

**Заключение.** Применение модуля частотного анализа для расчета резонансных частот конструкции на этапе проектирования позволит оптимизировать физико-механические свойства изделия и повысить надежность разрабатываемой конструкции с точки зрения ее виброустойчивости и вибропрочности.

#### Список источников

1. Технология машиностроения : учеб. пособ. для вузов : в 2 кн. / Э. Л. Жуков, И. И. Козарь, С. Л. Мурашкин ; под ред. С. Л. Мурашкина. — М. : Высш. шк., 2003. — 278 с. — Кн. 1 : Основы технологии машиностроения.
2. Балакшин, Б. С. Теория и практика технологии машиностроения : в 2 кн. / Б. С. Балакшин. — М. : Машиностроение, 1982.
3. Основы проектирования технологических процессов и приспособлений. Методы обработки поверхностей / В. П. Фираго. — М. : Машиностроение, 1973. — 468 с.

*Д. А. Рожко*  
 Научный руководитель — *С. И. Русан*  
 УО БарГУ, г. Барановичи,  
 Республика Беларусь

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОДНОСТОРОННИХ СВЯЗЕЙ В СОСТАВНЫХ СИСТЕМАХ

Для определения реакций в сложных механических системах, необходимо решать системы линейных алгебраических уравнений высокого порядка. Для этого используют ЭВМ. В качестве примера здесь рассмотрена составная система из трех стержней, соединенных шарнирами и односторонними связями (рис. 1).

Необходимо найти реакции опор и силы во внутренних двусторонних и односторонних связях составной конструкции. Учсть, что при заданной схеме нагружения конструкции реакция возникает только в одной из односторонних связей  $E$  или  $F$ . Зазоры отсутствуют. При снятии внешних сил реакции внешних и внутренних связей обращаются в нуль.

Дано:  $P_1 = 12$  кН,  $P_2 = 15$  кН,  $M = 20$  кН·м,  $q = 2$  кН/м.

Определить реакции опор  $A$  и  $B$ , а так же усилия во внутренних двусторонних связях (шарнирах  $C$  и  $D$ ) и в односторонних связях ( $E$  и  $F$ ).

Решение: Так как в условии задачи отсутствует информация о том, в какой из односторонних связей возникает реакция, необходимо рассмотреть два случая. 1-й случай:  $R_F = 0$ . В этом случае элементы  $ED$  и  $AC$  конструкции прижаты один к другому и, следовательно, направление реакции  $R_E$  будет таким, как показано на рисунке 2. Связь  $F$  «не работает».

Сначала рассмотрим силы, приложенные к части  $AC$  конструкции (рис. 2, см. с. 62). Уравнения равновесия этой системы имеют следующий вид:

$$\sum M_{iC} = 0; -R_E + M + 8X_A = 0; \quad (1)$$

$$\sum X_i = 0; X_C + X_A - RE = 0; \quad (2)$$

$$\sum Y_i = 0; Y_C + Y_A = 0. \quad (3)$$

Затем запишем систему уравнений равновесия для сил, приложенных к элементу  $CD$  (рис. 3, см. с. 62):

$$Q = 5q$$

$$\sum M_{iD} = 0; -2,5Q + 3P_2 - 6X'_C - 5Y'_C = 0; \quad (4)$$

$$\sum X_i = 0; X'_C + X'_D - P_2 = 0; \quad (5)$$

$$\sum Y_i = 0; Y'_C + Y'_D - Q = 0. \quad (6)$$

Далее переходим к рассмотрению системы уравновешивающихся сил, приложенных к элементу  $EB$  (рис. 4, см. с. 62):

$$\sum M_{iB} = 0; -5R'_E - 2X'_D - 5P_1 \sin 60^\circ = 0; \quad (7)$$

$$\sum X_i = 0; X'_D + X_B + P_1 \cos 60^\circ = 0; \quad (8)$$

$$\sum Y_i = 0; Y'_D + Y_B - P_1 \sin 60^\circ = 0. \quad (9)$$

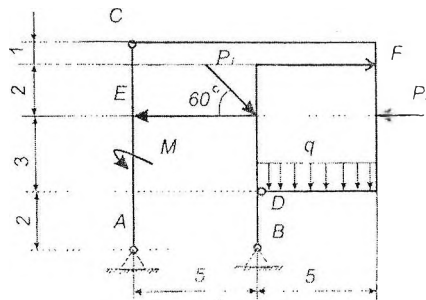


Рисунок 1

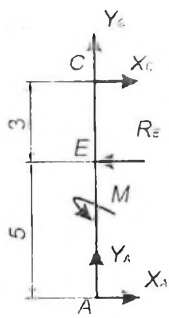


Рисунок 2

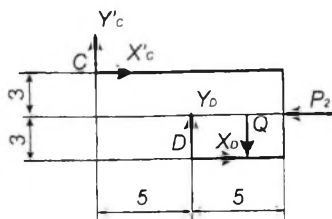


Рисунок 3

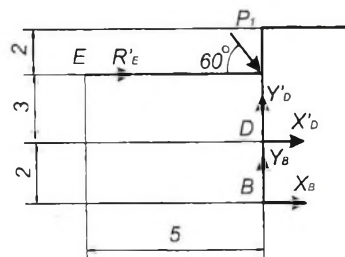


Рисунок 4

Запишем уравнения, выражающие равенство действия и противодействия в шарнирах C и D.

Для шарнира C:

$$\sum Y_i = Y'_C + Y_C = 0; \quad (10)$$

$$\sum X_i = X'_C + X_C = 0. \quad (11)$$

Для шарнира D:

$$\sum Y_i = Y'_D + Y_D = 0; \quad (12)$$

$$\sum X_i = X'_D + X_D = 0. \quad (13)$$

Учитывая это, а также  $R'_E = -R_E$ , представим систему уравнений (1—9) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} -3R_E + M + 8X_A &= 0 \\ X_C + X_A - R_E &= 0 \\ Y_C + Y_A &= 0 \\ -2,5Q + 3P_2 + 6X_C + 5Y_C &= 0 \\ -X_C - X_D - P_2 &= 0 \\ -Y_C - Y_D - Q &= 0 \\ 5R_E + 2X_D - 5P_1 \sin 60^\circ &= 0 \\ -X_D + X_B + P_1 \cos 60^\circ &= 0 \\ Y_D + Y_B - P_1 \sin 60^\circ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Система линейных алгебраических уравнений (14) определяет истинные значения всех искомых сил лишь при условии, что ее корень  $R_E > 0$ .

2-й случай:  $R_E = 0$ . В этом случае элементы FD и CD прижаты один к другому и, следовательно, направление реакции  $R_F$  будет таким, как показано на рисунке 6. Связь E «не работает».

Рассмотрим систему сил, приложенных к части AC конструкции (рис. 5):

$$\sum M_{iC} = 0; \quad M + 8X_A = 0; \quad (15)$$

$$\sum X_i = 0; \quad X_A + X_C = 0; \quad (16)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A + Y_C = 0. \quad (17)$$

Запишем уравнения равновесия сил, приложенных к элементу CD конструкции (рис. 6):

$$\sum M_{iD} = 0; \quad -6X'_C - 5Y'_C - 2,5Q + 3P_2 - 5R_F = 0; \quad (18)$$

$$\sum X_i = 0; \quad X_D + X'_C - P_2 + R_F = 0; \quad (19)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y'_C + Y_D - Q = 0. \quad (20)$$

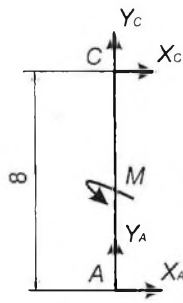


Рисунок 5

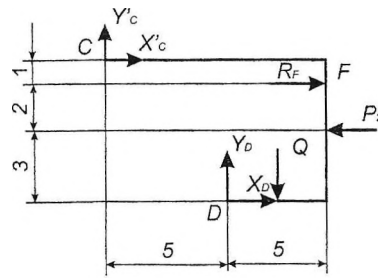


Рисунок 6

Запишем уравнения равновесия сил, приложенных к элементу  $FB$  конструкции:

$$\sum M_{iB} = 0; -2X'_D + 7R'_F - 5P_1 \sin 60^\circ = 0; \quad (21)$$

$$\sum X_i = 0; Y'_D + Y_B - 5P_1 \sin 60^\circ = 0; \quad (22)$$

$$\sum Y_i = 0; X'_D + X_B + P_1 \cos 60^\circ = 0. \quad (23)$$

Учитывая и здесь результаты, вытекающие из уравнений (10—13), перепишем систему уравнений (15—23) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} M + 8X_A &= 0 \\ X_A + X_C &= 0 \\ Y_A + Y_C &= 0 \\ 6X_C + 5Y_C - 2,5Q + 3P_2 - 5R_F &= 0 \\ X_D - X_C - P_2 + R_F &= 0 \\ -Y_C + Y_D - Q &= 0 \\ 2X_D - 7R_F - 5P_1 \sin 60^\circ &= 0 \\ -Y_D + Y_B - P_1 \sin 60^\circ &= 0 \\ -X_D + X_B + P_1 \cos 60^\circ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Система линейных алгебраических уравнений (24) определяет истинные значения всех неизвестных лишь в случае, когда ее корень  $R_F > 0$ .

Системы уравнений (14) и (24) с учетом значений  $P$ ,  $M$  и  $Q$  перепишем в матричной форме:

$$A_1 X_1 = B; \quad (25)$$

$$A_2 X_2 = B. \quad (26)$$

Системы (25) и (26) должны решаться совместно с неравенствами «ключами», выбирающими систему уравнений равновесия. Если в процессе решения системы (25) выясняется, что  $R_E > 0$ , то уравнениями равновесия рассматриваемой конструкции являются уравнения (25). Если же оказывается, что  $R_E < 0$ , то, следовательно,  $R_F > 0$ , а по этому уравнениями равновесия являются уравнения (26). Для решения применяем программу, которая вычисляет системы линейных алгебраических уравнений. Результаты расчета приведены в представленной ниже таблице:

$R_E$	$X_A$	$Y_A$	$X_B$	$Y_B$	$X_D$	$Y_D$	$X_C$	$Y_C$
22,933	6,1	24,2	-37,833	24,2	-31,833	14,2	16,833	-24,2

Из таблицы видно, что реакция  $R_E > 0$ . Это значит, что при заданной схеме нагружения составной конструкции «работает» связь  $E$ , а в связи  $F$  усилие не возникает.

Для проверки правильности произведенных расчетов следует убедиться в том, что соблюдаются уравнения равновесия для сил, приложенных ко всей конструкции.