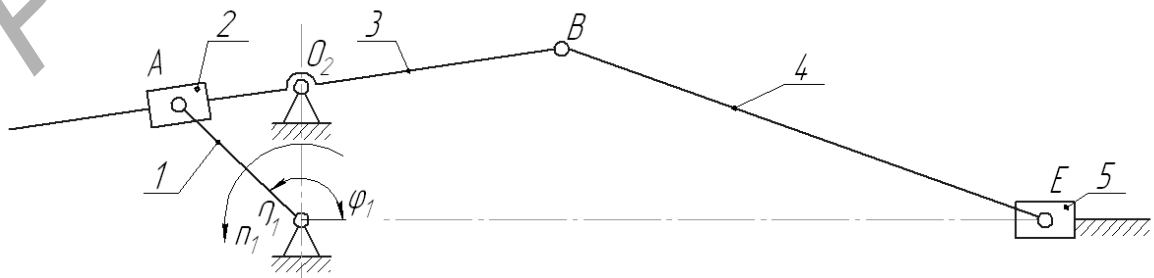


Рис. 1. Схема плоскага рычажнага механізма

Зяц Валяціна Рыгораўна, ст. выкладчык кафедры агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.

Русан Сяргей Іванавіч, дацэнт кафедры агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.

Талачынец Ірына Міхайлаўна, выкладчык кафедры агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.

Беларусь, 225410, г. Баранавічы, Брэсцкай вобласці, вул. Кароліка, 8.

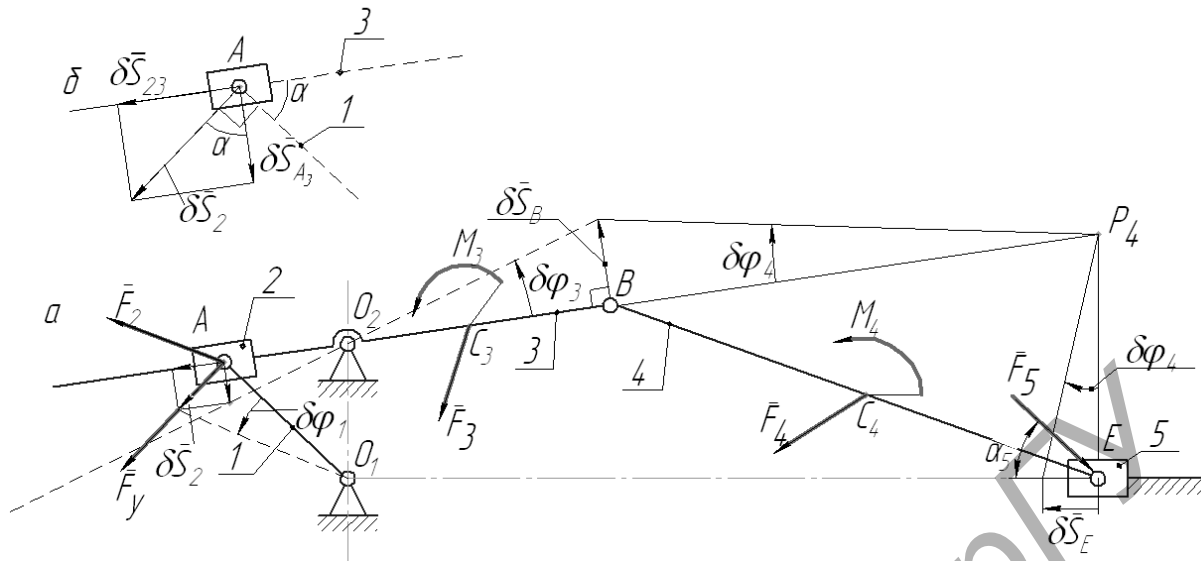


Рис. 2. Разліковая мадэль для вызначэння сілы F_y ; F_i , M_i – знешнія сілавыя ўздзеянні на звяно i ; δS_i , $\delta \varphi_i$ – магчымыя перамяшчэнні звянаў і пунктаў

дзе $c_1 = l_1$, $c_3 = l_1 \cos \alpha / l_{AO_2}$, $c_4 = l_1 l_{BO_2} \cos \alpha / (l_{AO_2} l_{BP_4})$, $c_5 = l_1 l_{BO_2} l_{EP_4} \cos \alpha / (l_{AO_2} l_{BP_4})$.

Падстаўляем залежнасці (3) ва ўраўненне (2) і выносім за дужкі $\delta \varphi_1$. Улічваючы, што $\delta \varphi_1 \neq 0$, атрымліваем ураўненне ўмоўнай раўнавагі механізму ў становішчы, паказаным на рысунку 2,а. З яго знаходзім ураўнаважальную сілу:

$$F_y = [c_3(M_{O_2}(F_3) + M_3) + c_4(M_{P_4}(F_4) + M_4) - c_5 \cos \alpha F_5] / l_1. \quad (4)$$

Як бычым, для вызначэння сілы F_y не спатрэбілася дзяленне механізму на структурныя групы.

Асаблівасці вызначэння рэакцый унутраных кінематычных параў. У простым кінематычным ланцугу, як на рысунку 1, любая ўнутраная кінематычная пара дзеліць механізм на дзве часткі: адна з іх змяшчае вядучае звяно, другая – выхадное. Калі сіла F_y ўжо знойдзена, то для вызначэння рэакцыі ў прамежнай пары можна склацаць ураўненне (1) для любой часткі механізму. Мэтазгодна выбраць тую з іх, для якой прасцей вылічваецца магчымая работа сіл. У выпадку, калі сіла F_y не вядома, ураўненне (1) запісваецца для часткі механізму з выхадным звяном. Прасцей вызначаецца сіла ўзаемадзеяння звянаў, калі напрамак яе вядомы – напрыклад, у паступальнай кінематычнай пары. У іншых выпадках яе прадстаўляюць у выглядзе двух кампанентаў – узаемна артаганальных вектараў сіл, альбо сілы і пары. Велічыню кожнай з іх вызначаюць з асобнага ўраўнення.

У якасці прыклада знойдзем рэакцыю R_{43} у кінематычнай пары В, прыкладзеную да звяна 4. Будзем разглядаць правую частку механізму – структурную групу II (4, 5). Напрамак рэакцыі R_{43} не вядомы; таму прадставім яе ў выглядзе сумы: $\vec{R}_{43} = \vec{R}'_{43} + \vec{R}''_{43}$. Разліковыя мадэлі для вызначэння складаемых \vec{R}'_{43} , \vec{R}''_{43} паказаны на рысунку 3,а,б. Ва ўраўнаважаным з дапамогай сілы F_y механізме шарнір В як двухвалентная сувязь не дапускае адноснага паступальнага перамяшчэння стрыжняў 4, 5. Таму ў разліковых мадэлях на рысунку 3 валентнасць сувязі В паніжаецца – шарнір замяняецца стрыжнямі бесканечна малой даўжыні, якія дапускаюць перамяшчэнні ў перпендыкулярным да іх напрамку. Прыкладзеныя да звяна 4 рэакцыі \vec{R}'_{43} , \vec{R}''_{43} утрымліваюць звенні ад такіх перамяшчэнняў.

Знаходзім рэакцыю \vec{R}'_{43} . За незалежнае магчымае перамяшчэнне прымаем $\delta \varphi_4$ звяна 4 (рыс. 3,а). Яго імгненны цэнтр павароту знаходзіцца у пункце P_4 . Запісваем агульнае ўраўненне дынамікі (1):

$$M_{P_4}(\vec{R}'_{43})\delta \varphi_4 - M_{P_4}(\vec{F}_4)\delta \varphi_4 - M_4\delta \varphi_4 + M_{P_4}(\vec{F}'_5)\delta \varphi_4 = 0. \quad (5)$$

Ва ўраўненні (5) выносім за дужкі $\delta \varphi_4$. Паколькі $\delta \varphi_4 \neq 0$, то

$$M_{P_4}(\vec{R}'_{43}) - M_{P_4}(\vec{F}_4) - M_4 + M_{P_4}(\vec{F}'_5) = 0. \quad (6)$$

Тут $F'_5 = F_5 \cos \alpha_5$, $M_{P_4}(\vec{R}'_{43}) = R'_{43} l_{BP_4}$. З ўраўнення (6) знаходзім:

$$R'_{43} = \frac{1}{l_{BP_4}} [M_{P_4}(\vec{F}_4) + M_4 - M_{P_4}(\vec{F}'_5)].$$

Аналагічна вызначаем рэакцыю R''_{43} . На рысунку 3,б новы імгненны цэнтр павароту звяна 4 супадае з пунктам Е. Запісваем ураўненне (1):

$$M_{P_4}(\vec{R}''_{43})\delta \varphi_4 - M_{P_4}(\vec{F}_4)\delta \varphi_4 - M_4\delta \varphi_4 = 0. \quad (7)$$

Паколькі тут, як і раней, $\delta \varphi_4 \neq 0$, а $M_{P_4}(\vec{R}''_{43}) = R''_{43} l_{BE}$, то атрымліваем:

$$R''_{43} = \frac{1}{l_{BP_4}} [M_{P_4}(\vec{F}_4) + M_4].$$

$$\text{Поўная рэакцыя } R_{43} = \sqrt{(R'_{43})^2 + (R''_{43})^2}.$$

У прыведзеным прыкладзе выкарыстаны разліковыя мадэлі і знойдзены рэакцыі ў вярчальнай кінематычнай пары. Мадэлі для іншых злучэнняў прыведзены ў рабоце [4].

Заключэнне. Матэрыял выкладзенай тут распрацоўкі можа быць выкарыстаны як у курсе тэарэтычнай механікі, так і ў тэорыі механізмаў і машын пры арганізацыі навукова-даследчай работы студэнтаў, у курсавым праектаванні. Варта заўважыць, што нягледзечы на амаль агульны тэарэтычны падмурак курсаў тэарэтычнай механікі і тэорыі механізмаў і машын, састакаваны яны незадавальняюча. Таму нават добра падрыхтаваныя па тэарэтычнай механіцы студэнты губляюцца пры пераходзе да вывучэння курса тэорыі механізмаў і машын. Ускладняе разуменне новай дысцыпліны перш за ўсе неапраўданае

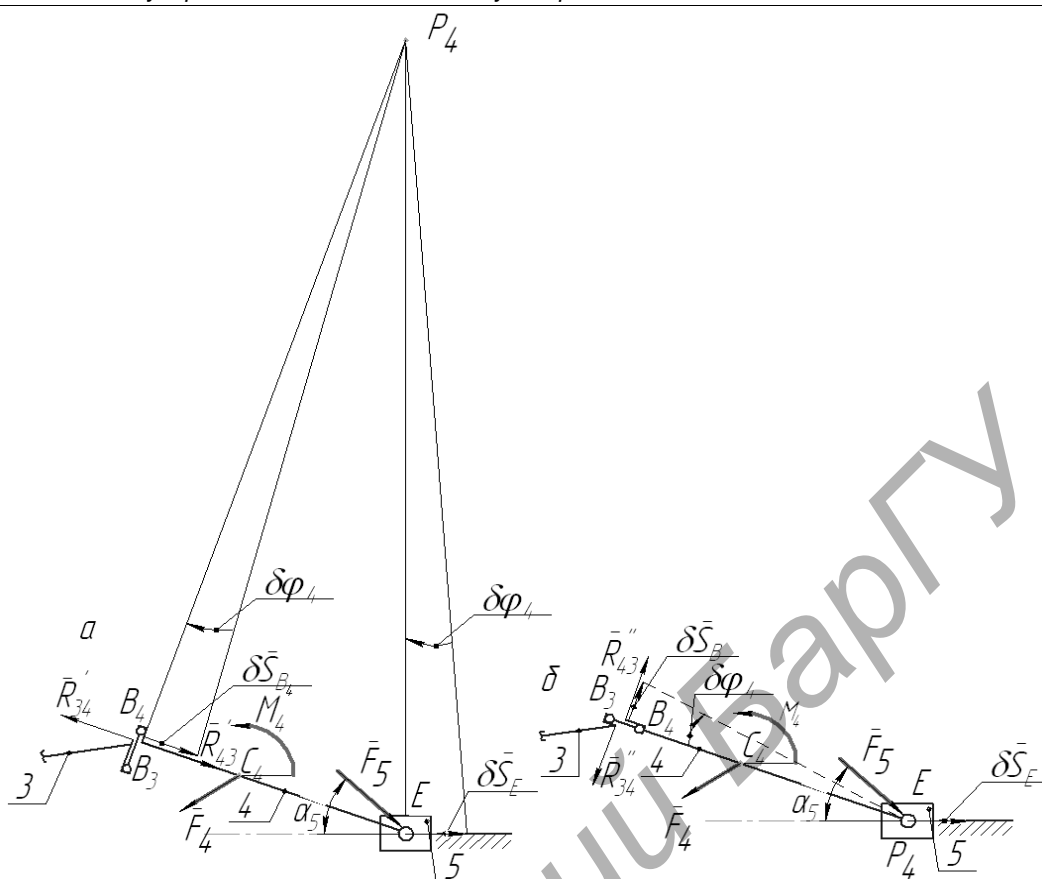


Рис. 3. Разлюковая мадэль для вызначэння рэакцыі сувязі В: а – мадэль для вызначэння R'_{43} ; б – мадэль для вызначэння R''_{43}

ўвядзенне ў ёй іншых абазначэнняў ужо абазначаных у тэарэтычнай механіцы велічынь. Раптоўна за кароткі прамежак часу ўводзіцца многа новых паняццяў, хоць частку з іх можна ўводзіць паступова са станоўчым метадычным эфектам у тэарэтычнай механіцы. Ужо ў першым яго раздзеле “Статыка”, як паказана ў рабоце [5], вельмі карысна ўвядзенне паняцця структурнай групы.

СПІС ВЫКАРЫСТАНЫХ КРЫНІЦ

1. Артобелевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артобелевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 496 с.
3. Машков, А.А. Теория механизмов и машин / А.А. Машков. – Минск: Выш. шк., 1971. – 471 с.
4. Русан, С.І. Асаблівасці методыкі выкладання прынцыпа магчымых прамяшчэнняў у тэхнічных універсітэтах / С.І. Русан // Теоретическая и прикладная механика: межвед. сб. науч.-метод. ст. – 2005. – № 18. – С. 234–240.
5. Русан, С.І. Структура плоскіх статычна вызначальных механічных сістэм / С.І. Русан. – Баранавічы: РВА БарДУ, 2007. – 70 с.

Материал поступил в редакцию 12.08.13

ZAYAC V.G., RUSAN S.I., TOLOCHINETS I.N. Alternative method of the analysis of flat lever mechanisms

In the article on an analytical method of power analysis of the flat lever mechanisms, alternative to a method of kinetostatics, is stated in the example. General equation of dynamics is assumed as basis of the method.

УДК 531.01-531.8

Русан С.І., Дрэмук У.А., Гаўрыленя А.К.

ГРАФААНАЛІТЫЧНАЯ РЭАЛІЗАЦЫЯ МЕТАДУ АСУРА

Агульная заўвага. Работы прафесара Пецярбургскага палітэхнічнага інстытута Л.В. Асура (1878–1920) па аналізу структуры механізмаў, надрукаваныя ў 1914–1918 гг., стварылі навуковы падмурак сучаснай дысцыпліны «Тэорыя механізмаў і машын». Графічны метад Асура паспяхова прымяняецца ў

кінематычным аналізе так званых трохпавадкавых груп. Як відаць з рысунка 1,а, трохпавадкавая група ўяўляе складаную механічную сістэму з чатырох рухомах целаў: базіснага звяна 7 і павадкаў 4, 5, 6, з дапамогай якіх структурная група далучаецца да звенняў 1, 2, 3 асноўнага механізма.

Дрэмук У.А., к.т.н., дацэнт, заг. каф. агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.

Гаўрыленя А.К., дацэнт каф. агульнанавуковых дысцыплін Баранавіцкага дзяржаўнага ўніверсітэта.

Беларусь, 225410, г. Баранавічы, Брэсцкай вобласці, вул. Кароліка, 8.