

**БЕЛОРУССКИЙ ИНСТИТУТ ПРАВОВЕДЕНИЯ
БАРАНОВИЧСКИЙ ФИЛИАЛ**

ДИСТАНЦИОННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Л. Г. Чичкан, Г. Я. Житкевич

СТАТИСТИКА

**Учебно-методическое
пособие**

**Минск
НО ООО «БМП-С»
2003**

Рекомендовано редакционно-издательским советом НО ООО «БИП-С»

Составитель:

ст. преп. Чичкан Л. Г.; проф. Житкевич Г. Я.

Статистика: Учебн.-метод. пособие / Сост. Чичкан Л. Г.; Житкевич Г. Я. – Мн.: НО ООО «БИП-С», 2003. – 62 с.

Данное учебное пособие позволяет изучить теоретические основы формирования основных статистических показателей, освоить методологию их расчета и анализа, применить его для решения задач. Оно содержит все темы курса «Статистика» в соответствии с программой и предназначено для студентов экономических специальностей. Числовые показатели, приведенные в задачах, условны.

Учебное пособие предназначено для дистанционного образования и включает в себя: а) краткое изложение теоретического материала; б) примеры решения типовых задач; в) условия задач для самостоятельного решения студентами; г) тесты, д) глоссарий.

ВВЕДЕНИЕ

В современном обществе статистика стала одним из важнейших инструментов управления народным хозяйством. Она собирает информацию, характеризующую развитие экономики страны, культуры и жизненного уровня народа. С помощью статистической методологии вся полученная информация обобщается, анализируется и в результате дает возможность увидеть стройную систему взаимосвязей в экономике, яркую картину и динамику развития, позволяет делать международные сопоставления.

В условиях перехода к рыночным отношениям перед статистической теорией и практикой встает новая задача – реформирование общеметодологических и организационных ее основ.

Особое место отводится такой отрасли статистической науки, как теория статистики, которая является важным инструментом, обеспечивающим теоретическую и методологическую подготовку специалистов высшей квалификации, а также менеджеров, коммерсантов, бухгалтеров и тех, кто избрал статистику своей профессией.

Курс «Статистика» является первой частью единой статистической науки. В курсе изучаются общие категории, принципы и методы статистической науки, последовательно рассматриваются вопросы, возникающие на стадии статистического наблюдения, сводки первичного материала и его последующей обработки.

Задачи изучения теории статистики. В результате изучения курса теории статистики студенты должны овладеть знаниями общих основ статистической науки и общими навыками проведения статистического исследования.

Студенты должны знать: научные принципы организации статистических служб, их современную организацию; принципы и методы организации сбора статистических данных; принципы и методы обработки результатов статистического наблюдения (его материалов); сущность обобщающих статистических показателей – абсолютных статистических величин, средних, показателей вариации, динамики, взаимосвязи, основы анализа статистических данных.

Студенты должны уметь: организовать и провести сплошное и несплошное наблюдение; строить статистические таблицы; исчислять различные статистические показатели (абсолютные и относительные, средние, показатели вариации, аналитические показатели динамики, показатели тесноты связи); анализировать статистические данные и формулировать выводы, вытекающие из анализа данных.

ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ

Статистика имеет свой предмет изучения. Она изучает количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной, исследует количественное выражение закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

Свой предмет статистика изучает при помощи определенных категорий, т. е. понятий, отражающих наиболее общие и существенные свойства, признаки, связи и отношения предметов и явлений объективного мира.

В статистике таких показателей пять.

1. *Статистическая совокупность* – это совокупность объектов, явлений, объединенных общей связью, но отличающихся друг от друга отдельными признаками.

2. *Единица совокупности* – это первичный элемент, являющийся носителем признаков.

3. *Признак* – это черты и свойства единиц совокупности.

4. *Статистический показатель* – это понятие (категория), отражающее количественные характеристики соотношения признаков общественных явлений. Статистические данные – это конкретные числовые значения статистических показателей.

5. Система статистических показателей – это совокупность статистических показателей, отражающая взаимосвязи, которые существуют между явлениями.

Специфические приемы, с помощью которых статистика изучает свой предмет, образуют статистическую методологию.

Во всяком статистическом исследовании можно выделять три последовательные стадии.

1. Статистическое наблюдение, т. е. сбор первичного статистического материала.

2. Сводка результатов наблюдения в определенные совокупности.

3. Анализ полученных сводных материалов.

На этих стадиях статистического исследования применяются специфические методы, образующие статистическую методологию и обусловленные спецификой предмета статистики.

Метод массовых наблюдений и закон больших чисел. На первой стадии статистической работы – на стадии статистического наблюдения – перед статистикой стоит задача: учесть каждый единичный факт и индивидуальные значения присущих ему признаков. Характерным для этой стадии является *метод массовых наблюдений*. Статистическое наблюдение всегда массовое. Это объясняется тем, что статистика изучает закономерности, кото-

рые проявляются в массовых явлениях. В индивидуальных значениях признаков проявляются не только общие для всех единиц совокупности обстоятельства и причины, но и индивидуальные причины, случайные для всей массы фактов. Так, на выработку каждого отдельного рабочего в определенный день влияют не только общие условия производства, но и индивидуальные причины. Эти индивидуальные факторы могут влиять как на увеличение, так и на уменьшение индивидуальной выработки. В обобщающих показателях, исчисленных на основе массового наблюдения, взаимно погашаются следствия, порожденные этими случайными причинами, и остаются следствия, обусловленные общими для всех фактов причинами. В этом проявляется действие закона больших чисел, который требует достаточно большого числа наблюдений для того, чтобы статистические характеристики были типичны и свободны от влияния случайных факторов.

ТЕСТЫ

1. Статистика изучает:

- а) политическое состояние государства;
- б) состояние государства в словесной форме, без цифр и вне динамики;
- в) массовые явления и характеризует их с количественной и качественной сторон и выявляет закономерности;
- г) общественные явления с помощью числовых характеристик.

2. Органы государственной статистики финансируются за счет:

- а) кредитов банка;
- б) средств государственного бюджета;
- в) средств заказчиков;
- г) средств государственного бюджета и средств заказчиков.

3. Закон РБ «О государственной статистике» был принят в:

- а) 1998г.;
- б) 1997г.;
- в) 1996г.;
- г) 1995г.

4. Основой статистики являются следующие науки:

- а) история, макроэкономика;
- б) география, обществоведение, экономика;
- в) экономическая теория, микро- и макроэкономика;
- г) история, география, экономика.

5. Статистика использует в своих исследованиях следующие методы:

- а) индексный метод и метод сводки;
- б) методы средних и относительных величин, метод группировки;

- в) метод статистического наблюдения, метод средних величин;
- г) метод сводки и группировки, метод статистического наблюдения, метод средних и относительных величин, индексный метод.

6. Закон «О государственной статистике РБ» распространяется на:

- а) государственные предприятия;
- б) юридические лица;
- в) юридические лица всех форм собственности, предпринимателей и физических лиц;
- г) предпринимателей с образованием юридического лица.

ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Обеспечение статистики материалами, необходимыми для успешного выполнения стоящих перед ней задач, требует соответствующей организации статистического наблюдения. Статистическое наблюдение – это научно организованный способ получения сведений о явлениях и процессах общественной жизни. Статистическое наблюдение – первый этап статистической работы. Например, необходимо изучить состав рабочих и служащих промышленного предприятия зарегистрировать данные о возрасте, поле, профессии, квалификации, стаже работы, заработной плате.

Собранные массовые данные должны быть строго достоверными, полными, объективными. Только в этом случае они обеспечат правильность выводов. Регистрация первичного материала должна проводиться по заранее составленному плану, в котором предусматриваются программные и организационные вопросы.

Организационные мероприятия по осуществлению наблюдения включают:

Во-первых, определение цели и задачи статистического наблюдения. При этом указываются то общественное явление и те стороны, которые подлежат изучению исходя из практических и научных нужд.

Во-вторых, установление объекта и единицы наблюдения. Объектом статистического наблюдения является совокупность, в рамках которой проводится исследование. Заводы, выпускающие грузовые и легковые автомобили, выделенные для исследования, представляют собой статистическую совокупность. Правильное установление объекта наблюдения и его границ имеет важное значение как при организации специальных статистических обследований, так и при организации статистической отчетности.

В третьих, разработку программы наблюдения и инструкции к ней. Самым основным моментом организации статистического наблюдения является составление программы.

Программа статистического наблюдения определяется задачами статистического исследования. Она содержит в себе перечень признаков, которые подразделяются на:

- признаки сходства;
- определяющие признаки;
- варьирующие признаки.

В-четвертых, разработку статистического формуляра (особого документа): отчета, карточки, анкеты.

Например, сведения о каждом из автомобильных заводов (единице наблюдения) могут быть занесены в карточку такой формы:

Наименование и марки автомашин	Единица измерения	Виды автомашин	Фактический выпуск за год	Действующая оптовая цена предприятия за единицу, р.	Стоимость выпуска, р.	Кому отпускается
А	Б	1	2	3	4	5

Статистическая теория установила ряд *принципов и правил* организации и проведения наблюдения. Прежде всего, это одновременность и периодичность наблюдения, т. е. необходимо собирать статистический материал одновременно на всей территории страны и периодически это повторять. Примером тому может служить действующая государственная система отчетности, а также различные переписи.

Основным законом статистики является *строгая достоверность статистического материала*. Это требование относится прежде всего к статистическому наблюдению. Ошибки, возникающие в процессе наблюдения, могут быть различны. Так, при составлении отчетности источником ошибок могут быть ошибки первичного учета, но возможны и преднамеренные ошибки с целью завышения показателей фактического выполнения плана. Эти ошибки преследуются как преступление уголовного характера. Органы государственной статистики, вышестоящие органы должны тщательно контролировать статистическую отчетность.

В процессе проведения специального статистического обследования возможны ошибки регистрации. Они также могут быть преднамеренными и непреднамеренными. Устранение этих ошибок достигается путем тщательного контроля собранного материала и путем организации контрольной выборочной проверки. Кроме того, для предупреждения этих ошибок необходимо тщательно подбирать и инструктировать кадры.

Ошибки наблюдения можно выявить и при хорошей организации контроля статистических отчетов, статистических бланков. Применяются два вида контроля: счетный (арифметический) и логический. Счетный контроль — это проверка итогов, отдельных числовых показателей, вытекающих один из другого. Логический контроль — это сопоставление ответов на взаимосвязанные между собой вопросы программы наблюдения.

Формы статистического наблюдения. В статистике используются три организационные формы (типы) статистического наблюдения:

- отчетность предприятий;
- специально организованное статистическое наблюдение (переписи, единовременные учеты, обследования сплошного и несплошного характера);
- регистры.

Статистическая отчетность. *Отчетность* — это основная форма статистического наблюдения, с помощью которой статистические органы в определенные сроки получают от предприятий, учреждений и организаций необ-

ходимые данные в виде установленных в законном порядке отчетных документов, скрепляемых подписями лиц, ответственных за представление и достоверность собираемых сведений.

Отчетность – это официальный документ, содержащий статистические сведения о работе предприятия, учреждения, организации, фирмы.

Статистическую отчетность делят на *типовую* и *специализированную*.

Для отчетности характерно то, что она:

- 1) утверждается органами государственной статистики;
- 2) имеет обязательный характер;
- 3) имеет юридическую силу, так как подписывается руководителем предприятия;
- 4) имеет документальную обоснованность, т. к. все данные базируются на документах первичного учета.

По срокам представления отчетность бывает *ежедневная, недельная, двухнедельная, месячная, квартальная и годовая*.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

Цель статистического наблюдения – изучить состав студентов группы 22. Определить, какие признаки следует включать в программу данного наблюдения.

Решение:

В программу статистического наблюдения должны быть включены самые существенные признаки, такие как:

фамилия, имя, отчество;
год рождения;
место рождения;
пол;
образование;
стаж работы;
состояние в браке (состоит, не состоит);
средний балл аттестата, диплома и др.

Задача 2

Сведения о промышленных предприятиях района за 2001 г.

Наименование предприятия	Выпуск продукции, тыс. р.	Производительность труда, р.	Средняя месячная заработная плата, дол.
Обувная фабрика	7300	8500	121
Мебельная фабрика	2850	6380	138
Машиностроительный завод	13925	9430	144

Определите:

что является объектом и единицей статистического наблюдения;
какими признаками характеризуются единицы данного статистического наблюдения;
какие признаки являются определяющими, а какие варьирующими.

Решение:

1. Объектом статистического наблюдения является совокупность промышленных предприятий.

2. Единицей статистического наблюдения является каждое отдельное промышленное предприятие.

3. Каждая единица статистического наблюдения характеризуется следующими признаками: выпуском продукции, производительностью труда, средней месячной заработной платой.

4. Определяющим признаком является то, что все предприятия – промышленные.

5. Варьирующими признаками будут: выпуск продукции, производительность труда, средняя месячная заработная плата.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Составьте перечень важнейших признаков, характеризующих следующие единицы статистического наблюдения:

- а) совместное предприятие;
- б) фермерское хозяйство;
- в) негосударственное учебное заведение: школа, вуз;
- г) коммерческий банк;
- д) некоммерческая организация (выберите организацию сами).

Задача 2

Составьте инструментарий статистического обследования по сбору данных для анализа:

- а) экологической обстановки в регионе;
- б) эффективности рекламных объявлений;
- в) качества и стоимости обучения в вузе.

Задача 3

Составьте анкету опроса покупателей лыж или другой спортивной продукции, в которой все вопросы были бы:

- а) открытыми;
- б) закрытыми.

Задача 4

Определите форму, способ и виды следующих статистических наблюдений:

- а) всеобщей переписи населения страны;
- б) обследования цен производителей продукции;
- в) обследования потребительских цен;
- г) бюджетных обследований.

Задача 5

Определите вид статистического наблюдения, который целесообразно избрать при проведении следующего обследования:

- а) книжному кноску вашего вуза необходима информация об оценке студентами состава предлагаемой им учебной литературы.

Задача 6

Определите вид статистического наблюдения, который целесообразно избрать при проведении следующих обследований:

- а) фирме, выпускающей диетические продукты питания, требуется информация о потребностях жителей региона в продукции;
- б) редакции газеты нужна информация об отношении населения региона к строительству крупного промышленного объекта.

ТЕСТЫ

1. Статистическое наблюдение – это:

- а) учет фактов путем регистрации фактов;
- б) анкетирование;
- в) научно-организованный по единой программе учет фактов о процессах общественной жизни;
- г) наблюдение, основанное на использовании данных бухгалтерского и оперативного учета.

2. Статистическая совокупность – это:

- а) все объекты наблюдения;
- б) первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем признаков;
- в) качественно однородные группы фактов, явлений, людей по одному или нескольким признакам;
- г) перечень признаков, характеризующих статистическую совокупность.

3. Ценз – это:

- а) черты и свойства единиц совокупности;
- б) численно выраженные варианты;
- в) признаки, на основании которых явления и предметы объединены в одну группу;

г) признак ограничительный, которому должны удовлетворять все единицы совокупности.

4. Видами статистического наблюдения являются:

- а) учетно-статистическое, специально организованное, реестровое;
- б) сплошное, текущее, единовременное, специально организованное;
- в) текущее, единовременное, сплошное и несплошное;
- г) специально организованное, сплошное, единовременное, реестровое.

5. Корреспондентский способ опроса означает:

- а) лицо само регистрирует факты;
- б) регистратор опрашивает лицо и с его слов заполняет бланк обследования;
- в) организация рассылает бланки к отдельным лицам с просьбой их заполнить;
- г) получение анкет, форм отчетности.

6. Статистическая отчетность – это:

- а) показатели, характеризующие работу предприятий;
- б) табель отчетности;
- в) официальный документ, содержащий статистические сведения о работе подотчетного предприятия;
- г) перечень отчетных форм, которые предприятие должно представить в статистические органы;

7. За несвоевременное предоставление отчетности налагается штраф в размере:

- а) 10–20 минимальных заработных плат;
- б) 150–300 минимальных заработных плат;
- в) 50–100 минимальных заработных плат;
- г) 20–50 минимальных заработных плат;

СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В результате статистического наблюдения получают большое количество данных, сведений, характеризующих каждую единицу совокупности. Первичные данные необходимо систематизировать и обобщить, т. е. надо перейти от характеристики единичного факта к характеристике групп единиц и совокупности в целом. Поэтому вторым этапом статистического исследования является статистическая сводка. *Статистическая сводка – это научная обработка первичных данных для обобщенной характеристики всей совокупности.* Например, в результате переписи населения поступили данные о каждом гражданине страны по ряду признаков. Этот первичный материал подвергается научной обработке: определяется общая численность населения, численность мужчин и женщин, численность городского и сельского населения отдельных городов, областей, краев, республик и т. д.

Основная задача сводки – обобщить материал, дать характеристику всей совокупности, выявить закономерности массовых процессов, которые в ней содержатся и проявляются в обобщающих показателях. Содержание статистической сводки можно представить в виде следующих элементов:

- статистической группировки, т. е. расчленения исследуемого явления на части (группы и подгруппы);
- разработки системы показателей, характеризующих эти группы и подгруппы;
- подсчета групповых и общих итогов;
- изложения полученных результатов в виде таблиц.

Пример. Рассмотрим значение статистической сводки и сущность перечисленных ее элементов. В процессе статистического наблюдения экспериментального участка приборостроительного завода собраны следующие сведения:

Табельный номер рабочего	Образование, окончено классов	Разряд	Степень выполнения нормы, %	Стаж работы (общий)	Заработная плата за месяц, тыс. р.
001	7	6	102	27	165
002	10	5	107	10	135
003	10	4	109	8	122
004	10	6	120	24	172
005	10	4	105	7	120
006	10	4	103	11	119
007	10	5	130	12	146
008	10	4	110	8	124

На основании материалов наблюдения сделаем сводку, т. е. подсчитаем общее количество рабочих (8 чел.), общий стаж работы (107 лет) и общую сумму начисленной заработной платы за месяц (1103 тыс. р.). В процессе сводки статистический материал упорядочивают, систематизируют, делят на группы по существенным признакам.

Группировкой называется распределение изучаемого явления на однородные группы. Признаки, по которым производится распределение единиц изучаемой совокупности на группы, называются *группировочными признаками* или *основанием группировки*.

В зависимости от вида группировочных признаков различают группировки по:

1) атрибутивным (качественным) признакам – пол, образование, семейное положение;

2) количественным признакам:

а) дискретные, которые имеют одно количественное значение (тарифный разряд, число членов семьи, число комнат в квартире);

б) интервальные – значение варианты даны в виде интервалов (до 100%, от 100 до 120%, от 120 до 150% и т. д.).

При составлении структурных группировок на основе варьирующих количественных признаков определяют:

1) количество групп по формуле американского ученого Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N,$$

где N – число единиц совокупности.

2) величину интервала по формуле

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

где i – размер интервала; $x_{\max}$ – максимальное значение признака; $x_{\min}$ – минимальное число признака; n – число групп.

Количество групп и величина интервала связаны между собой: чем больше образовано групп, тем меньше интервал, и наоборот. При определении количества групп необходимо стремиться к тому, чтобы были учтены особенности изучаемого явления.

Интервалы могут быть:

1) равными;

2) неравными – прогрессивно возрастающие или убывающие;

3) открытыми – когда имеется только верхняя либо нижняя граница (до 100%; свыше 100%).

4) закрытыми (от 100 до 110%).

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

Произвести группировку с равными интервалами по данным об уровне производительности труда рабочих, которая в 2002 г. колебалась в пределах от 600 до 750 тыс. рублей. При этом выделить 5 групп.

Решение:

1. Определяем величину интервала: $i = \frac{750 - 600}{5} = 30$.

2. Образует группы по уровню производительности труда с равным интервалом – 30 тыс. рублей.

- 1) 600–630;
- 2) 630–660;
- 3) 660–690;
- 4) 690–720;
- 5) 720–750.

Задача 2

Имеются следующие данные о добыче угля за 2002г. по 20 шахтам:

№ шахты	Среднесуточная добыча угля, т	№ шахты	Среднесуточная добыча угля, т	№ шахты	Среднесуточная добыча угля, т	№ шахты	Среднесуточная добыча угля, т
1	594	6	1315	11	1946	16	2156
2	1102	7	1903	12	2057	17	1210
3	1068	8	1481	13	1681	18	2345
4	2015	9	1542	14	1984	19	1982
5	925	10	826	15	2116	20	1359

Проведите группировку по размерам среднесуточной добычи угля, образовав 5 групп.

Определите в каждой группе: а) число шахт; б) общую добычу угля по группам шахт; в) среднюю добычу угля на 1 шахту по группам и по всем шахтам.

Решение:

1. Определяем размер интервала: $i = \frac{2345 - 594}{5} = \frac{1750}{5} \approx 350$.

2. Построим таблицу и рассчитаем показатели:

Группы по размерам среднесуточной добычи угля, т	Количество шахт	Общая добыча угля по группам шахт, т	Средняя добыча угля по группам, т
1	2	3	4
594-944	3	2345	781,7

1	2	3	4
944-1294	3	3380	1126,7
1294-1644	4	5697	1424,2
1644-1994	5	9499	1899,8
1994-2345	5	10 689	2137,8
Итого:	20	31 610	1580,5

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

В литейном цехе черновой вес отливок детали № 6 в килограммах равен:

16,0	16,4	16,2	16,1	16,3	16,0	16,1	16,3
16,2	16,5	16,0	16,4	16,4	16,1	16,2	16,4
16,2	16,1	16,4	16,2	16,0	16,4	16,3	16,2
16,3	16,4	16,5	16,1	16,2	16,3	16,5	16,2
16,1	16,2	16,4	16,5	16,4	16,2	16,2	16,3

Допустимая черновая масса отливок составляет от 16,1 до 16,4 кг.

Распределите отливки на группы с одинаковым весом в убывающем порядке. Определите количество деталей в каждой группе.

Установите, сколько отливок и по каким группам пойдет в брак.

Задача 2

Ниже приведен список рабочих цеха металлоизделий – мебельной фурнитуры:

Абакумов В. К.	– зенковщик
Акопян В. Л.	– сборщик мебельной фурнитуры
Антонов С. Я.	– штамповщик
Антронов В. Я.	– никелировщик
Бабочкин А. С.	– кочегар
Белов Л. А.	– сборщик мебельной фурнитуры
Боброва Ф. А.	– штамповщица
Бубнова П. Х.	– зенковщица
Воронцова М. Ф.	– подсобная рабочая
Голицын С. Н.	– сборщик мебельной фурнитуры
Громова М. А.	– никелировщица
Дунаев К. В.	– шлифовщик
Ляпин Г. В.	– электромонтер
Матушевич А. Г.	– никелировщик
Москвина Е. Г.	– шлифовщица

- Носко П. И. – зенковщица
 Орлов В. С. – никелировщик
 Остапенко Ф. С. – никелировщик
 Ошейнин П. К. – шлифовщик
 Пантелеева М. З. – зенковщица
 Пастухова Я. П. – сборщица мебельной фурнитуры
 Румянский С. П. – штамповщик
 Сапожникова Г. С. – сборщица мебельной фурнитуры
 Сенина В. Г. – никелировщица
 Проведите группировку рабочих по профессиям.

Задача 3

Ниже приведены данные оперативного учета качества работ на одном из участков цеха:

Табельный номер рабочего	Шифр качества работ	Табельный номер рабочего	Шифр качества работ	Табельный номер рабочего	Шифр качества работ
875	02	596	01	763	02
943	03	738	02	859	03
679	02	937	01	647	01
514	02	626	02	995	03
725	01	844	02	831	02
621	02	719	02	656	02
742	03	617	01	789	03

Распределите на группы рабочих по качеству выполненных ими за отчетный период работ.

Задача 4

Имеются следующие данные о работе 20 предприятий:

№ п/п	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн дол.	Среднегодовое число работающих за отчетный период, чел.	Производство продукции за отчетный период, млн дол.	Выполнение плана, %
1	2	3	4	5
1	400	360	700	95,3
2	480	380	740	98,2
3	600	220	1100	112,6
4	700	460	1220	100,6
5	450	395	780	105,1

* 01 – сдача без предъявления ОТК; 02 – сдача по первому предъявлению; 03 – сдача с частичным браком.

1	2	3	4	5
6	480	280	630	100,5
7	680	580	890	90,1
8	730	200	1100	120,9
9	1200	470	2180	115,1
10	890	340	1420	114,7
11	1020	530	1680	102,1
12	560	250	710	100,9
13	480	180	620	105,0
14	730	270	1470	119,1
15	660	235	1110	116,3
16	930	610	1170	98,7
17	520	380	790	100,0
18	670	290	970	107,1
19	740	310	1200	109,2
20	820	470	1370	100,8
	13 740	7 210	21 850	

1. По данным таблицы построить ряд распределения по стоимости основных фондов с равными закрытыми интервалами, образовав пять групп предприятий. Подсчитать количество заводов в каждой группе. Сделать выводы.

2. По данным таблицы построить ряд распределения по числу работающих, образовав пять групп предприятий с равными интервалами. По каждой группе определить:

- число предприятий;
- стоимость основных производственных фондов;
- объем производства продукции.

Задача 5

В результате обследования специалистов конструкторского и технологического отделов завода по уровню образования получены следующие данные:

№ п/п	Образование	Пол	№ п/п	Образование	Пол
1	2	3	1	2	3
1	Высшее	Муж.	5	Среднетехническое	Жен.
2	Среднетехническое	Муж.	6	Среднетехническое	Муж.
3	Высшее	Муж.	7	Высшее	Жен.
4	Среднетехническое	Жен.	8	Высшее	Жен.

1	2	3	1	2	3
5	Среднетехническое	Жен.	15	Среднетехническое	Муж.
6	Среднетехническое	Муж.	16	Среднее	Жен.
7	Высшее	Жен.	17	Высшее	Муж.
8	Высшее	Жен.	18	Высшее	Жен.
9	Среднее	Жен.	19	Среднетехническое	Жен.
10	Высшее	Жен.	20	Среднетехническое	Жен.
11	НСШ	Жен.	21	Высшее	Муж.
12	Среднетехническое	Муж.	22	Высшее	Муж.
13	Высшее	Жен.	23	Среднетехническое	Муж.
14	Высшее	Жен.	24	Высшее	Муж.

Произвести группировку специалистов:

- 1) по уровню образования;
- 2) по полу.

Задача 6

Имеются данные о стаже работы и средней месячной заработной плате рабочих механического цеха.

№ п/п	Стаж работы, лет	Среднемесячная заработная плата, дол.	№ п/п	Стаж работы, лет	Среднемесячная заработная плата, дол.
1	2,0	45	16	10,5	68
2	1,0	44	17	7,5	48
3	6,0	56	18	5,0	47
4	6,5	55	19	4,0	46
5	10,5	80	20	4,5	48
6	13,0	82	21	15,0	85
7	13,5	83	22	8,0	68
8	4,5	46	23	8,2	69
9	6,0	47	24	9,0	60
10	12,0	69	25	6,0	46
11	14,5	81	26	4,5	44
12	16,0	83	27	5,0	46
13	1,0	44	28	8,0	49
14	9,0	50	29	10,0	68
15	8,3	48	30	6,5	50

Произвести группировку рабочих по стажу работы, образовав 4 группы с неравными интервалами. Каждую группу охарактеризовать следующими показателями:

- 1) число рабочих;
- 2) средний стаж работы;
- 3) среднемесячная заработная плата одного рабочего.

Результаты группировки представить в виде аналитической таблицы. Сделать краткие выводы о зависимости уровня заработной платы рабочих от стажа работы.

Задача 7

По 20 предприятиям отрасли имеются следующие данные об электровооруженности труда и средней выработке продукции рабочего за отчетный период:

№ предприятия	Электровооруженность труда, кВт-ч/чел-час	Средняя выработка продукции, тыс. долл.	№ предприятия	Электровооруженность труда, кВт-ч/чел-час	Средняя выработка продукции, млн р.
1	7	8,0	11	3	4,0
2	5	6,7	12	6	7,8
3	4	5,3	13	4	6,3
4	5	6,3	14	5	7,0
5	4	5,6	15	4	6,1
6	3	3,5	16	6	7,6
7	6	7,3	17	5	6,9
8	6	8,0	18	6	7,9
9	5	6,0	19	7	8,7
10	5	6,4	20	3	3,9

Провести аналитическую группировку предприятий по уровню электровооруженности труда. Каждую выделенную группу охарактеризовать следующими признаками:

- 1) количество предприятий – всего и в процентах к итогу;
- 2) средняя выработка продукции на одного рабочего.

Результаты группировки представить в виде статистической таблицы. Сделать краткие выводы.

ТЕСТЫ

1. Статистическая группировка – это:

- а) научная обработка первичных данных для обобщенной характеристики всей совокупности;
- б) переход от единичных сведений к сведениям о совокупности в целом и о группах единиц;

- в) распределение единиц совокупности на однородные группы;
- г) выявление и характеристика социально-экономических типов.

2. Величина равного интервала определяется по формуле:

а) $X_{\max} - X_{\min}$;

б) $\frac{X_{\max}}{X_{\min}}$;

в) $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}$;

г) $\frac{X_{\max}}{n}$.

3. Интервалы бывают:

- а) результативными, открытыми;
- б) атрибутивными, равными, неравными;
- в) открытыми, альтернативными, закрытыми;
- г) открытыми, закрытыми, равными, неравными.

4. Атрибутивные ряды распределения – это:

- а) ряды, где значения варианты дают в виде интервалов;
- б) ряды, где значения варианты имеют количественный признак;
- в) ряды, где значения варианты не имеют количественной меры;
- г) ряды, где показывается состав совокупности по признакам.

5. Вариационные ряды – это:

- а) распределение единиц совокупности на группы по количественным признакам;
- б) распределение единиц совокупности по возрастанию или убыванию значений варьирующего признака;
- в) ряды, где значения варианты не имеют количественной меры;
- г) упорядоченное распределение единиц совокупности.

6. Вариационные ряды бывают:

- а) атрибутивными;
- б) альтернативными;
- в) интервальными;
- г) дискретными.

Статистические таблицы

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения излагаются в виде таблиц.

Статистической называется таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам.

Основные элементы статистической таблицы

Название таблицы
(общий заголовок)

Содержание строк	Наименование граф (верхние заголовки)					
А	1	2	3	4	5	6
Наименование строк (боковые заголовки)						
Итоговая строка						Итоговая графа

Внешне статистическая таблица представляет определенную комбинацию вертикальных граф и горизонтальных строк, которые еще не заполнены цифрами и называется *макетом таблицы*. Каждая статистическая таблица (макет) имеет подлежащее и сказуемое.

Подлежащее таблицы – это объект нашего изучения. Обычно подлежащее располагается слева в виде наименования горизонтальных строк.

Сказуемое – это система показателей, которыми характеризуется объект изучения, т. е. подлежащее таблицы, и располагается справа в виде наименования вертикальных граф.

В зависимости от содержания таблицы подлежащее и сказуемое иногда могут меняться местами.

В зависимости от *построения* подлежащего различают виды таблиц: простые, групповые, комбинационные.

Простыми называются таблицы, в подлежащем которых нет группировок, а дается лишь перечень единиц совокупности с количественной характеристикой каждой из них (перечневые), административных районов (территориальные таблицы) или периодов времени (хронологические таблицы).

Групповыми таблицами называются такие таблицы, которые в подлежащем содержат группировку единиц совокупности по одному признаку.

Комбинационными таблицами называются такие таблицы, в которых подлежащее содержит группировку единиц совокупности по двум и более признакам, взятым в сочетании.

Практикой выработаны следующие основные правила составления и оформления статистических таблиц:

1. Таблица должна быть по возможности небольшой по размерам, т. к. краткую таблицу легче проанализировать. Иногда целесообразнее построить две-три небольшие таблицы, чем одну большую.

2. Название таблицы, заглавия строк подлежащего и граф сказуемого должны быть сформулированы точно, кратко и ясно и, если это требуется,

должны иметь единицы измерения. В названии таблицы следует указать территорию и период, к которым относятся приводимые данные. Не следует название показателей в таблице сопровождать инструкционными пояснениями, раскрывающими их содержание. Лучше эти пояснения вынести в примечание.

3. Строки подлежащего и графы сказуемого обычно размещаются по принципу: от частного к общему, т. е. сначала показывают слагаемые, а в конце подлежащего или сказуемого подводят итоги. Если приводятся не все слагаемые, а выделяются наиболее важные из них, то сначала показывают общие итоги, а затем выделяют наиболее важные их составные части, для этого после итоговой строки дают пояснения «в том числе».

4. Строки в подлежащем и графы в сказуемом часто нумеруют для того, чтобы удобнее было ссылаться на цифры таблицы. При этом в сказуемом нумеруются только графы, в которые вписываются цифры. Графы подлежащего либо совсем не нумеруются, либо обозначаются литерами («а», «б» и т. д.).

5. При заполнении таблицы пользуются следующими условными обозначениями: если данное явление совсем не имеет места, ставят тире; если сведения о данном явлении отсутствуют, ставят многоточие или пишут «нет сведений»; если сведения имеются, но числовые значения меньше принятой в таблице точности, ставят 0, 0.

6. Округленные числа приводятся в таблице с одинаковой степенью точности (до 0,1, до 0,01 и т. д.). когда показатели в процентах выражаются большими числами, например четырехзначными, целесообразно заменить их выражением «во столько-то раз больше или меньше». Например, вместо 2489% лучше написать «в 24,9 раза больше».

7. Если приводятся не только отчетные данные, но и данные, полученные в результате расчетов, целесообразно об этом сделать оговорку в таблице или в примечании к ней.

8. Таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указываются источники данных, более подробное содержание показателей и другие необходимые пояснения.

Нужно уметь пользоваться таблицами. Прежде чем приступить к анализу данных таблицы, следует ознакомиться с названием таблицы, заголовками граф и строк, установить, на какую дату приводятся данные, уяснить, какие процессы характеризуются относительными величинами.

Анализ данных статистической таблицы следует начинать с итогов. Ознакомление с итогами дает общее представление о данных таблицы. Затем необходимо перейти к анализу данных отдельных строк и граф, но их нужно читать не подряд, а выбирать сначала частные итоги и наиболее характерные данные, а затем анализировать все остальные.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Постройте макет таблицы, в которой должны быть показаны результаты статистического наблюдения работы промышленных предприятий № 1, 2, 3 и т. д. за 2002 г. по следующим основным показателям: стоимости выработанной продукции, тыс. р.; численности рабочих; фонду заработной платы рабочих, р.; стоимости основных средств предприятия на конец 2002 г., тыс. р.

Задача 2

Имеются следующие данные, характеризующие производство автомобилей:

1) в 1997г. произведено автомобилей – всего 616,3, в том числе грузовых и автобусов 415,1, легковых – 201,2;

2) в 1998г. – всего 916,1, в том числе грузовых и автобусов – 571,9, легковых – 344,2;

3) в 1999г. – всего 1142,6, в том числе грузовых и автобусов – 613,6, легковых – 529,0;

4) в 2000г. – всего 1378,8, в том числе грузовых и автобусов – 648,7, легковых – 730,1;

5) в 2001г. – всего 1602,2, в том числе грузовых и автобусов – 685,5, легковых – 916,7;

6) в 2002г. – всего 1846,3, в том числе грузовых и автобусов – 726,9, легковых – 1119,4 (в тыс. шт.)

Постройте по этим данным таблицу.

Задача 3

Спроектируйте макет комбинационной таблицы, показывающей состав рабочих машиностроительного завода по профессиям (токари, фрезеровщики, слесари) и по квалификации (второй – шестой разряды тарифной сетки).

Задача 4

По плану на 2002г. завод текстильного машиностроения должен был выпустить: чесальных машин для хлопка – 55, прядильных машин – 42, ткацких станков – 63, в том числе автоматических ткацких станков – 46. Фактически в 2002г. завод произвел: чесальных машин для хлопка – 36, прядильных машин – 48, ткацких станков – 60, в том числе автоматических ткацких станков – 40.

Постройте таблицу и отразите в ней плановые, фактические показатели и проценты выполнения плана производства каждого вида продукции завода. Сделайте вывод о выполнении плана заводов по выпуску отдельных видов станков.

Задача 5

Имеются следующие сведения о выпуске продукции и численности рабочих по 30 предприятиям местной деревообрабатывающей промышленности за месяц:

Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. р.	Число рабочих	Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. р.	Число рабочих
1	387	615	16	469	689
2	65	190	17	250	460
3	180	375	18	149	325
4	45	124	19	427	660
5	226	430	20	53	135
6	110	249	21	209	410
7	351	558	22	550	771
8	108	245	23	97	227
9	146	318	24	314	527
10	175	367	25	187	380
11	316	531	26	60	161
12	176	369	27	118	268
13	100	230	28	106	250
14	264	470	29	591	810
15	67	170	30	214	421

Распределите эти предприятия по объему выпущенной продукции на следующие четыре группы: 1 – предприятия с выпуском продукции до 100 тыс. р., 2 – 101–200 тыс. р., 3 – 201–300 тыс. р., 4 – 301–400 тыс. р., 5 – свыше 400 тыс. р.

Определите в каждой группе:

- число предприятий;
- объем выпущенной продукции;
- число рабочих;
- среднюю выработку одного рабочего (р.)

Определите среднюю выработку одного рабочего по всем предприятиям (р.)

Постройте таблицу и заполните ее исчисленными показателями. Установите связь между производительностью труда (средней выработкой одного рабочего) и размером предприятия по выпуску продукции.

Задача 6

Построить макет таблицы, указать подлежащее, сказуемое. Указать виды построенных статистических таблиц:

- 1) для изучения распределения предприятий по размеру выпуска продукции;
- 2) для характеристики распределения работающих по размеру заработной платы;
- 3) для характеристики распределения предприятий по проценту выполнения плана;
- 4) для характеристики распределения населения по возрасту.

Задача 7

Для изучения качества работы предприятий построить макет таблицы, в подлежащем которой должны быть группы предприятий по проценту выполнения плана, а в сказуемом число предприятий, число рабочих, размер валовой продукции по плану и фактически. Указать подлежащее, сказуемое и вид таблицы.

ТЕСТЫ

1. Статистическая таблица – это:

- а) ряд взаимопересекающихся горизонтальных и вертикальных линий, образующих по горизонтали – графы, а по вертикали – строки;
- б) это особый способ краткой и наглядной записи сведений об изучаемых явлениях;
- в) статистическая совокупность, о которой идет речь;
- г) показатели, характеризующие данную совокупность.

2. Статистические таблицы бывают:

- а) простые, перечневые, групповые;
- б) хронологические, комбинационные, простые;
- в) простые, групповые, комбинационные;
- г) групповые, территориальные, комбинационные.

3. Если данное явление совсем не имеет места в таблице, ставят:

- а) 0.0;
- б) –;
- в) нет сведений;
- г) ...

4. Статистическое подлежащее – это:

- а) числовые показатели, располагаемые в графах;
- б) статистическая совокупность, о которой идет речь;
- в) графы – заголовки и числа, расположенные вертикально;
- г) наглядная запись сведений об изучаемых явлениях.

ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Статистический показатель – это количественная характеристика социально-экономических явлений и процессов, который получается расчетным путем, – подсчет, суммирование, сравнение.

По форме выражения статистические показатели делятся на абсолютные, относительные и средние.

Абсолютные величины показывают размеры (уровни, объемы) общественных явлений в данных условиях места и времени или величины признаков, характеризующих эти явления, и подразделяются на индивидуальные и суммарные.

Индивидуальные абсолютные величины служат основой любого статистического наблюдения и фиксируются в первичных учетных документах.

Суммарные абсолютные величины получаются путем прямого подсчета числа единиц наблюдения либо в результате суммирования значений признака у отдельных единиц совокупности.

Абсолютные статистические величины всегда являются числами именованными и выражаются в различных единицах измерения: натуральных, трудовых и денежных. При учете продукции и товаров в натуральном выражении часто применяются *условные единицы измерения*. Сущность применения условных единиц измерения состоит в том, что отдельные разновидности изучаемой совокупности выражаются в единицах одного признака, условно принятого за единицу измерения. Для этого используют коэффициент пересчета.

$$\text{Коэффициент пересчета} = \frac{\text{потребительское значение данного показателя}}{\text{потребительское значение условного показателя}}$$

Условные натуральные измерители не заменяют, а дополняют натуральные и в экономическом анализе их используют совместно.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

Определить общий объем поставки молочной продукции в торговую сеть за сентябрь месяц на основании следующих данных:

Наименование продукции	Объем поставки	Коэффициенты пересчета
1	2	3
Молоко 3,2%, л	144,0	1,0
Молоко 6,0%, л	107,0	2,0

1	2	3
Кефир, л	37,0	1,0
Ацидофилин, л	12,0	1,0
Ряженка, л	6,2	2,0
Сметана, кг	113,0	8,5

Решение:

Объем поставок молочной продукции за сентябрь месяц в натурально-условных единицах.

Наименование продукции	Объем поставки	Коэффициенты пересчета	Объем поставки в натурально-условных единицах
Молоко 3,2%, л	144,0	1,0	144,0
Молоко 6,0%, л	107,0	2,0	214,0
Кефир, л	37,0	1,0	37,0
Ацидофилин, л	12,0	1,0	12,0
Ряженка, л	6,2	2,0	12,4
Сметана, кг	113,0	8,5	960,5
Итого:	—	—	1379,9

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ**Задача 1**

В отчетном периоде консервными предприятиями города и района произведено продукции:

Консервы	Масса или объем банки	Количество банок, шт.
Соус томатный	535 г	120 000
Икра кабачковая	510 г	150 000
Огурцы соленные	1000 см ³	300 000
Томаты натуральные	800 см ³	200 000
Молоко стуженное	400 г	500 000

Исчислить общий объем производства консервов в отчетном периоде в условных единицах.

Примечание: за условную банку принимается:

а) банка с массой продукции нетто (варенья, джема, повидла, желе, томатных соусов, стерилизованных фруктовых соков, овощных и фруктовых маринадов, а также концентрированных томатопродуктов, приведенных к 12%-ной плотности), 400г;

б) банка (со всеми другими видами продукции) емкостью 353,4 см³.

Задача 2

В отчетном периоде на производственные нужды на заводе торгового машиностроения израсходованы следующие виды топлива: мазут топочный – 800 т, уголь донецкий – 460 т, газ природный – 940 тыс. м³.

Исчислить общий размер потребленного топлива в условных единицах измерения, используя средние calorийные эквиваленты.

Вид топлива	Calорийные эквиваленты
Уголь донецкий, т	0,9
Мазут, т	1,37
Газ природный, тыс. м ³	1,2

Задача 3

Имеются следующие данные о выпуске отдельных видов продукции хим-заводом:

Наименование	Выпуск, тыс. т	Коэффициент пересчета
Мыло хозяйственное:		
60%-ное	42,0	1,75
40%-ное	29,0	1,0
Мыло туалетное	40,0	1,75
Порошок стиральный	25,0	0,5

Определить объем продукции в натурально-условных единицах измерения.

Задача 4

Выплавка чугуна по цехам завода в отчетном периоде характеризуется следующими данными:

Вид чугуна	Выпуск, тыс. т	Коэффициент пересчета
Ванадиевый	52	1,35
Зеркальный	76	1,50
Ковкий и валкий	94	1,15
Литейный	110	1,15
Передельный	126	1,00
Хромоникелевый	126	1,50

Исчислить общий объем выплавки чугуна в натуральном выражении и в условных единицах. Объяснить разницу в исчисленных показателях объема выпуска продукции.

Относительные показатели

Все относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды:

- динамики;
- плана;
- реализации плана;
- структуры;
- координации;
- интенсивности и уровня экономического развития;
- сравнения.

Относительный показатель динамики (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) и уровня этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{текущий показатель}}{\text{предшествующий или базисный показатель}}$$

Рассчитанная таким образом величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает предшествующий (базисный) или какую долю от последнего составляет. Если данный показатель выражен кратным отношением, он называется *коэффициентом роста*, при домножении этого коэффициента на 100% получают *темп роста*.

Все субъекты финансово-хозяйственной сферы, начиная от небольших семейных предприятий и заканчивая крупными концернами, в той или иной степени осуществляют перспективное планирование своей деятельности, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются *относительные показатели плана (ОПП)* и *реализации плана (ОПРП)*:

$$\text{ОПП} = \frac{\text{показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{показатель, достигнутый в } i\text{-м периоде}}$$

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{показатель, достигнутый в } (i+1) \text{ периоде}}{\text{показатель, запланированный на } (i+1) \text{ период}}$$

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует взаимосвязь:

$$\text{ОПД} = \text{ОПП} \times \text{ОПРП}.$$

Относительный показатель структуры (ОПС) – это соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого.

$$\text{ОПС} = \frac{\text{показатель, характеризующий часть структуры}}{\text{показатель совокупности в целом}}$$

Относительный показатель структуры выражается в долях единицы или в % и называется долями или удельными весами.

Относительный показатель интенсивности (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления в присущей ему среде:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{показатель, характеризующий явление А}}{\text{показатель, характеризующий среду распространения явления А}}$$

Этот показатель исчисляется, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабе явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Как в предшествующем случае, он может выражаться в процентах, промили или быть именованной величиной. Например, для определения уровня рождаемости, измеряемого в %, рассчитывается число родившихся на 100 человек населения, для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 км² территории.

Расчет относительных показателей интенсивности в ряде случаев связан с проблемой выбора наиболее обоснованной, соответствующей данному процессу или явлению базы сравнения.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются *относительные показатели уровня экономического развития*, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения.

Относительные показатели координации (ОПК) характеризуют соотношение отдельных частей целого между собой:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{показатель, характеризующий } i\text{-ю часть совокупности}}{\text{показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают, сколько единиц каждой структурной части приходится на 1 единицу (иногда на 100, 1000 и т. д. единиц) базисной структурной части.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

На основании следующих данных определите % выполнения плана, решение оформите в виде таблицы. Планом предусмотрено выпустить продук-

ции предприятиями машиностроения и металлообработки на сумму 63 млн дол., текстильной промышленности на 18 млн дол., пищевой промышленности на 21,5 млн дол. Фактический выпуск продукции составил соответственно: 66,4; 17,6 и 22,1 млн дол.

Решение:

Предприятия отрасли	По плану, млн дол.	Фактически, млн дол.	Процент выполнения плана
Машиностроения и металлообработки	63,0	66,4	105,4
Текстильной промышленности	18,0	17,6	97,8
Пищевой промышленности	21,5	22,1	102,7
Итого:	102,5	106,1	103,3

Задача 2

Планом намечено снижение себестоимости изделия на 1,5 тыс. р. при уровне себестоимости этого изделия 75 тыс. р. Фактическая себестоимость этого изделия составила 73,44 тыс. р. Определить относительную величину выполнения плана по снижению себестоимости этого изделия.

Решение:

Для вычисления процента выполнения плана по снижению себестоимости изделия находим фактическую величину снижения себестоимости:

$$75 \text{ тыс. р.} - 73,44 \text{ тыс. р.} = 1,56 \text{ тыс. р.}$$

Теперь рассчитаем относительную величину фактического снижения себестоимости (1,56 тыс. р.) к плановой величине снижения:

$$\text{Относительная величина выполнения плана} = \frac{1,56}{1,5} \times 100 = 104,0\%.$$

Таким образом, плановое задание по снижению себестоимости данного изделия перевыполнено на 4%.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Фактическая себестоимость 1 т продукции по заводу в прошлом году составила 54 р. В плане на текущий год предусмотрено снизить себестоимость 1 т этой продукции до 52 р.

Выразите плановое задание в относительных показателях.

Задача 2

По плану на текущий год завод должен был выпустить продукции на 1700 тыс. р. при средней численности работающих 680 человек. Фактически

же в этом году завод выпустил продукции на 1856 тыс. р. при средней численности работающих 673 человека.

Определите показатели выполнения плана на заводе: а) по выпуску продукции; б) по численности работающих; в) по производительности труда.

Задача 3

Имеются следующие данные о производстве сахара отдельными заводами области:

Заводы	Фактический выпуск сахара, т	Процент выполнения плана
№ 1	161 000	115
№ 2	124 800	96
№ 3	96 900	102
№ 4	112 000	100

Определите средний процент выполнения плана производства сахара всеми заводами области.

Задача 4

Ниже приведены данные о плане и степени выполнения плана по численности рабочих в цехах станкостроительного завода за год:

Цех завода	Число рабочих по плану	Процент выполнения плана по численности рабочих
Сборочный	550	102
Механический	480	95
Литейный	375	104
Ремонтный	160	100
Энергетический	40	90

Определите средний процент выполнения плана по численности рабочих завода в целом.

Задача 5

На заводе «Искра» общее число работников на 1 января 1995 г. составило 4750 человек, из них рабочих 3725 человек, в том числе основных рабочих 2271 человек.

Определите: а) какой процент составляют рабочие от общей численности работников завода; б) каков удельный вес основных рабочих в общем числе рабочих; в) какую часть составляют основные рабочие от всей численности работников завода.

Задача 6

Общая сумма затрат машиностроительного завода на изготовление продукции составила за год 18 750 тыс. р., из них на материалы затрачено

10 687,5 тыс. р., на топливо и энергию – 675,0 тыс. р., на прочие расходы – 731,2 тыс. р., на з/плату – 5 906,3 тыс. р., на амортизацию – 750 тыс. р.

Исчислите относительные величины, характеризующие структуру затрат машиностроительного завода. Запишите заданные абсолютные и исчисленные относительные величины в таблицу.

Задача 7

Первый механический цех завода за год выработал продукции на 1200 тыс. р., второй механический цех – на 1600 тыс. р. В первом цехе брак продукции составил 0,8%, во втором – 0,5%.

Определите, какой процент составил брак в двух механических цехах вместе.

Задача 8

Планом предусматривалось снизить себестоимость сравнимой товарной продукции по предприятию на 4,2%. Фактически она снизилась на 5,5% по отношению к уровню прошлого года.

Определите степень выполнения предприятием планового задания по снижению себестоимости сравнимой товарной продукции.

Задача 9

Планом был предусмотрен рост промышленной продукции в размере 8%. Фактический объем промышленного производства возрос на 12%.

Исчислите степень выполнения предприятием планового задания по росту выпуска промышленной продукции.

Задача 10

Среднегодовая численность населения района в прошлом году составляла 31 550 человек. Площадь района равна 997 км². ЗАГС зарегистрировал за прошлый год 495 случаев рождения детей.

Определите: а) плотность населения района; б) коэффициент рождаемости.

К какому виду относительных величин принадлежат эти показатели?

Задача 11

На машиностроительном заводе имеются данные о затратах на производство серии картофелеочистительных машин (тыс. дол.):

Элементы затрат на производство	Фактические затраты	
	Базисный период	Отчетный период
1	2	3
Сырье и основные материалы за вычетом отходов	371	415
В т.ч.: покупные изделия, комплектующие	190	265
Вспомогательные материалы	160	192

1	2	3
Топливо	24	26
Энергия	84	104
Заработная плата (основная и дополнительная)	562	596
Отчисления в фонд социальной защиты	197	209
Другие отчисления	112	119
Амортизация основных фондов	150	152
Прочие расходы	69	68
Итого затраты на производство:		

Исчислить:

- 1) структуру затрат на производство в отчетном и базисном периодах;
- 2) изменения по каждому элементу затрат на производство в отчетном периоде по сравнению с базисным (в долларах и процентах). Полученные результаты проанализировать и сделать выводы.

ТЕСТЫ

1. Относительные величины могут выражаться в следующих единицах измерения:

- а) в натуральных, в %;
- б) в промилях, условно-натуральных единицах;
- в) в %, промилях, коэффициентах;
- г) коэффициентах, денежном выражении, в %.

2. Относительная величина, характеризующая структуру совокупности – это:

- а) отношение величины текущего периода к величине базисного периода;
- б) отношение части совокупности ко всей совокупности;
- в) отношение фактического уровня к запланированному;
- г) отношение планового уровня к базисному.

3. Коэффициент интенсивности равен:

- а) отношению качественно разнородных совокупностей;
- б) отношению частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения;
- в) отношению одноименных показателей;
- г) отношению величины текущего периода к базисной.

4. Абсолютные величины выражают:

- а) суммарные величины;
- б) уровни, характеризующие состояние явления на определенный момент либо за определенный период времени;
- в) расчетные абсолютные величины;
- г) объем признака.

ТЕОРИЯ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Часто необходимо исчислять показатели, дающие обобщенную характеристику совокупности по тому или иному признаку. Среди обобщающих показателей, характеризующих общественные явления, большое значение имеют средние величины.

Для характеристики земледелия приводят данные среднего урожая с 1 га. Уровень продуктивности животноводства показывают величины среднего надоя молока на одну корову, среднего настрига шерсти на одну овцу и т. д.; производительность труда и промышленности выражают средней выработкой продукции на одного человека.

Средние величины исчисляют для того, чтобы дать сводную обобщающую характеристику всей совокупности или группы общественных явлений по одному какому-то признаку.

Размер заработной платы у рабочих одной профессии может быть различным, но в то же время в данных конкретных условиях места и времени существует какой-то характерный размер их заработка в отличие от заработка других профессий.

Средняя величина представляет собой обобщающую характеристику единиц совокупности по какому-либо варьирующему признаку. Основой для получения правильных средних является научная группировка статистических материалов, в результате которой получают однородные данные по тому или иному группировочному признаку. Итак, *средняя может служить обобщенной характеристикой совокупности только тогда, когда совокупность состоит из однотипных единиц.* Если же средние исчисляются для разнокачественных, разнотипных явлений, то они теряют реальный смысл.

Статистика устанавливает следующие принципы научного применения метода средних величин:

1. Прежде чем исчислять среднюю, необходимо тщательно проанализировать состав совокупности.

2. Не следует исчислять средние только для совокупности в целом, а надо широко использовать групповые средние для отдельных частей совокупности.

3. Необходимо правильно выбирать вид средней.

Средние величины делятся на 2 класса:

1. Степенные средние (арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая, кубическая).

2. Структурные (мода, медиана).

Степенные средние объединяются общей формулой (при различных значениях m)

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m}{n}},$$

где $\bar{x}$ – среднее значение исследуемого явления; m – показатель степени средней; x – текущее значение осредняемого признака; n – число признаков.

Исчисление средней арифметической простой и взвешенной

В общем виде формулу простой арифметической можно записать так:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n},$$

где $\bar{x}$ – средняя (читается «икс с чертой»); x – индивидуальные значения величины признака (варианты); n – число единиц совокупности (частоты или веса); Σ – знак суммирования (буква греческого алфавита – «сигма»).

В ряде случаев эта формула может иметь несколько иной вид, т. е. варианты могут встречаться по несколько раз.

Формулу средней арифметической можно записать так:

$$\bar{x}_o = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f},$$

где f – число единиц, имеющих данную величину признака.

Итак, если отдельные значения признака (варианты) повторяются в совокупности по несколько раз, то исчисляется средняя арифметическая взвешенная. Чтобы ее определить, надо:

- 1) варианты умножить на соответствующие частоты (веса);
- 2) произведения сложить;
- 3) сумму произведений разделить на сумму частот.

Простая средняя арифметическая – частный случай средней арифметической взвешенной.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

В бригаде 12 слесарей-сборщиков. В январе каждый рабочий по календарю должен отработать 180 часов. Фактически каждый член бригады отработал следующее число часов: 180, 178, 175, 177, 180, 173, 177, 180, 179, 176, 175, 180.

Решение:

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{f} = \frac{180 \cdot 4 + 178 + 175 \cdot 2 + 177 \cdot 2 + 173 + 179 + 176}{4 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1} = 177,5 \text{ часов.}$$

Задача 2

Имеются данные о выпуске продукции по машиностроительным предприятиям отрасли (млн дол.):

№ заводов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Выпуск продукции	9,4	8,6	6,0	5,6	5,0	4,9	3,6	3,4	3,5	2,8

Исчислить средний размер продукции на один завод.

Решение:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9,4 + 8,6 + 6,0 + 5,6 + 5,0 + 4,9 + 3,6 + 3,4 + 3,5 + 2,8}{10} = 5,28 \text{ млн дол.}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

В ткацком цехе фабрики соревнуются две бригады. В первой бригаде восемь ткачих, во второй девять. Ткачихи первой бригады выработали за смену следующее число метров ткани: 41, 38, 43, 39, 37, 40, 42, 40; ткачихи же второй бригады – 40, 39, 37, 41, 38, 43, 39, 40, 40.

Определите, в какой бригаде средняя выработка ткани выше и на сколько метров.

Задача 2

Рабочие-станочники механосборочного цеха завода распределяются в соответствии с их квалификацией следующим образом:

Основные элементы тарифной системы оплаты труда		Число рабочих	
Тарифный разряд	Тарифный коэффициент	2001 г.	2002 г.
1	1,0	80	50
2	1,13	250	150
3	1,29	330	300
4	1,48	400	500
5	1,72	600	700
6	2,0	140	200

Определите: а) средний тарифный разряд; б) средний тарифный коэффициент рабочих цеха отдельно за 2001 г. и 2002 г.

Сделайте выводы о характере изменений квалификации рабочих в 2002 г. по сравнению с 2001 г.

Задача 3

Завод пишущих машинок изготовил в I квартале 280 машинок, во II – 300, в III – 310, в IV – 330. Затраты на их выпуск составили: в I квартале 25 200 р., во II – 26 400 р., в III – 27 590 р., в IV – 28 050 р.

Определите среднюю себестоимость пишущей машинки: а) в каждом квартале; б) в целом за год.

Представьте решение в виде таблицы.

Задача 4

На мебельной фабрике № 2 себестоимость одного письменного стола в I квартале составила 20 р., во II – 19 р., в III – 18,5р., в IV – 18 р. В I квартале изготовлено 200 письменных столов, во II – 250, в III – 270, в IV – 300.

Определите: а) среднюю себестоимость одного письменного стола за год; б) средний квартальный выпуск письменных столов.

Оформите решение в виде таблицы.

Исчисление средней в случае интервального ряда

На практике часто приходится исчислять среднюю величину для интервального вариационного ряда. В интервальных рядах значение вариант дано в виде интервала «от... до...». Поэтому для расчета средней надо прежде всего освободиться от интервалов, т. е. по каждой группе исчислять *среднее значение интервала*.

Среднее значение интервала находят как полусумму его верхней и нижней границ. После того как найдено среднее значение интервалов, их умножают на частоты (веса) и сумму произведений делят на сумму частот (весов), т. е. так же, как исчисляется средняя арифметическая взвешенная.

Пример. Имеются данные группировки заводов по стоимости готовой продукции. Надо определить среднюю стоимость готовой продукции на один завод.

№ групп	Группы заводов по стоимости готовой продукции, млн дол.	Число заводов
1	до 2	10
2	2–3	20
3	3–4	30
4	4–5	25
5	5–6	10
6	свыше 6	5
Итого:		100

Решение:

Для исчисления средней в интервальном ряду нужно прежде всего получить середину интервала каждой группы.

Для второй группы $(2 + 3) : 2 = 2,5$ и т. д.

Имеются интервалы с так называемыми открытыми границами в первой и шестой группах (до 2 и выше 6). В таких случаях берется значение последующего интервала (для первого $3 - 2 = 1$) и определяется размер интервала и нижняя его граница $2 - 1 = 1$ (нижняя граница) $(1 + 2) : 2 = 1,5$ – среднее значение для первой группы. И для последней группы размер интервала в предыдущей группе (5-й) $6 - 5 = 1$. Определяем верхнюю границу шестого интервала $6 + 1 = 7$. Определяем середину 6-й группы: $(6 + 7) : 2 = 6,5$ – середина интервала шестой группы.

После того как найдено среднее значение интервалов, расчет производится по формуле средней арифметической взвешенной: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{f}$.

Расчет средней стоимости готовой продукции на один завод:

№ групп	Группы заводов по стоимости готовой продукции, млн дол.	Число заводов (f)	Среднее значение интервала и расчет его (x), млн дол.	Произведение вариант на частоты (xf), млн дол.
1	до 2	10	$(1+2):2=1,5$	15
2	2–3	20	$(2+3):2=2,5$	50
3	3–4	30	$(3+4):2=3,5$	105
4	4–5	25	$(4+5):2=4,5$	112,5
5	5–6	10	$(5+6):2=6,5$	55
6	свыше 6	5	$(6+1):2=6,5$	32,5
Итого:		$\sum f = 100$	$\bar{x} = 3,7$	$\sum xf = 370$

$$x_{\text{ср}} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{370}{100} = 3,7.$$

Таким образом, мы рассчитали, что 3,7 млн дол. в среднем приходится на один завод из 100.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

В течение смены (7 ч.) один рабочий изготовил 28 деталей одного наименования, второй – 30, третий – 21.

Определите, сколько времени (в мин.) в среднем затрачивается на изготовление одной детали.

Задача 2

По отчетным данным о размерах заработной платы за месяц 720 рабочих завода распределены на следующие группы:

Зарплата в месяц, дол.	Число рабочих	Зарплата в месяц, дол.	Число рабочих
до 90	20	130–139	140
90–99	30	140–149	100
100–109	45	150–159	90
110–119	100	160 и выше	75
120–129	120		

Определите средний месячный заработок одного рабочего.

Задача 3

Рабочие механического завода распределяются по возрасту следующим образом:

Группы по возрасту, лет	Число рабочих	Группы по возрасту, лет	Число рабочих
до 20	160	35–40	40
20–25	150	40–45	30
25–30	105	45 и более	20
30–35	45		

Определите средний возраст рабочих завода.

Задача 4

Рабочие механического завода распределяются по стажу работы следующим образом:

Стаж работы на данном заводе, лет	Число рабочих	Стаж работы на данном заводе, лет	Число рабочих
до 1 года	50	5–8	250
1–3	140	8–12	200
3–5	200	12 и более	160

Вычислите средний стаж работы рабочих на заводе.

Средняя хронологическая величина

Если числовые значения (варианты) известны на определенные периоды времени – моменты, то средняя исчисляется по формуле средней хронологической.

$$\bar{x}_{xp} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1}$$

Пример. Определить среднюю годовую стоимость нормируемых оборотных средств за год, если известны их остатки на первые числа месяца (млн р.):

Январь	– 520	Июль	– 520
Февраль	– 540	Август	– 550
Март	– 535	Сентябрь	– 510
Апрель	– 525	Октябрь	– 530
Май	– 570	Ноябрь	– 560
Июнь	– 560	Декабрь	– 580
Январь следующего года – 540			

Решение:

$$\bar{x}_{\text{гп}} = \frac{\frac{520}{2} + 540 + 535 + 525 + 570 + 560 + 520 + 550 + 510 + 530 + 560 + 580 + \frac{540}{2}}{13 - 1} = \frac{6510}{12} = 542,5 \text{ тыс. р.}$$

Средняя гармоническая величина

Средняя гармоническая – это величина, обратная средней арифметической из обратных значений признака. Иногда бывают известны лишь сведения о значении признака и его общем объеме, а число единиц неизвестно. В зависимости от характера анализируемого материала ее применяют тогда, когда веса приходится не умножать, а делить на варианты или умножать на обратное их значение.

Различают среднюю гармоническую простую и взвешенную.

Средняя гармоническая простая определяется по формуле: $\bar{x}_{\text{гпр}} = \frac{n}{1/x}$.

Пример. Представлены следующие данные о выработке однородной продукции рабочими в каждой бригаде:

Номер бригады	Средняя выработка на одного рабочего, шт. (x)	Общая выработка всеми рабочими, шт. (xT)	Количество человек в каждой бригаде (T)
1	$x_1 = 20$	$x_1 T = 1\,000$	$T_1 = 50$
2	$x_2 = 22$	$x_2 T = 1\,100$	$T_2 = 50$
3	$x_3 = 24$	$x_3 T = 1\,440$	$T_3 = 60$
Итого:	$\bar{x}$	$3\,540 = \Sigma xT$	$160 = \Sigma T$

Определить среднюю выработку на одного рабочего по всем бригадам вместе, используя формулу средней гармонической взвешенной.

Решение:

Для исчисления общей средней надо определить количество человек, работающих в каждой бригаде, путем деления общей выработки деталей в каждой бригаде на их среднюю, т. е. в бригаде № 1: $\frac{1000 \text{ шт.}}{20 \text{ шт.}} = 50 \text{ чел.}$, и т. д. определяем по остальным бригадам. Затем общую выработку делим на общее количество человек: $\bar{x} = \frac{3540 \text{ шт.}}{160 \text{ чел.}} = 22,1 \text{ шт.}$

Запишем, как был получен этот результат из первоначальных данных, приведенных во 2-й и 3-й графах таблицы:

$$\bar{x} = \frac{1000 + 1100 + 1440}{\frac{1000}{20} + \frac{1100}{22} + \frac{1440}{24}} = \frac{3540}{160} = 22,1 \text{ шт.}$$

Число рабочих можно также определить, умножив общую выработку в каждой бригаде на обратную величину значения признака (среднюю выработку):

$$\frac{1}{20} \cdot 1000 = 50; \quad \frac{1}{22} \cdot 1100 = 50; \quad \frac{1}{24} \cdot 1440 = 60.$$

Формулу средней гармонической можно записать так:

$$\bar{x}_{\text{гар}} = \frac{\sum T}{\sum \frac{1}{x} T},$$

где x — отдельные варианты; T — веса.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

По семи цехам швейной фабрики имеются данные о расходовании ткани на производство продукции.

Определить расход ткани на одно изделие в среднем по фабрике:

Номера цехов	1	2	3	4	5	6	7
Расход ткани на все изделия, м	150	126	261	200	250	260	420
Расход ткани на одно изделие, м	0,6	0,7	0,9	0,4	0,5	1,3	1,4

Задача 2

Выпуск товарной продукции станкостроительным заводом характеризуется следующими данными:

Виды товарной продукции	Фактический выпуск товарной продукции в отпускных ценах, тыс. дол.	Выполнение плана, %
Готовые изделия	23 000	97
Полуфабрикаты, поставленные на сторону	19 000	100
Работы и услуги на сторону	3000	99
Прочая продукция	1000	105

Определить средний процент выполнения плана в целом по заводу по выпуску товарной продукции.

Задача 3

Имеются данные по группам заводов города по двум отраслям хозяйства:

I отрасль			II отрасль		
№ завода	Фактический выпуск, тыс. дол.	Выполнение плана, %	№ завода	Плановое задание, тыс. дол.	Выполнение плана, %
1	4600	101,3	4	37 000	102,2
2	37 000	102,7	5	48 000	100,9
3	28 000	99,2	6	39 000	97,3

Вычислить средний процент выполнения плана:

- 1) по первой отрасли;
- 2) по второй отрасли.

Указать, какие виды средних необходимо применить при расчетах.

Средняя геометрическая величина

Для определения среднего темпа роста используют среднюю геометрическую:

$$\text{невзвешенную: } \bar{x}_{\text{geom}} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[k]{\prod x_i},$$

где k – количество осредняемых величин;

$$\text{взвешенную: } \bar{x}_{\text{geom}} = \sqrt[n]{(x_1)^{m_1} \cdot (x_2)^{m_2} \cdot (x_3)^{m_3} \cdot \dots \cdot (x_n)^{m_n}} = \sqrt[n]{\prod (x_i)^{m_i}}.$$

Средняя квадратическая величина

В основе вычислений ряда сводных расчетных показателей лежит средняя квадратическая:

$$\text{невзвешенная: } \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}; \text{ взвешенная: } \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f}{\sum f}}.$$

В статистической практике находят применение средние 3-го и более высоких порядков.

Исчисление средней арифметической взвешенной по способу моментов

Расчеты средней арифметической могут быть громоздкими, если варианты (значения признака) и веса имеют очень большие или очень малые значения и затрудняется сам процесс подсчета. Тогда для простоты счета используется ряд свойств средней арифметической:

1) если уменьшить (увеличить) все варианты на какое-либо произвольное число A , то новая средняя уменьшится (увеличится) на то же число A , т. е. изменится на $\pm A$;

2) если уменьшить все варианты (значения признака) в одинаковое число раз (K), то средняя уменьшится во столько же раз, а при увеличении в (K) раз — увеличится в (K) раз;

3) если уменьшить или увеличить веса (частоты) всех вариантов на какое-либо постоянное число A , то средняя арифметическая не изменится;

4) сумма отклонений всех вариантов от общей средней равна нулю.

Перечисленные свойства средней арифметической позволяют в случае необходимости упрощать расчеты путем замены абсолютных частот относительными, уменьшать варианты (значения признака) на какое-либо число A , сокращать их в K раз и рассчитывать среднюю арифметическую из уменьшенных вариантов, а затем переходить к средней первоначального ряда.

Способ исчисления средней арифметической с использованием ее свойств известен в статистике как «способ условного нуля», или «условной средней», или как «способ моментов».

Кратко этот способ можно записать в виде формулы

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{K} \right) \times f}{\sum f} \times K + A.$$

Если уменьшенные варианты (значения признака $\frac{x-A}{K}$), обозначить через $x' = \frac{x-A}{K}$, то приведенную выше формулу можно переписать в виде $\bar{x} = \bar{x}' \times K + A$.

При использовании формулы для упрощения исчисления средней арифметической взвешенной интервального ряда при определении величины какого-либо числа A используют такие приемы его определения.

Величина A равна величине:

1) первого значения средней величины интервала (продолжим на примере задачи, где $\bar{x} = 3,7$ млн дол., а $x_1 = 1,5$).

Расчет средней из уменьшенных вариантов

Интервалы	Среднее значение интервала	$K = \frac{A - A_1}{A}$ $K' = K - A$	Число заводов, f	Произведение $(K - A) \times f = K' \times f$
До 2	1,5	0 (1,5-1,5)	10	0
2-3	2,5	1 (2,5-1,5)	20	20
3-4	3,5	2 (3,5-1,5)	30	60
4-5	4,5	3 (4,5-1,5)	25	75
5-6	5,5	4 (5,5-1,5)	10	40
Свыше 6	6,5	5 (6,5-1,5)	5	25
Итого:			$\sum f = 100$	$220 = \sum (K - A) \times f$

или базисный индекс, или базисной величиной. Изучаемую величину сопоставляем с базисной величиной базисного периода, называемой x_0 . Тогда индекс $I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f} = \frac{220}{100} = 2,2$ млн дол., четной или тек. индекса, таким образом, есть отношение отличия к базисной.

$\bar{x} = \bar{x}' + A$, а так как $A = 1,5$, то $\bar{x} = 2,2 + 1,5 = 3,7$ (как в первом примере);

2) величину A берем равной величине среднего значения интервала с наибольшей частотой повторений, в данном случае $A = 3,5$ при ($f = 30$), или значение середины варианты, или наибольшей варианты (в данном случае наибольшее значение признака $K = 6,5$) и делимое на размер интервала (в данном примере 1).

Расчет средней при $A = 3,5, f = 30, K = 1$ на том же примере.

Общий, или групповой, индекс характеризует соотношение по разнород.

Расчет средней способом моментов

Интервалы	Среднее значение интервала	Число заводов, f	Произведение $K' \times f$
До 2	1,5	10	20
2-3	2,5	20	20
3-4	3,5	30	0
4-5	4,5	25	-10
5-6	5,5	10	-20
Свыше 6	6,5	5	-15
Итого:	3,7	$100 = \sum f$	$20 = \sum K' \times f$ ($-40 + 60 = 20$)

или $I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f} = \frac{20}{100} = 0,2$; $x = (x' + A) \cdot K$; $\bar{x} = \bar{x}' + A$

$$\bar{x} = 0,2 \cdot 1 + 3,5 = 3,7 \text{ млн дол.}$$

Способ моментов, условного нуля или условной средней заключается в том, что при сокращенном способе расчета средней арифметической мы выбираем такой момент, чтобы в новом ряду одной из значений признака

$$x' = \frac{X - A}{K} = 0, \text{ т. е. приравниваем } x'_n = 0 \text{ и отсюда выбираем величину } A \text{ и } K.$$

Надо иметь в виду, что если $(X - A) : K$, где K – равная величина интервала, то полученные новые варианты (x') образуют в равноинтервальном ряду ряды натуральных чисел (1, 2, 3 и т. д.) положительных вниз и отрицательных вверх от нуля. Среднюю арифметическую из этих новых вариантов (m_1) называют моментом первого порядка и выражают формулой

$$m_1 = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{20}{100} = 0,2.$$

Чтобы определить величину средней арифметической, нужно величину момента первого порядка умножить на величину того интервала (K), на который делим все варианты, и прибавить к полученному произведению величину варианты (A), которую вычитали.

$$K = i, \quad i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{7 - 1}{6} = 1;$$

$$\bar{x} = i \cdot m + a = 1 \cdot 0,2 + 3,5 = 3,7 \text{ млн дол.}$$

Таким образом, способом моментов или условного нуля рассчитать среднюю арифметическую из вариационного ряда, если ряд равноинтервальный, значительно легче.

Мода

Мода – есть величина признака (варианта), наиболее часто повторяющаяся в изучаемой совокупности.

Для дискретных рядов распределения модой будет значение варианты с наибольшей частотой.

Пример. При определении плана по производству мужских туфель фабрикой было произведено изучение покупательского спроса по результатам продажи. Распределение проданной обуви характеризовалось следующими показателями:

Размер обуви	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45 и выше
Число пар в % к итогу	–	1	6	8	22	30	20	11	1	1

Наибольшим спросом пользовалась обувь 41 размера и составила 30% от проданного количества. В этом ряду распределения $M_0 = 41$.

Для интервальных рядов распределения с равными интервалами мода определяется по формуле

$$M_0 = x_{M_0} + h_{M_0} \times \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}$$

Прежде всего, необходимо найти интервал, в котором находится мода, т. е. модальный интервал.

В вариационном ряду с равными интервалами *модальный интервал* определяется по наибольшей частоте, в рядах с неравными интервалами – по наибольшей плотности распределения, где: x_{M_0} – величина нижней границы интервала, содержащего моду; f_{M_0} – частота модального интервала; f_{M_0-1} – частота интервала, предшествующего модальному, т. е. предмодального; f_{M_0+1} – частота интервала, следующего за модальным, т. е. послемодального.

Пример расчета моды в интервальном ряду

Группы предприятий по числу работающих, чел.	100–200	200–300	300–400	400–500	500–600	600–700	700–800	Итого
Число предприятий	1	3	7	30	19	15	5	80

Дана группировка предприятий по численности промышленно-производственного персонала. Найти моду. В нашей задаче наибольшее число предприятий (30) имеет группировка с численностью работающих от 400 до 500 человек. Следовательно, этот интервал является модальным интервалом ряда распространения с равными интервалами. Введем следующие обозначения:

$$x_{M_0} = 400; h_{M_0} = 100; f_{M_0} = 30; f_{M_0-1} = 7; f_{M_0+1} = 19.$$

Подставим эти значения в формулу вычисления моды и произведем расчет:

$$\begin{aligned} M_0 &= x_{M_0} + h_{M_0} \times \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} = 400 + 100 \times \frac{30 - 7}{(30 - 7) + (30 - 19)} = \\ &= 400 + 100 \times \frac{23}{23 + 11} = 467 \text{ (чел.)} \end{aligned}$$

Таким образом, мы определили значение модальной величины признака, заключенного в этом интервале (400–500), т. е. $M_0 = 467$ чел.

Во многих случаях при характеристике совокупности в качестве обобщающего показателя отдается предпочтение *моды*, а не средней арифметической. Так, при изучении цен на рынке фиксируется и изучается в динамике не средняя цена на определенную продукцию, а модальная. При изучении

спроса населения на определенный размер обуви или одежды представляет интерес определение модального номера, а не средний размер, который вообще не имеет значения. Если средняя арифметическая близка по значению к моде, значит она типична.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

На сортосеменной станции при определении качества семян пшеницы было получено следующее определение семян по проценту всхожести:

Процент всхожести	70	75	80	83	85	90	92	93	Свыше 93
Число проб в % к итогу	0,5	0,5	6,0	12	30	40	7	2	2

Определить моду.

Задача 2

При регистрации цен в часы наиболее оживленной торговли у отдельных продавцов были зарегистрированы следующие цены фактической продажи (дол. за кг):

Картофель: 0,2; 0,12; 0,12; 0,15; 0,2; 0,2; 0,2; 0,15; 0,15; 0,15; 0,15; 0,12; 0,12; 0,12; 0,15.

Говядина: 2; 2,5; 2; 2; 1,8; 1,8; 2; 2,2; 2,5; 2; 2; 2; 3; 3; 2,2; 2; 2; 2.

Какие цены на картофель и говядину являются модальными?

Задача 3

Имеются данные о заработной плате 16 слесарей цеха. Найти модальную величину заработной платы.

В долларах: 118; 120; 124; 126; 130; 130; 130; 130; 132; 135; 138; 140; 140; 140; 142; 142.

Расчет медианы

Медианой в статистике называется варианта, расположенная в середине вариационного ряда. Если дискретный ряд распределения имеет нечетное число членов ряда, то медианой будет варианта, находящаяся в середине ранжированного ряда, т. е. к сумме частот прибавить 1 и все разделить на 2 – результат и даст порядковый номер медианы.

Если в вариационном ряду четное число вариантов, тогда медианой будет половина суммы двух срединных вариант.

Для нахождения медианы в интервальном вариационном ряду определяем сначала медианный интервал по накопленным частотам. Таким интервалом будет такой, кумулятивная (накопленная) частота которого равна или превышает половину суммы частот. Накопленные частоты образуются путем

постепенного суммирования частот, начиная от интервала с наименьшим значением признака.

Расчет медианы в интервальном вариационном ряду

Интервалы	Частоты (f)	Кумулятивные (накопленные) частоты
60–70	10	10 (10)
70–80	30	40 (10+30)
80–90	50	90 (40+50)
90–100	60	15 (90+60)
100–110	145	295 (150+145)
110–120	110	405 (295+110)
120–130	80	485 (405+80)
130–140	15	500 (485+15)
Сумма:	$f = 500$	

Половина суммы накопленных частот в примере равна 250 ($500 : 2$). Следовательно, медианным интервалом будет интервал со значением признака 100–110.

До этого интервала сумма накопленных частот составила 150. Следовательно, чтобы получить значение медианы, необходимо прибавить еще 100 единиц ($250 - 150$). При определении значения медианы предполагается, что значение признака в границах интервала распределяется равномерно. Следовательно, если 145 единиц, находящихся в этом интервале, распределить равномерно в интервале, равно 10, то 100 единицам будет соответствовать величина:

$$10 : 145 \times 100 = 6,9.$$

Прибавив полученную величину к минимальной границе медианного интервала, получим искомое значение медианы:

$$M_e = 100 + 6,9 = 106,9.$$

Или медиану в вариационном интервальном ряду можно исчислить по формуле:

$$M_e = x_{M_e} + h_{M_e} \times \frac{\sum f - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где x_{M_e} – величина нижней границы медианного интервала ($x_{M_e} = 100$); h_{M_e} – величина медианного интервала ($h_{M_e} = 10$); $\sum f$ – сумма частот ряда (численность ряда 500); S_{M_e-1} – сумма накопленных частот в интервале,

предшествующем медианному ($S_{M_e-1} = 150$); f_{M_e} – частота медианного интервала ($f_{M_e} = 145$).

Подставим в формулу значения и получим:

$$M_e = 100 + 10 \times \left(\frac{\frac{500}{2} - 150}{145} \right) = 106,9.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Определить медиану по следующим данным:

Произведено продукции, шт.	16	18	19	20	21	22	24	Всего
Число рабочих, чел.	4	7	12	11	10	4	3	51

Задача 2

Себестоимость одного центнера зерна по хозяйствам района характеризуется следующими показателями:

Себестоимость 1 ц зерна, дол.	24	25	26	28	29	31	34	37	39	45	50	Всего
Число хозяйств в % к итогу	3	7	12	14	14	25	12	6	4	2	1	100

Определить медиану себестоимости 1 ц зерна.

Задача 3

Имеются данные о работе прядильниц комбината:

Количество веретен, обслуживаемых одной прядильницей, шт.	1160	1230	1300	1340	1400	1450	Всего
Число прядильниц, чел.	8	12	20	15	15	10	80

Определить медиану количества веретен, обслуживаемых одной прядильницей.

ТЕСТЫ

1. Средняя арифметическая взвешенная равна:

а) $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$;

б) $\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$;

$$в) \bar{X} = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n};$$

$$г) \bar{X} = \frac{\sum Xf}{n}.$$

2. В статистике модой называют:

а) кумулятивную частоту, которая равна или превышает половину суммы частот;

б) варианту, которая находится в середине вариационного ряда;

в) сумму накопленных частот;

г) величину признака, которая чаще встречается в данной совокупности.

3. Средняя гармоническая величина:

$$а) \bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n-1};$$

$$б) \bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n};$$

$$в) \bar{x} = \frac{\sum T}{\sum \frac{1}{x} T};$$

$$г) \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

4. Средняя квадратическая величина:

$$а) \bar{x} = \sqrt[n]{\prod x^i};$$

$$б) \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}};$$

$$в) \bar{x} = \frac{\sum T}{\sum \frac{T}{x}};$$

$$г) \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

5. Медиана – это:

а) вариант, который находится в середине вариационного ряда;

б) величина, которая делит ряда на две неравные части по числу единиц;

в) наиболее часто встречающаяся величина;

г) средняя величина из двух вариантов.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ

Средняя величина не раскрывает строения совокупности, она не показывает, как располагаются около нее варианты осредняемого признака. Исследование вариации (колеблемости) в статистике дает возможность оценить степень воздействия на признак других варьирующих признаков. Для измерения вариации признака в совокупности применяют ряд обобщающих показателей:

- 1) размах вариации;
- 2) коэффициент осцилляции;
- 3) среднее линейное отклонение;
- 4) средний квадрат отклонений (дисперсия);
- 5) среднее квадратическое отклонение;
- 6) коэффициент вариации.

Наиболее простым измерителем вариации является разность между наибольшим и наименьшим значением признака и называется *размах вариации* и исчисляется по формуле:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где R – размах вариации; $x_{\max}$ – наибольшее значение признака; $x_{\min}$ – наименьшее значение признака.

Показатель вариации учитывает крайние значения признака, которые сильно могут отличаться от всех других единиц, поэтому иногда пользуются показателем осцилляции:

$$K = \frac{R}{\bar{x}},$$

где K – коэффициент осцилляции; R – размах вариации; $\bar{x}$ – средняя арифметическая этого ряда.

Среднее линейное отклонение представляет среднюю арифметическую из абсолютных значений отклонений отдельных вариаций (значений признака) от их средней арифметической (знаки отклонений не учитываются). Среднее линейное отклонение может быть простым и взвешенным и измеряется в тех же единицах, что и величина признака. Вычисление среднего линейного отклонения производится по формулам:

- 1) для несгруппированных данных

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum d}{n},$$

где $\bar{d}$ – среднее линейное отклонение; x – значения признака; $\bar{x}$ – среднее значение признака; n – численность признаков.

$$d_n = x_n - \bar{x}.$$

2) если данные наблюдения представлены в виде дискретного ряда распределения с частотами, тогда $\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$.

Число повторений вариантов значений признака, называют *частотой повторений*. Если частоты представлены в относительных величинах, то их называют *частотами*.

Дисперсия – это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней. Дисперсия еще называется средним квадратом отклонений и обозначается σ^2 (сигма квадрат). В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ – простая дисперсия;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \text{ – взвешенная дисперсия.}$$

Среднее квадратическое отклонение представляет собой корень квадратный из дисперсии и обозначается σ (сигма).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \text{ – простое (невзвешенное квадратическое отклонение) среднее;}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} \text{ – среднее квадратическое отклонение взвешенное.}$$

Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака в совокупности и выражается в тех же единицах измерения, что и сам признак (в метрах, тоннах, гектарах и т. д.). Вычислению среднего квадратического отклонения предшествует расчет дисперсии.

Коэффициент вариации – это отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \%$.

В отличие от среднего квадратического отклонения коэффициент вариации является относительной величиной, что используется при сравнении вариаций любых совокупностей.

По величине коэффициента вариации можно судить о степени вариации признаков совокупностей. Чем меньше значение коэффициента вариации, тем однороднее совокупность по изучаемому признаку и типичнее явление. И чем больше его величина (V), тем больше разброс значений признака вокруг средней, тем менее однородна совокупность по своему составу и тем менее представительна средняя.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

Имеются данные о распределении посевной площади колхоза по урожайности:

Урожайность зерновых, ц/га	Посевная площадь, га
14-16	100
16-18	300
18-20	400
20-22	200
Итого:	1000

Определить показатели вариации.

Решение:

Урожайность зерновых, ц/га	Посевная площадь, га f	Ср. значение интервала x'	$x'f$	$x - \bar{x}$	$(x' - \bar{x})'$	$(x' - \bar{x})' f$
14-16	100	15	1500	-3,4	11,56	1156
16-18	300	17	5100	-1,4	1,96	588
18-20	400	19	7600	0,6	0,36	144
20-22	200	21	4200	2,6	6,76	1352
Итого:	1000		18400			3240

1. Средняя арифметическая (взвешенная) равна:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{18400}{1000} = 18,4 \text{ ц/га.}$$

2. Исчисляем дисперсию (взвешенную):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{3240}{1000} = 3,24 \text{ ц/га.}$$

3. Среднее квадратическое отклонение (взвешенное):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{3,24} = 1,8 \text{ ц/га.}$$

4. Определяем коэффициент вариации: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,8}{18,4} \cdot 100 = 9,8\%$.

Задача 2

Имеются следующие данные о выработке продукции (шт.) рабочих:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	9	9	10	12	13	14	14	15	17

Определить:

- 1) среднюю выработку рабочих;
- 2) дисперсию.

Решение:

Расчет дисперсии

	Выработка рабочих, x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
1	7	-5	25
2	9	-3	9
3	9	-3	9
4	10	-2	4
5	12	0	0
6	13	1	1
7	14	2	4
8	14	2	4
9	15	3	9
10	17	5	25
Итого:	120	-	90

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{120}{10} = 12 \text{ шт.};$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{90}{10} = 9.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

По двум бригадам слесарей, занятым на ремонте оборудования, начислена за месяц заработная плата в следующих размерах:

Зарботная плата 1 слесаря, дол.		134	130	126	122	108	Итого
Численность слесарей в бригадах, чел.	№1	—	3	3	3	3	12
	№2	2	7	3	—	—	12

Вычислить:

- 1) среднюю заработную плату по каждой бригаде;
- 2) размах вариации;
- 3) показатель оцилляции;
- 4) дисперсию;
- 5) среднее квадратическое отклонение.

Задача 2

С участков был получен следующий урожай пшеницы:

Средняя урожайность с отдельных участков, ц с 1 га	10	13	16	19	22	Итого
Число участков в % к итогу	6,6	26,7	40,0	16,7	10,0	100,0

Вычислить:

- 1) среднюю урожайность;
- 2) размах вариации;
- 3) дисперсию.

Задача 3

Для определения скорости износа резцов проведено обследование 1000 резцов. Получены следующие данные:

Время работы резца, час.	2	3	5	8	10	11	12	15	16	20
Число резцов, шт.	20	30	40	100	110	240	300	110	30	20

По данным обследования вычислить:

- 1) дисперсию;
- 2) среднее квадратическое.

Задача 4

Для изучения норм выработки на заводе проведено обследование затрат времени рабочих-станочников. Распределение рабочих по затратам времени на обработку одной детали представлены в таблице:

Затраты времени на одну деталь, мин.	до 24	24–26	26–28	28–30	30–32	32–34	Итого
Число рабочих в процентах к итогу	2	12	34	40	10	2	100

Определить среднее квадратическое отклонение затрат времени на одну деталь.

Задача 5

По десяти однородным предприятиям имеются данные об энерговооруженности труда на одного работника:

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Энерговооруженность труда, кВт/ч	5	4	6	7	3	5	6	7	4	3

Определить:

- 1) среднее линейное отклонение;
- 2) дисперсию;
- 3) среднее квадратическое отклонение.

Расчет дисперсии упрощенными способами

Расчет дисперсии по формуле: $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$.

Техника вычисления дисперсии сложна, а при больших значениях вариант и частот может быть громоздкой. Расчеты можно упростить, используя *свойства* дисперсии:

1. Уменьшение или увеличение весов (частот) варьирующего признака в определенное число раз дисперсии не изменяет.

2. Уменьшение или увеличение каждого значения признака на одну и ту же постоянную величину A дисперсии не изменяет.

3. Уменьшение или увеличение каждого значения признака в какое-то число раз K соответственно уменьшает или увеличивает дисперсию в K^2 раз, а среднее квадратическое отклонение – в K раз.

4. Дисперсия признака равна разности между средним квадратом значений признака и квадратом средней $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$.

Каждое свойство при расчете дисперсии может быть применено произвольно или в сочетании с другими.

Пример. Имеются данные о производительности труда рабочих:

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5	Итого
Произведено продукции, шт. (вариант, x)	8	9	10	11	12	50
x^2	64	81	100	121	144	510

Определить дисперсию.

Решение:

Для расчета дисперсии в дискретном вариационном ряду используем формулу средней арифметической простой:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2 = \frac{510}{5} - \left(\frac{50}{5} \right)^2 = 2.$$

Для определения дисперсии в интервальном ряду распределения используют формулу средней арифметической взвешенной:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2.$$

Для расчета дисперсии по способу моментов используют формулу

$$\sigma^2 = i^2 (m_2 - m_1^2),$$

где i – величина интервала; $m_2 = \frac{\sum x_i^2 f}{\sum f}$ – момент второго порядка;

$m_1^2 = \left(\frac{\sum x_i f}{\sum f} \right)^2$ – момент первого порядка; $x_i = \frac{X - A}{i}$ – исходя из свойств дисперсии.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**Задача 1**

При определении качества электрических ламп на продолжительность горения при выборочном наблюдении получены следующие данные:

Группы эл. ламп по времени горения	800–1000	1000–1200	1200–1400	1400–1600	1600–1800	1800–2000
Число эл. ламп	20	80	160	90	40	10

Определить дисперсию способом моментов и среднее квадратическое отклонение.

Решение:

Группы эл. ламп по времени горения, час.	Число эл. ламп, f	Середина интервала, x^*	$\frac{x^* - A}{i} \cdot f = \frac{x^* - 1300}{200} \cdot f$	$\left(\frac{x^* - A}{i} \right)^2 \cdot f = \left(\frac{x^* - 1300}{200} \right)^2 \cdot f$
1	2	3	4	5
800–1000	20	900	-40	80
1000–1200	80	1100	-80	80

1	2	3	4	5
1200–1400	160	1300	0	0
1400–1600	90	1500	90	90
1600–1800	40	1700	80	160
1800–2000	10	1900	30	90
Итого:	400	–	80	500

A – постоянное число с наибольшей частотой (160); i – размер интервала (200).

$$\sigma^2 = i^2 \left[\frac{\sum x_i^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x_i f}{\sum f} \right)^2 \right] = 200^2 \left[\frac{500}{400} - \left(\frac{80}{400} \right)^2 \right] = 48400;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{48400} = 220 \text{ (час.)}.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Глубина скважин в районе бурения характеризуется данными:

Группы скважин по глубине, м	200–400	400–600	600–800	800–1000	1000–1200	1200–1400
Число скважин, шт.	4	8	32	30	18	8

Исчислить дисперсию и среднее квадратическое отклонение глубины скважин, используя способ моментов.

Задача 2

В результате выборочного обследования дневного удоя коров, проведенного на молочной ферме, получены данные:

Группы коров по дневному удою, кг	6–8	8–10	10–12	12–14	14–16	Свыше 16	Итого
Число коров	2	5	51	37	3	2	100

Применяя способ моментов, исчислить дисперсию и среднее квадратическое отклонение удоя коров.

Задача 3

В лаборатории трикотажной фабрики проведена проверка на крепость (в г) пряжи, поставленной прядильной фабрикой. Получены следующие данные:

Крепость пряжи, г	150	160	170	180	190	200	210	Итого
Кол-во проб								
1-я партия	4	26	47	63	40	18	2	200
2-я партия	–	12	53	90	42	3	–	200

с) определить:

- 1) по каждой партии коэффициент вариации крепости пряжи;
- 2) указать, в какой партии колеблемость крепости пряжи меньше.

Задача 4

На сахарном заводе для переработки колхозами сдана сахарная свекла, при приемке которой была установлена следующая сахаристость (процент содержания сахара).

Сахаристость, %	15,4	16,6	17,0	17,1	17,3	17,4	Итого
Количество свеклы в % к итогу	4,5	11,3	20,0	29,0	25,0	10,2	100

Вычислить коэффициент вариации сахаристости сахарной свеклы.

Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии (по правилу сложения дисперсий)

Если совокупность разбита на группы (или части) по изучаемому признаку, то для такой совокупности могут быть исчислены следующие виды дисперсий: общая, групповая, средняя из групповых, межгрупповая.

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех условий и причин, действующих в совокупности, и исчисляется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ — простая дисперсия;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \text{ — взвешенная дисперсия.}$$

Общая дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака x от общей средней $\bar{x}$.

Групповая (частная) дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы от средней арифметической этой группы (групповой средней). Эта дисперсия отражает вариацию признака только за счет условий и причин, действующих внутри группы.

$$\text{Простая } \sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{n}; \quad \sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 f}{\sum f} \text{ — взвешенная.}$$

Средняя из групповых дисперсий — это средняя арифметическая взвешенная из групповых дисперсий: $\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f}$ — или ее называют остаточной.

Межгрупповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений групповых средних $\bar{x}_i$ от общей средней $\bar{x}$ и обозначается ζ (малая сигма):

$$\zeta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$

Согласно правилу сложения дисперсий общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий: $\sigma = \sigma^2 + \zeta^2$.

РЕШЕНИЕ ТИПОВОЙ ЗАДАЧИ

Задача 1

Имеются данные о производительности ткачей за час работы:

I группа		II группа	
№ п/п	Изготовление ткани за час работы	№ п/п	Изготовление ткани за час работы
1	13	1	18
2	14	2	19
3	15	3	22
4	17	4	20
5	16	5	24
6	15	6	23
Итого:	90	Итого:	126

Определить общую, групповые и межгрупповые дисперсии.

Решение:

I группа				II группа			
№ п/п	Изготовлено ткани за 1 час, м x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	№ п/п	Изготовлено ткани за 1 час, м x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
1	13	-2	4	7	18	-3	9
2	14	-1	1	8	19	-2	4
3	15	0	0	9	22	1	1
4	17	2	4	10	20	-1	1
5	16	1	1	11	24	3	9
6	15	0	0	12	23	2	4
Итого:	90		10	Итого:	126		28

1. Для расчета групповых дисперсий исчислим средние по каждой группе:

$$\bar{x}_1 = \frac{90}{6} = 15; \quad \bar{x}_2 = \frac{126}{6} = 21.$$

Расчет дисперсий по группам представим в таблице. Полученные значения подставляем в формулу и получаем:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_1)^2}{n} = \frac{10}{6} = 1,666 \approx 1,67;$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_1)^2}{n} = \frac{28}{6} = 4,66.$$

2. Рассчитаем среднюю из групповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f} = \frac{1,67 \cdot 6 + 4,66 \cdot 6}{6 + 6} = \frac{10 + 28}{12} = \frac{38}{12} = 3,16.$$

3. Исчислим межгрупповую дисперсию. Для этого исчислим общую среднюю как среднюю взвешенную из групповых средних:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f}{\sum f} = \frac{15 \times 6 + 21 \times 6}{12} = \frac{90 + 126}{6 + 6} = \frac{216}{12} = 18.$$

Теперь рассчитаем межгрупповую дисперсию:

$$\zeta^2 = \frac{(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{(15 - 18)^2 \cdot 6 + (21 - 18)^2 \cdot 6}{12} = \frac{9 \cdot 6 + 9 \cdot 6}{12} = \frac{54 + 54}{12} = \frac{108}{12} = 9.$$

4. Исчислим общую дисперсию по правилу сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \zeta^2 = 3,16 + 9 = 12,16.$$

Проверим полученный результат исчислив общую дисперсию обычным способом:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \\ &= \frac{(13-18)^2 + (14-18)^2 + (15-18)^2 + (17-18)^2 + (16-18)^2 + (15-18)^2 + \\ &\quad + (18-18)^2 + (19-18)^2 + (22-18)^2 + (20-18)^2 + (24-18)^2 + (23-18)^2}{12} = \frac{146}{12} = 12,16; \\ \sigma^2 &= 12,16. \end{aligned}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Имеются данные о производительности труда 5 рабочих в дневную и ночную смены:

№ п/п	Произведено продукции	
	Дневная	Ночная
1	5	5
2	8	6
3	7	4
4	4	4
5	6	6

Рассчитать:

- 1) групповые дисперсии;
- 2) среднюю из групповых дисперсий;
- 3) межгрупповую дисперсию;
- 4) общую дисперсию (по правилу сложения дисперсий и обычным способом).

Задача 2

Бригада литейщиков, состоящая из 10 человек, к концу месяца имела следующие показатели по выполнению норм выработки:

Группы рабочих по степени выполнения плана, %	Процент выполнения плана
До 100	90, 95, 84, 92
Свыше 100	100, 102, 104, 103, 105, 104

Рассчитать:

- 1) групповые дисперсии;
- 2) межгрупповые дисперсии;
- 3) общую дисперсию (обычным способом и по правилу сложения дисперсий).

Задача 3

Имеются данные о распределении рабочих по проценту допускаемого брака в процессе производства:

Процент брака	Число рабочих	Средний % брака продукции на 1 человека	Среднее квадратическое отклонение
До 1	7	0,8	0,67
1-3	20	2,3	0,65
3-5	15	3,7	0,51
5-7	5	5,9	0,48
свыше 7	3	7,8	0,82

Исчислить общую дисперсию допускаемого рабочими брака продукции, применяя правило сложения дисперсий.

Задача 4

Имеются данные о часовой производительности труда рабочих цеха:

Группы рабочих по количеству продукции, выработанной за 1 час одним рабочим, шт.	Число рабочих	Средняя выработка на одного рабочего, шт.	Групповые дисперсии
9-10	10	9,5	0,25
10-12	11	11,6	0,23
12-17	16	13,4	0,23
14-17	13	16,4	0,53
Итого:	50	13,0	

Определить общую дисперсию.

ТЕСТЫ

1. Среднее квадратическое отклонение находят по формуле:

а) $v = \frac{\delta \cdot 100}{\bar{x}}$;

б) $\delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$;

в) $\lambda = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n}$;

г) $\delta = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$.

2. Дисперсию признака находят по формуле:

а) $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$;

б) $\lambda = \frac{\sum (x - \bar{x}) f}{\sum f}$;

в) $\delta = \sqrt{\delta^2}$;

г) $\delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$.

3. К показателям вариации относятся:

а) дисперсия, медиана, коэффициент вариации;

б) размах вариации, средняя величина;

в) среднее квадратическое отклонение, коэффициент и размах вариации, мода;

г) коэффициент вариации, размах, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

4. Среднее линейное отклонение для группированных данных:

а) $\bar{d} = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n};$

б) $\bar{d} = \frac{\sum xf}{\sum f};$

в) $\bar{d} = \frac{\sum (x - \bar{x})f}{\sum f};$

г) $\bar{d} = \frac{\sum x}{n}.$

5. Дисперсия это:

а) средний квадрат отклонений от средней величины;

б) разность между наибольшими и наименьшими значениями варьирующего признака;

в) разность между вариантой и средней;

г) отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической.

ратическом отклонении 1,5% с вероятностью 0,954. Определить пределы, в которых находится средняя влажность муки в партии.

Задача 4

В лесхозе в порядке случайной выборки обследовано 900 деревьев. По этим данным установлен средний диаметр одного дерева 235 мм, и среднее квадратическое отклонение равно 27 мм с вероятностью 0,683. Определить границы, в которых будет находиться средний диаметр деревьев в генеральной совокупности.

Задача 5

При обследовании 500 образцов изделий на фурнитурной фабрике, отобранных из партии готовой продукции в случайном порядке, 40 оказались нестандартными. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится доля нестандартной продукции, выпускаемой фабрикой.

Задача 6

В порядке случайной повторной выборки было обследовано 80 предприятий отрасли, из которых 20 предприятий имели долю нестандартной продукции выше 0,5%. С вероятностью 0,997 определить пределы, в которых находится доля предприятий, выпускающих более 0,5% нестандартной продукции в этой отрасли.

Задача 7

В порядке изучения мнения студентов о проведении определенных мероприятий из совокупности 10 тыс. человек методом случайного бесповторного отбора опрошено 600 студентов. Из них 240 одобрили план мероприятий. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится доля студентов, одобрявших мероприятия, во всей совокупности.

Задача 8

На ткацкой фабрике работает 6 тыс. ткачих. Для установления норм выработки предполагается провести случайный бесповторный отбор ткачих. Предварительным обследованием установлено, что среднее квадратическое отклонение дневной выработки составляет 25 м. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 5 м.

Задача 9

С целью определения качества пряжи на прядильной фабрике предполагается провести выборочное обследование пряжи методом случайного повторного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятно-

стью 0,954 ошибка выборочной средней не превышала 4 г при среднем квадратическом отклонении 20 г?

Задача 10

На заводе предполагается провести выборочное обследование средней часовой выработки рабочих методом случайного повторного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 5 шт., если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 225?

Задача 11

В районе проживает 2000 человек. Определить необходимую численность выборки с вероятностью 0,954 для определения среднего размера семьи при условии, что предельная ошибка выборки не должна превышать 0,8 человека. Среднее квадратическое отклонение 2 человека.

ТЕСТЫ

1. Генеральная средняя – это:

- а) обобщающая характеристика совокупностей;
- б) среднее значение варьирующего признака во всей совокупности;
- в) среднее значение признака у единиц, которые подвергались выборочному наблюдению;
- г) часть совокупности единиц, которая подвергалась выборочному обследованию.

2. Предельная ошибка выборки определяется по формуле:

а) $Mx = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n}}$;

б) $Mx = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$;

в) $\Delta = t\mu$;

г) $Mp = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

3. Формула средней ошибки выборки для средней при бесповторной выборке:

а) $Mx = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$;

б) $Mp = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$;

$$в) \Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n}};$$

$$г) Mx = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{n}}.$$

4. Доля выборки – это:

- а) средняя величина количественного признака;
- б) относительная величина альтернативного признака;
- в) средняя ошибка выборки;
- г) отношение числа единиц выборочной совокупности к числу единиц генеральной совокупности.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени в статистике называют *динамикой*. Для отображения динамики строят *ряды динамики*, которые представляют собой ряды изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.

Составными элементами ряда динамики являются показатели уровней ряда и показатели времени.

По времени ряды динамики абсолютных величин характеризуют либо уровни развития общественных явлений на определенные моменты времени (моментные ряды), либо процессы их развития за определенные периоды времени (интервальные ряды).

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью следующих показателей: абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста.

Абсолютный прирост (сокращение) характеризует увеличение или уменьшение уровня ряда за определенный промежуток времени. Абсолютный прирост с переменной базой называется *скоростью роста*.

Абсолютный прирост
(цепной)

$$\Delta y_u = y_i - y_{i-1},$$

где y_i – уровень сравниваемого периода; y_{i-1} – уровень предшествующего периода

Абсолютный прирост
(базисный)

$$\Delta y_b = y_b - y_0,$$

где y_0 – уровень базисного периода

Интенсивность процесса роста характеризуется темпами роста и темпами прироста и выражается в коэффициентах и процентах и исчисляется по формулам:

Темпы роста:

в коэффициентах

в процентах

базисные

$$K_p = \frac{y_i}{y_0};$$

$$T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100;$$

цепные

$$K_p = \frac{y_i}{y_{i-1}};$$

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100;$$

Темпы прироста:	в коэффициентах	в процентах
базисные	$K_{\text{пр}} = \frac{Y_i - Y_0}{Y_0}$;	$T_{\text{пр}} = \frac{Y_i - Y_0}{Y_0} \cdot 100$;
цепные	$K_{\text{пр}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}}$;	$T_{\text{пр}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} \cdot 100$;
или	$K_{\text{пр}} = K_p - 1$;	$T_{\text{пр}} = T_p - 100$

Между базисными и цепными темпами роста, выраженными в коэффициентах, существует взаимосвязь: произведение последующих цепных темпов роста равно базисному темпу роста за соответствующий период и выражается формулой: $K_{\text{баз}} = K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n$.

Абсолютное значение 1% прироста исчисляется по формулам:

$$A = \frac{\Delta y_0}{T_{\text{пр } 0}} = \frac{Y_i - Y_0}{T_{\text{пр баз}}}; \quad A = \frac{\Delta y_n}{T_{\text{пр н}}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{T_{\text{пр н}}}.$$

В случаях, когда сравнение производится с отдалением периода времени, принятого за базу сравнения рассчитывают так называемые пункты роста, которые представляют собой разность базисных темпов роста.

$$П_{\text{роста}} = T_{\text{р(баз.)}_i} - T_{\text{р(баз.)}_{i-1}}.$$

РЕШЕНИЕ ТИПОВОЙ ЗАДАЧИ 1

Имеются сведения о выплавке чугуна на заводе с 1999 по 2002 г. В 1999 г. выплавлено чугуна 459 т, в 2000 г. – 507 т, в 2001 г. – 545 т, в 2002 г. – 589 т. Определить показатели интервального динамического ряда.

Решение:

Сведения о производстве продукции на заводе с 1999 по 2002 г.

Показатели	1999	2000	2001	2002
1	2	3	4	5
Объем продукции, т	459	507	545	589
Абсолютный прирост, т				
Цепной	–	48	38	44
Базисный	–	48	86	130
Темп роста				
Цепной	–	110,5	107,5	108,1
Базисный	–	110,5	118,7	128,3
Темп прироста				
Цепной	–	10,5	7,5	8,1

1	2	3	4	5
Базисный	—	10,5	18,7	28,3
Абсолютное значение 1% прироста				
Цепное	—	4,6	5,1	5,4
Базисное	—	4,6	4,6	4,6
Пункт роста	—	10,5	8,2	9,6

Средние показатели ряда динамики

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют средние показатели: средние уровни ряда и средние показатели изменения уровней ряда.

Для интервальных рядов динамики средний уровень ряда определяется по формуле средней арифметической:

а) при равных интервалах – средняя арифметическая простая: $\bar{y}_{пр.} = \frac{\sum y}{n}$,

где y – уровень ряда;

б) при неравных интервалах – средняя арифметическая взвешенная:

$\bar{y}_{вз.} = \frac{\sum y t}{\sum t}$, где t – длительность интервалов между датами.

Средний уровень моментного ряда динамики с равностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической моментного ряда:

$$\bar{y}_{пр.} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n-1}.$$

Средний уровень моментного ряда с неравностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y}_{вз.} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1}) t_{n-1}}{2 \sum t_{n-1}}.$$

РЕШЕНИЕ ТИПОВОЙ ЗАДАЧИ 2

Масса остатков топлива на складах в тоннах составила на:

01.01.2001	01.03.2001	01.04.2001	01.09.2001	01.01.2002
40	60	100	10	30

Определить среднюю массу остатков топлива на складе.

Решение:

$$\bar{y}_{\text{из.}} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1}) \cdot t_{i-1}}{2 \sum t_{i-1}} =$$

$$= \frac{(40 + 60) \cdot 2 + (60 + 100) \cdot 1 + (100 + 10) \cdot 5 + (10 + 30) \cdot 4}{2(2 + 1 + 5 + 4)} = 47,92 \text{ т.}$$

Обобщающий показатель скорости изменения уровней во времени – средний абсолютный прирост (убыль), определяется по формуле средней арифметической простой: $\Delta y_u = \frac{\sum \Delta y_u}{n}$, где n – число цепных абсолютных приростов или $\bar{\Delta y_u} = \frac{\Delta y_n}{n-1}$.

Средний темп роста рассчитывается по формуле средней геометрической:

$$\bar{K}_p^u = \sqrt[n]{K_{p1}^u \cdot K_{p2}^u \cdot K_{p3}^u \cdot \dots \cdot K_{pn}^u} = \sqrt[n]{K_p^6},$$

где n – число цепных коэффициентов роста; K_{pi}^u – цепные коэффициенты роста; K_p^6 – базисный коэффициент роста.

Средние темпы прироста рассчитываются путем вычитания из средних коэффициентов роста 1.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**Задача 3**

Определить средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста исходя из условия задачи № 1.

Решение:

1) средний абсолютный прирост: $\Delta y_u = \frac{48 + 38 + 44}{3} = 43 \text{ т}$ или $\Delta y_u = \frac{\Delta y_n}{n-1} = \frac{130}{4-1} = 43 \text{ т};$

2) средний темп роста: $\bar{T}_{p,u} = \sqrt[n]{PK_p^u} = \sqrt[3]{1,105 \cdot 1,075 \cdot 1,081} = 1,087$, или 108,7% или $\bar{T}_{p,u} = \sqrt[n]{K_p^6} = \sqrt[3]{1,283} = 1,087$, или 108,7%;

3) средний темп прироста: $\bar{T}_{\text{прир.}} = \bar{T}_p - 100 = 108,7\% - 100\% = 8,7\%.$

Задача 4

На основании выработки продукции в двух бригадах за 7 месяцев, определить среднюю выработку по каждой бригаде и коэффициент опережения:

Бригады	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
1	61	58	56	58	59	60	62
2	93	89	87	92	92	92	92

Решение:

Определим средние уровни по формуле:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y}{n} = \frac{61 + 58 + 56 + 58 + 59 + 60 + 69}{7} = \frac{421}{7} = 60,1\%;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum y}{n} = \frac{93 + 89 + 87 + 92 + 92 + 92 + 92}{7} = \frac{637}{7} = 91\%;$$

$$T_p = \frac{91}{60,1} \cdot 10 = 151,4\%,$$

т. е. средняя выработка во второй бригаде выше, чем в первой в 1,5 раза.

Задача 5

Имеются данные об изменении списочной численности работников завода за август 2001 г., чел.:

Состояло по списку на 01.08.2001 г. – 839

Выбыло с 10.08 – 14

Зачислено с 15.08 – 2

Зачислено с 16.08 – 5

Определить среднесписочную численность работников завода за август 2001 г.

Решение:

Для расчета средней численности работников определяем продолжительность t каждого календарного периода с постоянной численностью работающих и общее число человеко-дней:

Календарные периоды	Число работников, $У$	Длина периода, дней, t	Число человеко-дней, $Уt$
С 1 по 9.08	839	9	7551
С 10 по 14.08	825	5	4125
С 15 по 25.08	827	11	9097
С 26 по 31.08	832	6	4992
Итого:	–	$t = 31$	$Уt \approx 25765$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{\sum i} = \frac{25765}{31} = 831 \text{ чел.}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

В автопарке города число автомашин составило: на 01.01.2001 г. – 6980 шт.; 1 марта поступило новых 40 шт. и списано пришедших в негодность 15 штук; 1 августа поступило – 164 шт. и списано 18 шт.; 1 октября поступило 72 шт.

По приведенным данным:

- 1) построить ряд динамики, характеризующий наличие автомашин;
- 2) определить среднегодовую численность автомашин в автопарке;
- 3) среднемесячный абсолютный прирост за 2001 год.

Задача 2

На 01.01.2001 г. в торговой сети потребкооперации района имелось 1346 телевизоров разных марок:

За I квартал: поступило – 1680 шт. и продано – 1716 шт.;

За II квартал: поступило – 1690 шт.; продано – 1744 шт.;

За III квартал: поступило – 1720 шт.; продано – 1918 шт.;

За IV квартал: поступило – 1646 шт.; продано – 1492 шт.

По приведенным данным построить ряд динамики, характеризующий наличие телевизоров в торговой сети района на начало каждого квартала. Определить:

- 1) среднегодовой остаток телевизоров в торговой сети района;
- 2) вид ряда динамики;
- 3) темпы роста и прироста;
- 4) абсолютный прирост базисным и цепным методом.

Задача 3

Движение денежных средств на валютном счете вкладчика в банке за 2001 г. характеризуется следующими данными, дол. США.

Остаток на 01.01.2001 г. – 650; 16.03 – выдано – 100; 01.04 – списано по перечислению – 140; 20.07 – внесено – 200; 01.11 – поступило по перечислению – 350; 01.12 выдано – 150.

Определить:

- 1) средний остаток средств на счете;
 - а) за I полугодие;
 - б) за II полугодие;
- 2) абсолютный прирост изменения среднего остатка вклада во втором полугодии по сравнению с первым.

Задача 4

В следующей таблице приведены абсолютные величины, характеризующие добычу нефти в 1996–2001 гг.

Показатель	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Добыча нефти, млн т.	328,4	353,0	377,1	400,4	429,0	458,9
Абсолютные изменения добычи нефти, млн т						
Темпы роста (в % к предыдущему году)						
Темпы прироста (в %)						

Исчислите абсолютные изменения, темпы роста и темпы прироста добычи нефти.

Задача 5

Темпы роста парка машин в строительстве (в % к 1995 г.)

	1996	1997	1998	1999	2001	2002
Экскаваторы:						
Одноковшовые	135	159	166	168	165	163
Многоковшовые	142	153	153	149	144	132
Скредеры	141	149	133	130	126	120
Бульдозеры	139	159	154	153	150	148
Передвижные краны	139	171	179	177	174	173

Определить:

- 1) средние темпы роста по видам машин;
- 2) средние темпы прироста.

Задача 6

Имеются данные о производстве минеральных удобрений (в пересчете на 100% питательных веществ, млн т):

Заводы	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
1	13,1	22,0	24,8	33,2	34,7	36,3	37,1
2	14,8	17,1	22,5	22,3	18,2	21,4	22,4

Определить:

- 1) средний уровень производства продукции по заводам;
- 2) средний темп роста;
- 3) абсолютный прирост;
- 4) абсолютное значение 1% прироста.

Задача 7

Имеются следующие отчетные данные завода о производстве радиоприемников за 1997–2000 гг.: в 1997 г. завод выпустил 12 000 шт., в 1998 г. – 12 600, в 1999 г. – 13 200, в 2000 г. – 14 060 шт.

Исчислите абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста производства радиоприемников.

Задача 8

Имеются следующие данные о выпуске культтоваров на заводе сельхозмашин за первое полугодие 2001 г.: в январе выпущено 368 шт., в феврале – 356, в марте – 376, в апреле – 376, в мае – 388, в июне – 400 шт.

Исчислите темпы роста и темпы прироста выпуска культтоваров в каждом месяце по сравнению с предыдущим. Оформите абсолютные данные, приведенные в условии задачи и полученные относительные величины в виде таблицы.

ТЕСТЫ

1. Статистические ряды динамики – это:

- а) ряд единиц совокупности, расположенных в порядке возрастания или убывания варьирующего признака;
- б) ряды абсолютных величин;
- в) показатели, характеризующие процесс развития общественного явления во времени;
- г) ряды, где значения варианты даны в виде интервалов.

2. Моментные динамические ряды – это:

- а) процесс развития общественного явления во времени;
- б) ряд количественных показателей, характеризующих данное явление на определенные даты;
- в) ряд количественных показателей, характеризующих данное явление за определенный промежуток времени;
- г) ряд относительных величин.

3. Темп роста – это:

- а) разность между уровнями двух сравниваемых периодов;
- б) отношение уровня одного периода к уровню предшествующего периода;
- в) отношение абсолютного прироста к темпу роста;
- г) отношение абсолютного прироста к уровню того периода, с которым производится сравнение.

4. Средний темп роста определяется по формуле:

а) $x = \frac{\sum x f}{\sum f}$;

б) $x = \frac{x_0 + x_1}{2}$;

в) $T = \sqrt[n]{x_n : x_1}$;

г) $T = T - 100$.

5. Абсолютное значение 1% прироста – это:

- а) отношение уровней двух периодов;
- б) отношение абсолютного прироста к темпу прироста;
- в) отношение абсолютного прироста к уровню того периода, с которым сравнивают;

г) разность между уровнями двух периодов.

6. Система показателей динамического ряда включает:

- а) средний уровень ряда, дисперсию;
- б) цепные и базисные индексы, темп прироста;
- в) абсолютное значение 1% прироста, темп роста, темп прироста, абсолютный прирост;
- г) базисный абсолютный прирост, коэффициент вариации, темп роста.

ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Особым видом относительных величин являются индексы. Слово «индекс» означает показатель.

Индексами в статистике называют относительные показатели, характеризующие степень выполнения плана, изменение во времени или пространстве как однородных, так и разнородных явлений.

Для исчисления индекса необходимо иметь показатели за два сопоставляемых периода. Величину, с которой сравнивают, называют *основанием*, или базой индекса, или *базисной* величиной. Изучаемую величину, которую сопоставляют (сравнивают) с величиной базисного периода, называют *отчетной* или *текущей*. Индекс, таким образом, есть отношение отчетной величины к базисной.

Различают два вида индексов: индивидуальные и общие.

Индивидуальные, или *частные*, индексы характеризуют соотношение показателей однородных явлений. Примером индивидуальных индексов может быть процент выполнения плана или динамика выпуска одного какого-нибудь вида продукции, процент выполнения плана, или динамика себестоимости одного вида продукции, или соотношение выпуска какого-либо вида продукции за один и тот же период в разных областях или республиках.

Общий, или *групповой*, индекс характеризует соотношение показателей разнородных явлений, абсолютные величины которых непосредственно нельзя суммировать; их можно суммировать только после приведения к одному выражению. Примером общего индекса является индекс, характеризующий степень изменения общего выпуска продукции завода.

Чтобы вычислить индивидуальный индекс, надо показатель отчетного периода разделить на показатель базисного периода. При исчислении индексов для удобства введем условные обозначения – латинские буквы. Индивидуальный индекс обозначают буквой i , количество продукции или товара в натуральном выражении – буквой q , буквой p – цену единицы каждого продукта (товара).

Формула *индивидуального индекса* объема продукции имеет следующий вид: $i_{об.пр} = \frac{q_1}{q_0}$, где подстрочный знак «1» означает текущий или отчетный период, а «0» – базисный период.

Итак, индивидуальный индекс объема продукции получают путем деления количества продукции отчетного периода на количество продукции этого же вида в базисном периоде. Формула индивидуального индекса цен име-

ет такой вид: $I_q = \frac{P_1}{P_0}$, т. е. индивидуальный индекс цен получают путем деления цены за единицу продукции текущего периода на ее цену в базисном периоде.

Групповой индекс стоимости продукции представляет собой отношение фактической стоимости всей продукции в отчетном периоде к фактической стоимости всей продукции в базисном периоде. Формула индекса стоимости продукции имеет следующий вид: $I_{ст} = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_0 P_0}$.

Эта формула показывает, что для получения индекса стоимости продукции количество каждого продукта умножают на его цену, а затем произведения по всем продуктам суммируют. Полученный таким образом итог стоимости продукции за отчетный период сопоставляют со стоимостью продукции за базисный период.

Групповой индекс объема продукции – это отношение стоимости всей продукции отчетного периода в ценах базисного периода к фактической стоимости продукции базисного периода по базовым ценам.

Формула этого индекса имеет вид: $I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}$.

Групповой индекс цен получает путем отношения фактической стоимости продукции отчетного периода по ценам отчетного периода к стоимости этой продукции по ценам базисного периода.

Формула этого индекса будет иметь вид: $I_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}$.

Между индексами цен, физического объема продукции и стоимости существует взаимосвязь: $I_{ст} = I_q \cdot I_p$.

При изучении динамики за три и большее количество периодов индексы могут быть исчислены двумя путями:

а) путем сопоставления абсолютных величин (показателей) всех периодов поочередно с показателем одного периода, принятого за постоянную базу. Индексы с постоянным основанием называют *базисными*;

б) путем сопоставления абсолютной величины каждого периода с абсолютной величиной непосредственно предшествующего периода, т. е. меняющейся базой. Индексы с основанием предыдущих периодов называют *цепными*.

Базисные и цепные индексы связаны между собой. Перемножив все цепные, получим последний базисный индекс; разделив каждый последующий базисный индекс на предшествующий, получим соответствующий цепной индекс.

На практике не всегда имеются индексируемые величины и веса. И тогда агрегатные индексы преобразуются в средние индексы: средний арифметический и средний гармонический.

При этом средний индекс является правильным в том случае, если он тождественен агрегатному индексу.

$$\text{Агрегатный индекс физического объема } I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} \quad (1)$$

$$\text{Индивидуальный индекс физического объема } i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad (2)$$

$$\text{Отсюда } q_1 = i_q \cdot q_0 \quad (3)$$

преобразуем и в формулу (1) подставим значение q_1 из формулы (3) и получим:

$$\bar{I}_q = \frac{\sum i_q \times q_0 \times P_0}{\sum q_0 \times P_0} - \text{средний арифметический индекс физического объема.}$$

$$i_p = \frac{P_1}{P_0}, \quad P_1 = i_p \cdot P_0, \quad \text{тогда средний арифметический индекс цен } \bar{I}_p = \frac{\sum i_p \cdot P_0 P_1}{\sum P_0 P_1}.$$

В тех случаях, когда нет данных о количестве произведенной (реализованной) продукции, но есть индивидуальные индексы цен и стоимость произведенной (реализованной) продукции в отчетном периоде в ценах отчетного периода.

$$I_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}, \quad i_p = \frac{P_1}{P_0}, \quad \text{то } P_0 = \frac{P_1}{i_p}, \quad \text{тогда } \bar{I}_p = \frac{\sum q_1 \cdot P_1}{\sum q_1 \cdot \frac{P_1}{i_p}} = \frac{\sum q_1 \cdot P_1}{\sum \frac{q_1 P_1}{i_p}} - \text{средний}$$

гармонический индекс цен.

Средний гармонический индекс цен часто используется в торговле, где в отчетности имеются данные о стоимости проданного товара (Pq) и отсутствуют данные о количестве проданных товаров по отдельным видам (q). Поэтому широко используется в торговле при исчислении индексов розничных цен.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Задача 1

Рассчитайте по следующим данным индивидуальные индексы динамики объема продукции, цен и стоимости:

Показатели	2000 г.	2001 г.
Объема продукции, шт.	1600	1768
Цена, р.	1150	1100

Решение:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{1768}{1600} = 1,105, \text{ или } 110,5\%;$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{1100}{1150} = 0,957, \text{ или } 95,7\%;$$

$$i_{\text{ст}} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = \frac{1100 \cdot 1768}{1150 \cdot 1600} = \frac{1944800}{1840000} = 1,057, \text{ или } 105,7\%;$$

$$i_{\text{ст}} = i_q \cdot i_p = 1,105 \cdot 0,957 = 1,057, \text{ или } 105,7\%.$$

Задача 2

Имеются следующие сведения о выпуске продукции завода и ценах на продукцию за 2000 и 2001 г.

Виды продукции	Единица измерения	Выпущено единиц		Цена за единицу, тыс. р.	
		2000 г.	2001 г.	2000 г.	2001 г.
Токарно-винторезные станки	Штук	1600	1768	1150	1100
Чугунное литье	Тонн	3500	3945	370	349

Исчислить индивидуальные и групповые индексы объема продукции.

Решение:

Вычисление покажем в таблице:

Виды продукции	Единица измерения	Выпущено единиц		Цена за единицу в 2000 г., тыс. р. p_0	Стоимость продукции в ценах 2000 г., тыс. р.		Индексы объема продукции (гр.2/гр.1 и в итоге – гр.5/гр.4)
		2000 г. p_0	2001 г. q_1		2000 г. (гр.1 × гр.3) $p_0 q_0$	2001 г. (гр.2 × гр.3) $p_0 q_1$	
Токарно-винторезные станки	Штук	1600	1768	1150	1840 000	2033 200	110,5
Чугунное литье	Тонн	3500	3945	370	1295 000	1459 650	112,7
Итого:	—	—	—	—	3135 000	3492 850	111,4

$$i_{q_{\text{ст}}} = \frac{q_1}{q_0} = \frac{1768}{1600} = 1,105, \text{ или } 110,5\%;$$

$$i_{q_{\text{чл}}} = \frac{3945}{3500} = 1,127, \text{ или } 112,7\%;$$

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{3492850}{3135000} = 1,114, \text{ или } 111,4\%.$$

Задача 3

На основании условия задачи 2 определите индексы цен.

Решение:

Виды продукции	Единица измерения	Цена за единицу, р.		Выпущено единиц в 2001 г. q_1	Стоимость продукции, тыс. р.		Индекс цен (гр.2/гр.1 и в итоге – гр.5/гр.4)
		2000 г. p_0	2001 г. p_1		в ценах 2000 г. (гр.1 × гр.3) $p_0 q_1$	в ценах 2001 г. (гр.2 × гр.3) $p_1 q_1$	
Токарно-винторезные станки	Штук	1150	1100	1768	2033 200	1944 800	95,7
Чугунное литье	Тонн	370	349	3495	1459 650	1376 805	94,3
Итого:	–	–	–	–	3492 850	3321 605	95,1

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{3\,321\,605}{3\,492\,850} = 0,951, \text{ или } 95,1\%.$$

Задача 4

Используя условие задачи 2 исчислите индексы стоимости продукции. Решение представьте в виде таблицы.

Решение:

Виды продукции	Единица измерения	Выпущено единиц		Цена за единицу		Стоимость продукции		Индекс стоимости (гр.6/гр.5)
		2000 г. q_0	2001 г. q_1	2000 г. p_1	2001 г. p_1	2000 г. (гр.3 × гр.1) $p_0 q_0$	2001 г. (гр.4 × гр.2) $p_1 q_1$	
Токарно-винторезные станки	Штук	1600	1768	1150	1100	1840 000	1944 800	105,7
Чугунное литье	Тонн	3500	3945	370	349	1295 000	1376 805	106,3
Итого:	–	–	–	–	–	3135 000	3321 605	105,9

$$I_{ст.} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{3321605}{3135000} = 1,059, \text{ или } 105,9\%;$$

$$I_{ст.} = I_p \cdot I_q = 0,951 \cdot 1,114 = 1,059, \text{ или } 105,9\%.$$

Задача 5

Индекс физического объема продукции составил 105%, цена увеличилась на 12%. Определите как изменилась стоимость продукции.

Решение:

$$I_{\text{ст.}} = I_p \cdot I_q;$$

$$I_p = 100 + 12 = 112\%;$$

$$I_{\text{ст.}} = 1,12 \cdot 1,05 = 1,176, \text{ или } 117,6\%.$$

Ответ: стоимость продукции увеличилась на 17,6%.

Задача 6

Определить среднеарифметический индекс физического объема на основании следующих данных:

Продукты	i_p	q, p_0 , млн р.
А	1,10	300
Б	0,90	250
В	0,75	400

Решение:

$$I_q = \frac{\sum i_p q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,1 \cdot 300 + 0,9 \cdot 250 + 0,75 \cdot 400}{300 + 250 + 400} = \frac{855}{950} = 0,9, \text{ или } 90\%.$$

Вывод: объем продукции в целом снизился на 10%.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Рассчитайте по следующим данным индексы:

- 1) физического объема товарооборота;
- 2) цен;
- 3) стоимости продукции.

Товар	Индивидуальный индекс цен	Стоимость проданной продукции, млн р.	
		июль	август
Картофель	104	118	99
Молоко	102	26	28
Яйцо	96	142	155

Ответ: 1) 98,6; 2) 99,26; 3) 99,34.

Задача 2

Рассчитайте по следующим данным индексы:

- 1) затрат времени на производство продукции;
- 2) физического объема продукции;

3) трудоемкости.

Вид продукции	Количество произведенной продукции		Трудоемкость производства единицы продукции, чел/ч	
	q ₀	q ₁	t ₀	t ₁
А	480	550	1,12	1,08
Б	304	434	1,18	1,09
В	571	617	1,76	1,72

Ответ: 1)11,94; 2) 116,45; 3)104,03.

Задача 3

Объем продукции завода увеличился на 15%. Стоимость продукции осталась без изменения.

Определите среднее изменение цен.

Задача 4

Стоимость продукции на заводе синтетического каучука в 2001 г. увеличилась по сравнению с 2000 г. на 7,1%. Индекс цен составил 97,2%.

Определите, как изменился физический объем выпущенной продукции за 2001 г.

Задача 5

Объем продукции возрос на 12%, а цены снизились на 6%, стоимость продукции за тот же период возросла за счет увеличения объема продукции на 240 тыс. рублей.

Определите, на какую сумму снизилась фактическая стоимость продукции в отчетном периоде за счет снижения цен.

Задача 6

Численность рабочих увеличилась на 5%, а производительность труда – на 10%.

Определите, как изменился объем выпущенной продукции.

Задача 7

Объем продукции увеличился на 8%, а производительность труда рабочих – на 3,7%.

Определите, как изменилась численность рабочих.

Задача 8

Численность промышленно-производственного персонала сократилась на 2%, объем продукции увеличился при этом на 3,9%.

Определите, как изменилась в среднем производительность труда.

Задача 9

В отчетном году продано кожаной обуви на 50 млрд. р., резиновой – на 20 млрд. р. и комбинированной – на 10 млрд. рублей. Исчислить общий индекс цен по обуви, если известно, что цены возросли на кожаную обувь на 20%, на резиновую – на 10% и комбинированную – на 3%.

Задача 10

Имеются данные о снижении себестоимости по отдельным видам продукции и о сумме затрат в производстве:

Вид продукции	Снижение себестоимости, %	Сумма затрат в производстве в отчетном периоде, тыс. дол.
Картофелечистки		
МОК-250	3	100
МОК-350	4	275
МОК-400	2	65
Протирочные		
МП-800	5	540
МП-1000	7	160

Исчислить индекс себестоимости:

- 1) по картофелечисткам;
- 2) по протирочным машинам;
- 3) по всей продукции вместе.

Задача 11

Исчислить общий индекс физического объема товарооборота:

Товары	Мясо	Масло	Овощи
Индивидуальные индексы физического товарооборота	1,1	0,9	1,2
Товарооборот базисного периода, млн р.	120	180	140

Индексы структурных сдвигов

На динамику качественных показателей, уровни которых выражены средними величинами, оказывает влияние изменение структуры изучаемого явления.

Для характеристики изменения структуры совокупности в динамике рассчитывают интегральный коэффициент структурных различий А. Салан:

$$K_c = \sqrt{\sum \left(\frac{d_1 - d_0}{d_1 + d_0} \right)^2 : n},$$

где d_1, d_0 – относительные показатели структуры изучаемой совокупности в отчетном и базисном периоде; n – число групп.

Изменение коэффициента от 0 до 1 показывает меру структурных различий совокупностей.

На изменение среднего значения показателя могут оказывать воздействие одновременно два фактора:

- 1) изменение значений осредняемого признака;
- 2) изменение структуры явления.

Для определения степени влияния этих факторов используют индексы переменного, постоянного состава и структуры сдвигов.

Индекс переменного состава – это относительная величина, характеризующая совместное влияние двух средних показателей для однородной совокупности (изменяется и цена, и количество или урожайность и посевная площадь).

$$I_{\text{переменного состава}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0},$$

где $\bar{x}$ – осредненный признак; f – вес (доля) изучаемого признака.

$$I_z = \bar{Z}_1 : \bar{Z}_0 = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum Z_0 q_0}{\sum q_0} - \text{индекс себестоимости переменного состава.}$$

$$I_p = \bar{P}_1 : \bar{P}_0 = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum P_0 q_0}{\sum q_0} - \text{индекс цены переменного состава.}$$

Чтобы исключить влияние изменения структуры совокупности, т. е. чтобы исчислить влияние только индексруемой величины (цены, себестоимости) исчисляется индекс *постоянного (фиксированного) состава*.

$$I_{\text{постоянного состава}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} - \text{индекс постоянного состава.}$$

$$\text{Индекс цен} - I_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}.$$

$$\text{Индекс себестоимости} - I_z = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum Z_0 q_1}.$$

$$\text{Индекс урожайности} - I_y = \frac{\sum y_1 n_1}{\sum y_0 n_1}.$$

$$\text{Индекс посевных площадей} - I_n = \frac{\sum y_1 n_1}{\sum y_1 n_0}.$$

Чтобы исчислить влияние структуры (состава, доли) на динамику среднего показателя, исчисляется индекс структурных сдвигов как отношение среднего уровня индексируемого показателя базисного периода на отчетную структуру к фактической средней этого показателя в базисном периоде:

$$I_{\text{стр.}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

В качестве весов средних величин могут быть использованы и относительные величины (доли) d , тогда:

$$I_{\text{перем. сост.}} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0}; \quad I_{\text{пост. сост.}} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1}; \quad I_{\text{стр. сдвигов}} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0}.$$

Между индексами переменного, постоянного составов и структурных сдвигов имеется взаимосвязь.

$$I_{\text{стр. сдвигов}} = \frac{I_{\text{перем. сост.}}}{I_{\text{пост. сост.}}}.$$

$$I_{\text{перем. сост.}} = I_{\text{стр. сдвигов}} \times I_{\text{пост. сост.}}.$$

$$I_{\text{пост. сост.}} = \frac{I_{\text{перем. сост.}}}{I_{\text{стр. сдвигов}}}.$$

РЕШЕНИЕ ТИПОВОЙ ЗАДАЧИ

Задача 1

Данные о производстве зерновых культур:

Зерновые культуры	Валовой сбор, ц		Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га	
	2000 г.	2001 г.	2000 г.	2001 г.	2000 г.	2001 г.
Рожь	14 400	18 000	800	900	18	20
Овес	6400	6400	400	400	16	16
Гречка	2400	1400	200	100	12	14
Итого:	23 200	25 800	1400	1400	-	-

Исчислить:

1. Индекс средней урожайности переменного состава.
2. Индекс средней урожайности постоянного состава.
3. Индекс структурных сдвигов.

Решение:

$$I_{\text{перем. сост.}} = \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_0,$$

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{23\,200}{1400} = 16,57 \text{ ц/га},$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_1 P_1}{\sum P_1} = \frac{25\,800}{1400} = 18,43 \text{ ц/га}.$$

$$I_{\text{перем. сост.}} = 18,43 : 16,57 = 1,112, \text{ или } 11,2\%.$$

Средняя урожайность в 2001 г. увеличилась на 11,2% или на 1,86 ц/га (18,43–16,57).

Изменение средней урожайности происходило под влиянием двух факторов:

- 1) изменение урожайности отдельных культур;
- 2) изменение структуры посевных площадей.

На основе индекса средней урожайности постоянного состава определим изменение урожайности отдельных культур при одинаковой структуре посевных площадей:

$$I_{\text{пост. сост.}} = \frac{\sum y_1 P_1}{\sum y_0 P_1} = \frac{25\,800}{18 \cdot 900 + 16 \cdot 400 + 12 \cdot 100} = \frac{25\,800}{23\,800} = 1,084, \text{ или } 108,4\%.$$

Увеличение валового сбора зерна за счет роста урожайности культур составило 2000 ц, т. е. (25 800 – 23 800):

$$I_{\text{стр. сдвигов}} = \frac{\sum y_0 P_1}{\sum P_1} \cdot \frac{\sum y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{23\,800}{1400} \cdot \frac{23\,200}{1400} = \frac{23\,800}{23\,200} = 1,026, \text{ или } 102,6\%.$$

Увеличение валового сбора за счет изменения структуры посевных площадей составило: 23 800 – 23 200 = 600 (ц).

Проверка:

$$2000 + 600 = 2600 \text{ (ц)}$$

$$25\,800 - 23\,200 = 2600 \text{ (ц)}$$

$$I_{\text{перем. сост.}} = I_{\text{пост. сост.}} \cdot I_{\text{стр. сдвигов}}$$

$$1,112 = 1,084 \cdot 1,026.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

Определите индексы переменного, фиксированного состава и структурных сдвигов по следующим данным:

Номер предприятия	Произведено продукции, тыс. шт.		Стоимость единицы продукции, тыс. р.	
	Базисный период	Текущий период	Базисный период	Текущий период
1	470	250	12,5	13,0
2	920	940	10,1	103,0
3	380	690	4,2	5,0

Задача 2

По двум швейным фабрикам имеются данные:

Изделия	Фабрика № 1				Фабрика № 2			
	Себестоимость 1 единицы продукции, дол.		Произведено, тыс. шт.		Себестоимость 1 единицы продукции, дол.		Произведено, тыс. шт.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный
А	75	72	200	150	60	63	100	200
Б	30	28	100	160	35	32	180	150
В	50	45	500	600	60	58	400	400
Г	10	8	700	600	8	6	500	800

Исчислить индексы по каждой фабрике отдельно:

- 1) средней себестоимости переменного состава;
- 2) средней себестоимости постоянного состава;
- 3) структурных сдвигов.

Задача 3

Имеются данные об объеме продаж и ценах:

Товар	Государственная торговля				Колхозная торговля			
	Цена, дол.		Объем продаж		Цена, дол.		Объем продаж	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Молоко, тыс. л	140	180	10 000	20 000	140	150	5000	4000
Творог, т	950	1050	10 000	15 000	900	1100	1000	1200
Яйца, тыс. дес.	750	850	1500	2500	700	800	500	600
Картофель, т	105	100	100 000	300 000	80	80	30 000	20 000

Исчислить по каждому виду товара:

- 1) индекс средней цены переменного состава;
- 2) индекс цены постоянного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов.

ТЕСТЫ

1. Укажите, какой из индексов является агрегатным индексом цен:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;

б) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

в) $I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1 q_1}$;

г) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$.

2. Определите, как изменится стоимость всей произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, если физический объем продукции увеличится на 25%, а цена единицы продукции снизится на 20%:

- а) увеличится на 5%;
- б) увеличится на 25%;
- в) уменьшится на 20%;
- г) не изменится.

3. Определите агрегатный индекс себестоимости всей продукции исходя из следующих данных:

Вид продукции	Количество продукции, ед.		Себестоимость продукции, ед. тыс. р.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
А	380	400	5	4,8
Б	450	500	12	11

- а) 1,008;
- б) 0,928;
- в) 1,016;
- г) 1,096.

4. Физический объем продукции возрос на 12%, а объем трудовых затрат увеличился на 4%. Определите, как изменилась производительность труда:

- а) +12%;
- б) +7,7%;
- в) +16,5%;
- г) +16,0%.

5. Какой из индексов является агрегатным индексом физического объема:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;

б) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

в) $I = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$;

г) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$.

6. Производственные затраты по сравнению с базисным периодом уменьшились на 4%, а физический объем продукции возрос на 20%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции:

- а) уменьшилась на 20%;
- б) уменьшилась на 16%;
- в) увеличилась на 24%;
- г) увеличилась на 5%.

7. Трудоемкость единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным снизились на 12%, а физический объем продукции увеличился на 10%. Определите, как изменились общие затраты труда на производство продукции:

- а) -2%;
- б) +25%;
- в) -20%;
- г) -3,2%.

8. Имеются следующие данные о производстве продукции:

Вид продукции	Количество продукции, ед.		Себестоимость продукции, тыс. р.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Телевизоры	100	150	420	400
Телевизоры	400	450	40	35

Определите общий индекс стоимости продукции:

- а) 0,946;
- б) 0,935;
- в) 1,397;
- г) 1,306.

9. Укажите, какой из индексов является агрегатным индексом стоимости:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$;

б) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$;

в) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$;

г) $I = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_1}$.

10. Имеются следующие данные:

Наименование товара	Реализовано, шт.		Цена, стоимость продукции, ед. тыс. р.	
	базисный	отчетный	базисный	отчетный
Телевизоры	100	150	420	400
Телевизоры	400	450	40	35

Определите общий индекс цен:

а) 1,374;

б) 1,199;

в) 0,872;

г) 0,861.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Статистические показатели находятся между собой в определенных соотношениях. Знание характера и силы связей позволяет управлять социально-экономическими процессами и предсказывать их развитие.

Связь между количественными показателями признаков может быть функциональной и стохастической.

Связь между переменными является функциональной, когда определенному значению одной переменной строго соответствует одно или несколько значений другой переменной. Функциональные связи в статистике изучаются с помощью индексного метода.

Уравнение функциональной связи:

$$y_i = f(x_i),$$

где y_i – результативный признак; $f(x_i)$ – известная функция связи результативного и факторного признаков; x_i – факторный признак.

В области массовых социально-экономических явлений количественная закономерность чаще проявляется как зависимость распределения значений результативного признака от значений признаков-факторов и называются *стохастическими*.

Корреляционная связь является частным случаем стохастической связи.

При корреляционной связи, в отличие от функциональной, обычно не известен ни полный перечень всех признаков-факторов, влияющих на результативный признак, ни точный механизм их взаимосвязи.

На практике часто анализ начинают с расчета *коэффициента корреляции*

$$(ч): \text{при } r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}; \quad \sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2; \quad \sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2.$$

Коэффициент корреляции r может принимать значения от -1 до $+1$.

при $r = 1$ – функциональная прямая зависимость;

при $r = 0$ – отсутствует линейная зависимость;

при $r = -1$ – обратная связь функциональная.

Изменение r от 0 к 1 характеризует степень приближения корреляционной зависимости в изменении y и x к функциональной (линейной).

Между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии существует связь:

$$r = a_1 \cdot \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y},$$

где a_1 – коэффициент регрессии в уравнении связи.

$$y_x = a_0 + a_1 x \text{ – уравнение связи.}$$

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (результата) обусловлено влиянием факторных величин (одной или множеством).

$$\text{Уравнение регрессии: } a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2}.$$

В случае зависимости между двумя признаками для измерения тесноты связи применяют эмпирическое и теоретическое корреляционное отношение.

Эмпирическое корреляционное отношение характеризует степень приближения связи к функциональной и определяется по формуле

$$\eta_s = \sqrt{\frac{\bar{\zeta}^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \sigma^2}{\sigma^2}},$$

где $\bar{\zeta}^2$ – межгрупповая дисперсия; σ^2 – общая дисперсия.

Теоретическое корреляционное отношение (индекс корреляции) определяется по формуле

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y-x}^2}{\sigma_y^2}},$$

где σ_{y-x}^2 – остаточная дисперсия, которая отражает вариацию y за счет всех факторов, кроме x .

РЕШЕНИЕ ТИПОВОЙ ЗАДАЧИ

Задача 1

Имеются данные по десяти однородным предприятиям:

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Электровооруженность труда на 1 работающего, тыс. дол.	2	5	3	7	2	6	4	9	8	4
Выпуск готовой продукции на 1 работающего, тыс. дол.	3	6	4	6	4	8	6	9	9	5

Определить параметры уравнения связи и линейный коэффициент корреляции.

Решение:

Из таблицы видно, что зависимость электровооруженности труда с выпуском продукции на одного работника – линейная и выражается уравнением прямой

$$y_x = a_0 + a_1 x,$$

где y_x – выпуск готовой продукции на 1 работника; x – электровооруженность труда на 1 работника; a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии.

Параметры уравнения прямой a_0 , a_1 определяются путем решения системы нормальных уравнений, полученных по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy, \end{cases} \quad (1)$$

а также по следующим формулам: $a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$; $a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$.

Для определения параметров уравнения регрессии строим расчетную таблицу:

№ завода	Электровооруженность труда на 1 работающего, кВт/ч, x	Выпуск готовой продукции на 1 работающего, тыс. дол y	$x \cdot y$	x^2	y	y^2
1	2	3	6	4	3,61	9
2	5	6	30	25	6,0	36
3	3	4	12	9	4,41	16
4	7	6	42	49	7,59	36
5	2	4	8	4	3,61	16
6	6	8	48	36	6,80	64
7	4	6	24	16	5,20	36
8	9	9	81	81	9,19	81
9	8	9	72	64	8,38	81
10	4	5	20	16	5,20	25
Итого	50	60	343	304	60,0	400
в среднем	$\frac{\sum x}{n} = \bar{x} = 5,0$	$\frac{\sum y}{n} = \bar{y} = 6,0$	$\frac{\sum xy}{n} = \overline{xy} = 34,3$	$\overline{x^2} = 30,4$	$\bar{y} = \frac{60}{10}$	$\overline{y^2} = 40$

Подставим фактические данные из таблицы в систему (1) нормальных уравнений и получим:

$$10a_0 + a_1 50 = 60, \quad (1)$$

$$50a_0 + 304a_1 = 343. \quad (2)$$

Решаем систему нормальных уравнений и умножаем каждый член первого уравнения на 5 и получаем:

$$50a_0 + 250a_1 = 300$$

$$50a_0 + 304a_1 = 343.$$

Вычитаем из второго уравнения первое и получаем $43 = 54a_1$, откуда

$$a_1 = \frac{43}{54} = 0,7963.$$

Подставляем значение a_1 в уравнение (1)

$$10a_0 + 50a_1 = 60$$

$$10a_0 + 50 \cdot 0,7963 = 60$$

$$a_0 = \frac{60 - 39,815}{10} = 2,02.$$

Уравнение корреляционной связи примет вид:

$$y_x = 2,02 + 0,796x.$$

Параметры уравнения регрессии можно определить и по формулам:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2} = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{30,4 - 5 \cdot 5} = 0,796.$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x} = 6,0 - 0,796 \cdot 5,0 = 2,02.$$

После определения параметров уравнения регрессии рассчитаем теоретическую линию регрессии y_x путем подстановки значений x в уравнения корреляционной связи:

$$y_1 = 2,02 \cdot 0,796 \cdot 2 = 3,61$$

$$y_2 = 2,02 \cdot 0,796 \cdot 5 = 6,0 \text{ и т. д.}$$

Если параметры уравнения определены правильно, то $\sum y = \sum y_x$.

И окончательную проверку правильности расчета параметров уравнения связи произведем подстановкой a_0 и a_1 в систему (1) нормальных уравнений:

$$10 \cdot 2,02 + 0,796 \cdot 50 = 60,$$

$$2,02 \cdot 50 + 0,796 \cdot 304 = 343.$$

Используя уравнение корреляционной связи $y_x = a_0 + a_1x_1$, можно определить теоретическое значение y_x для любой промежуточной точки (теоретическое значение выпуска готовой продукции на 1 работника для любого значения электровооруженности труда на 1 работающего).

Коэффициент регрессии a_1 уточняет связь между x и y . Он показывает, на сколько единиц увеличивается результативный признак при увеличении факторного признака на единицу. И в нашем примере $a_1 = 0,796$. Это значит, что при увеличении электровооруженности труда на 1 работающего на 1 кВт/ч выпуск продукции увеличится на 0,796 тыс. дол.

А сейчас из данных расчетной таблицы рассчитаем линейный коэффициент корреляции по формуле: $r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{2,324 \cdot 2} = \frac{4,3}{4,648} = 0,925$ и по

формуле: $r = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,796 \cdot \frac{2,324}{2} = 0,925$.

Вывод: r приближается к 1 – связь линейная.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

Задача 1

По десяти однородным семьям имеются следующие данные о доходах и расходах на промышленные товары за месяц:

Номер семьи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доход на душу, дол.	100	120	110	115	125	130	125	140	140	150
Расходы на промышленные товары, дол.	12	13	18	19	20	20	25	30	31	35

Найти уравнение корреляционной связи между доходами и расходами на промышленные товары (связь линейная). Проанализировать параметры уравнения связи. Изобразить корреляционную связь на графике.

Задача 2

На основе выборочных данных о деловой активности однотипных коммерческих структур оценить тесноту связи между прибылью (y) и затратами на 1 рубль продукции (x).

№ коммерческих структур	Прибыль, млн р. (y)	Затраты на 1 р. продукции (x)
1	221	96
2	1070	77
3	1001	77
4	2	3
5	606	89
6	779	82
7	789	81
Итого:	4466	502
Средние показатели	744,33	83,67

Задача 3

По данным о стоимости оборудования x и производительностью труда y методом наименьших квадратов получено уравнение: $y = -12,14 + 2,08x$.

Объясните, что это означает.

Задача 4

Имеются следующие данные по 10 участкам о глубине вспашки – x (см) и величине урожая – y (ц/га):

x	8	9	10	11	12	13	14	16	17	19
y	9,0	8,5	9,2	9,6	9,4	10,5	11,2	10,8	11,0	11,5

Определите уравнение связи и линейный коэффициент корреляции.

Объясните смысл коэффициента регрессии.

ТЕСТЫ

1. Корреляционная связь – это:

- а) жестко детерминированная связь между явлениями;
- б) факторная связь;
- в) это связь между величинами, при которой одна величина реагирует на другую;
- г) признак, характеризующий следствие.

2. Балансовый вид взаимосвязей выражается:

- а) $y_x = a_0 + a_1 x$;
- б) $a_0 = \bar{y} + a_1 \bar{x}$;
- в) $a + b = c + z$;
- г) $a_0 n + a_1 \sum x = \sum y$.

3. Эмпирическое корреляционное отношение, выражаемое формулой:

- а) $\eta_s = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$;
- б) $\eta_s = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$;
- в) $\eta_s = \sqrt{\frac{\delta}{n}}$;
- г) $\eta = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$.

4. Линейный коэффициент корреляции выражается формулой:

- а) $R = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y \cdot x}^2}{\sigma_y^2}}$;

$$6) r = \sum \left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y - \bar{y}}{\sigma_y} \right) : n;$$

$$B) r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2};$$

$$r) a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x - \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В статистике графиком называется наглядное изображение статистических величин при помощи геометрических линий и фигур (диаграмм) или географических картосхем (картодиаграмм).

В каждом графике необходимо различать следующие основные элементы:

- 1) графический образ — это геометрические знаки, «совокупность точек, линии, фигуры, с помощью которых изображаются статистические величины;
- 2) поле графика — это то место, где расположены графические образы (система координат);
- 3) масштабные ориентиры, дающие геометрическим знакам количественную определенность;
- 4) шкала — это линия, на которую нанесены деления, отвечающие определенным числам;
- 5) экспликация графика, включающая в себя его название и соответствующие пояснения отдельных его частей.

Графики разделяются на:

- 1) точечные;
- 2) линейные;
- 3) столбиковые;
- 4) полосовые;
- 5) квадратные;
- 6) круговые;
- 7) фигурные.

Все графики можно разделить на диаграммы, картограммы и картодиаграммы.

Диаграмма — это графическое изображение в системе координат статистических величин с помощью различных геометрических фигур или знаков.

Картограмма — изображение величины показателя на географической карте с помощью графических символов (штриховки, расцветки, точек).

Картодиаграмма — сочетание диаграммы с картограммой, т. е. диаграмма на географической карте.

К числу наиболее простых относятся столбиковые и изображаются в виде столбиков-прямоугольников. Все столбики-прямоугольники должны быть расположены в ряд с одинаковым основанием, высота которых пропорциональна числовым значениям изображаемых показателей, и применяется один и тот же масштаб. Все столбики строятся на одной базовой линии. О соотношениях между величинами изображаемых показателей судят по

величине столбиков, поэтому разрыв шкалы для них не допускается. Столбиковые диаграммы обычно используются для сравнения данных, относящихся к разным объектам, или для отражения динамики. Например, производство молока по годам в хозяйстве, производства стали по годам в стране или производство стали (молока) в странах мира.

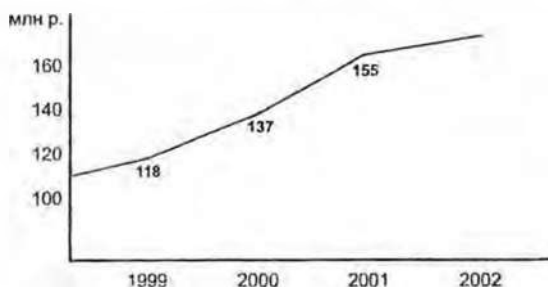
Если данные относятся к ряду объектов, то столбики рекомендуется располагать от большего к меньшему или наоборот. Прямоугольники можно располагать и горизонтально – тогда диаграмма называется *полосовой*.

Состав доходов рабочих за 2001 год



Для построения линейных графиков используют систему прямоугольных координат. На оси абсцисс откладывают периоды, а на оси ординат – показатели.

Динамика розничного товарооборота, млн р.



Линейные графики удобны тем, что на одном графике можно строить несколько кривых (ломаных). Например, урожайность зерновых и зернобобовых в целом и в т. ч. отдельных видов (пшеницы, ячменя).

Секторные диаграммы используются для изображения структуры (состава) совокупности. Для построения секторной диаграммы вычерчивается круг произвольного радиуса и приравняется к 100%.

Пример: Доля городского населения РБ в 1999г. составила 62,%, а сельского – 38%, в 2001 г. соответственно 67 и 33.

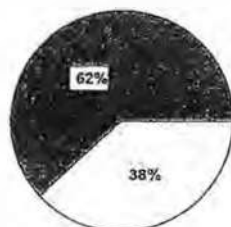
Для построения секторной диаграммы нужно 360° распределить пропорционально величинам удельных весов:

$$\frac{360^{\circ} \cdot 62}{100} = 223,2^{\circ}$$

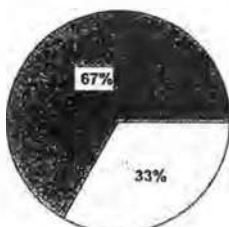
$$\frac{360^{\circ} \cdot 67}{100} = 241,2^{\circ}$$

$$\frac{360^{\circ} \cdot 38}{100} = 136,8^{\circ}$$

$$\frac{360^{\circ} \cdot 33}{100} = 118,8^{\circ}$$



1999



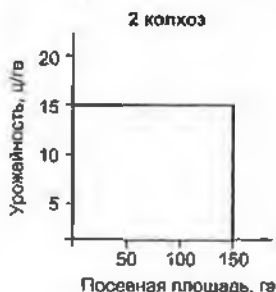
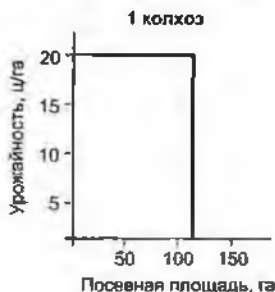
2001

В тех случаях, когда нужно изобразить статистический показатель, который получается в результате перемножения двух величин, который получается в результате перемножения двух величин и когда на графике должны быть видны множители используют знаки *Варзара*.

Пример. Имеются следующие данные по 2 колхозам о посевной площади и урожае пшеницы за 2000 г.

Колхозы	Посевная площадь, га	Средний урожай, ц/га	Валовой сбор, ц
1	110	20	2200
2	150	15	2250

На основании данных строим графические статистические знаки.



С помощью графических знаков можно сравнить взаимосвязанные показатели, такие как численность населения – (плотность населения $\times$ размер территории); объем продукции – (число рабочих $\times$ среднедневная выработка); сумму затрат на производство продукции – (количество продукции $\times$ себестоимость единицы продукции) и др.

Радиальные диаграммы строятся в полярных координатах, применяются они для иллюстрации сезонных колебаний и делятся на *замкнутые* – отражающие внутригодовой цикл динамики одного года и *спиральные* – за ряд лет.

Методика построения:

- вычерчивается круг;
- радиус приравнивается к среднемесячным показателям;
- круг делят на 12 радиусов (месяцев);
- на каждом радиусе делается отметка показателя.

Сезонные колебания производства свинины
в Брестской области за 2001 год



Для построения квадратной и круговой диаграммы необходимо из каждой величины извлечь корень квадратный, а затем в соответствии с принятым масштабом построить квадрат или круг.

Пример. Производство продукции на предприятиях составило, млн р.:

№ 1 – 44460,1;

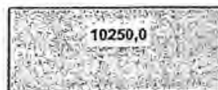
№ 2 – 10250,0.

Извлекаем корень квадратный из чисел:

№ 1 – 210,9;

№ 2 – 101,2.

Устанавливаем масштаб $1 \text{ см} = 30 \text{ млн р.}$, тогда сторона первого квадрата будет $7,03 \text{ см}$, а второго $3,4 \text{ см}$.



Объемные диаграммы изображаются аналогично плоскостным, только из изображаемого числа извлекается корень кубический и по найденным значениям, принятым за высоту ребра, в соответствующем масштабе строится куб.

Выбор конкретной формы графика определяется сущностью статистических показателей, которые должны быть изображены на графике.

ТЕСТЫ

1. В каждом графике имеется графический образ – это:

- а) геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры;
- б) пространственные ориентиры, определяющие размещение геометрических знаков на поле;
- в) это не место, где расположены графические образы;
- г) экспликация графика.

2. График имеет следующие элементы:

- а) графический образ, экспликацию графика;
- б) пространственные ориентиры, поле графика;
- в) масштабные ориентиры, экспликацию, графический образ;
- г) поле графика, графический образ, пространственные и масштабные ориентиры, экспликацию.

ГЛОССАРИЙ

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
1.	Абсолютная величина	Форма количественного выражения статистических показателей, характеризующая размеры социально-экономических явлений, их признаков в единицах счета времени, в денежных и натуральных единицах
2.	Абсолютное значение одного процента прироста	Отношение прироста абсолютного к темпу прироста
3.	Альтернативный признак	Если признак принимает одно из двух противоположных значений
4.	Базисная величина	Величина показателя, с которой сопоставляется какая-либо другая сравнимая (текущая, отчетная) величина. Базисная величина является знаменателем отношения и называется также основанием, базой сравнения или базисным уровнем
5.	Баланс материальных ресурсов	Система показателей, характеризующих наличие, движение, распределение и использование материальных ресурсов
6.	Балансовый метод	Метод статистического изучения процесса воспроизводства. Балансовые сопоставления производятся в стоимостной и натуральной форме. Основой баланса является балансовое уравнение: $a + b = c + z$
7.	Бланк	Одно из названий статистического формуляра, подлежащего заполнению при проведении статистического наблюдения
8.	Вариант	Значение признака у единицы совокупности. Отличное от значений его у других единиц. Иногда вместо <i>вариант</i> говорят <i>варианта</i>
9.	Вариационный ряд	Расположение значений случайной выборки ($x_1, x_2, \dots, x_n$) с функцией распределения $F(x)$ в порядке их возрастания
10.	Вариация	Колеблемость, изменение величины признака в совокупности
11.	Величина	Количественная характеристика размеров социально-экономических явлений (признаков, показателей)
12.	Вероятность	Число, характеризующее степень возможного наступления случайного события

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
13. Веса		Числа, в виде абсолютных величин или относительных величин, определяющие значимость того или иного варианта в данной статистической совокупности
14. Веса индексов		Веса, с которыми индексируемые величины принимаются в расчет при исчислении индекса. Для ряда индексов веса могут быть постоянными и переменными
15. Веса средних величин		Веса, с которыми отдельные значения признака осредняемого принимаются в расчет при вычислении средней величины
16. Взаимосвязь индексов		Связь между определенными индексами, обусловленная реальными связями социально-экономических явлений и математическими свойствами индексов
17. Взвешивание		Способ вычисления статистических обобщающих показателей (средних величин, показателей вариации, индексов), заключающийся в том, что в расчет принимаются веса
18. Время наблюдения		Время, по состоянию на которое, или за которое, регистрируются сведения в процессе статистического наблюдения
19. Выборка, выборочная совокупность		Это совокупность ограниченного числа наблюдений случайной величины. Число n наблюдений называется объемом выборки
20. Выравнивание, сглаживание		Метод исследования рядов статистических данных в социально-экономических явлениях. Заключается в нахождении расчетных значений их показателей и замене или фактических с целью выявления закономерностей развития процессов, отображаемых этими данными
21. Гистограмма		Способ графического изображения интервальных распределений. Строится в прямоугольной системе координат
22. Границы интервалов		Числа, обозначающие наименьшее и наибольшее значение признака в выделяемом интервале при группировках
23. Графа		Вертикальная полоса статистической таблицы
24. График временного ряда		Способ графического изображения изменения явлений или процессов во времени

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
25.	График распределения совокупности	Графическое изображение вариационных рядов в форме полигона распределения гистограммы, кривой распределения, кумуляты, очивы
26.	Группировка	Процесс образования групп единиц совокупности, однородных в каком-либо существенном отношении. Для осуществления группировки устанавливают группировочный признак, по которому единицы совокупности распределяют по группам
27.	Диаграмма	Графическое изображение статистических данных, наглядно показывающее соотношение между сравниваемыми величинами. Наиболее распространенными в статистике являются линейные, изобразительные, плоскостные
28.	Динамика	Движение явления во времени
29.	Дисперсия	Средний квадрат отклонения значений признака от его среднего значения в генеральной совокупности. Измеряет степень колеблемости признака, его вариацию
30.	Документ	Материальный носитель информации, содержащий в зафиксированном виде соответствующие данные, оформленный в установленном порядке
31.	Доля выборки	Отношение численности единицы совокупности выборочной к численности их в совокупности генеральной, выражается в процентах или долях единицы
32.	Единая система учета и статистики	Взаимосвязь различных видов учета и статистики в масштабе страны
33.	Единица измерения	Величина, с которой сравниваются и в которой выражаются другие однородные с ней величины. Различают натуральные, условно-натуральные и стоимостные (денежные) единицы измерения
34.	Единица наблюдения	Первичный элемент объекта статистического наблюдения, являющийся носителем регистрируемых при наблюдении признаков
35.	Закон больших чисел	Общий принцип, в силу которого количественные закономерности, присущие массовым общественным явлениям, отчетливо проявляются лишь в достаточно большом числе наблюдений

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
36. Знак Варзара		Плоскостная диаграмма в виде прямоугольника, названная по фамилии русского статистика В. Е. Варзара. С ее помощью можно изображать одновременно три величины: одна изображается основанием прямоугольника, другая – его высотой, третья – их произведением
37. Измерение связи		Количественная оценка степени (тесноты) статистической (корреляционной) связи между взаимосвязанными явлениями, их признаками
38. Индекс		(лат. <i>Index</i> – показатель, список) – статистический относительный показатель, характеризующий соотношение во времени или в пространстве социально-экономических явлений
39. Индекс агрегатный		Сводные индексы, числители и знаменатели которых представляют собой суммы произведений индексируемой величины и ее веса за два сравниваемых периода
40. Индекс средний		Индекс, вычисленный как средняя величина из индексов индивидуальных
41. Индекс Фишера «идеальный»		Формально-математический прием построения индекса как средней геометрической из произведений индексов Ласпейреса и Пааше, предложенный И. Фишером $I_F = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0 \cdot \sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0 \cdot \sum p_1 q_1}}$, где p – цена единицы товара; q – количество единиц товара; 0 и 1 – обозначения базисного и текущего периодов
42. Индексируемая величина		Величина, индекс (изменение) которой определяется
43. Индексный метод		Метод статистического исследования, основанный на построении и анализе индексов
44. Индексы сезонности		Показатели интенсивности сезонных колебаний
45. Интервала срединное значение		Полусуммы нижней и верхней границы интервала каждой группы, образованной группировкой
46. Интервалы группировки		Обозначение групп «от» – «до», образованных группировкой по количественному признаку. Для определения интервала используется формула Стерджеса: $i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N}$

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
47.	Картограмма	Контурная географическая карта, на которой штриховкой различной густоты, точками или окраской показана сравнительная интенсивность какого-либо показателя
48.	Картодиаграмма	Вид картограммы, на которой с помощью диаграммных фигур изображены величины какого-либо статистического показателя в пределах каждой единицы нанесенного на К. территориального деления
49.	Корреляция	Зависимость между случайными величинами, не являющаяся строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению другой
50.	Корреляционное отношение теоретическое	Обобщение коэффициента корреляции на случай криволинейных, корреляционных зависимостей
51.	Корреляционное отношение эмпирическое	Показатель тесноты связи между явлениями
52.	Коэффициент ассоциации	Показатель оценки тесноты связи между двумя альтернативными признаками. Близость коэффициента ассоциации к единице свидетельствует о тесной положительной связи
53.	Коэффициент вариации	Показатель вариации – это отношение отклонения среднего квадратического к средней величине варьирующего признака
54.	Коэффициент детерминации	Квадрат коэффициента корреляции
55.	Коэффициент корреляции	Числовая характеристика совместного распределения двух случайных величин, выражающая их взаимосвязь
56.	Критерий ранговый	Один из критериев непараметрической статистики, основой которого является порядковая статистика
57.	Кумулята	Графическое изображение функции распределения вероятностей. Кумулята выборочная – графическое изображение статистического ряда накопленных частот
58.	Макет статистической таблицы	Таблица статистическая, не содержащая цифровых данных

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
59. Медиана		Числовая характеристика распределения, частный случай квантили. Выборочная медиана – значение признака, находящегося в середине вариационного ряда
60. Место наблюдения		Место, где производится регистрация собираемых сведений, заполнение статистического формуляра
61. Метод вторичной группировки		Прием, используемый в статистическом исследовании для образования новых групп на основе ранее произведенной группировки
62. Метод группировок		Метод статистического исследования, заключающийся в расчленении совокупностей на группы по группировочным признакам
63. Метод параллельных рядов		Метод статистического исследования, заключающийся в приведении и анализе рядов статистических данных о взаимосвязанных явлениях
64. Метод скользящих средних		Прием, используемый для анализа рядов динамики с целью выявления основной тенденции изменения их уровней
65. Мода		Значение случайной величины, имеющее наибольшую вероятность (частоту)
66. Наблюдение выборочное		Обследование отобранного в порядке случайного отбора определенного числа единиц совокупности генеральной с целью получения ее обобщающих характеристик
67. Наблюдение статистическое		Научно организованный сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации по программе наблюдения существенных признаков
68. Объект статистического наблюдения		Совокупность явлений, предметов, подвергаемых наблюдению
69. Объем выборки		Число единиц, образующих выборочную совокупность
70. Огива		Графическое изображение рядов распределения по накопленным частотам
71. Отбор бесповторный		Выбор без возвращения (бесповторная выборка), когда каждый отобранный объект перед выбором следующих объектов не возвращается в исследуемую совокупность

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
72.	Отклонение от средней	Разность между отдельными значениями признака в совокупности и их средней величиной
73.	Отклонение среднее квадратическое	Корень второй степени из дисперсии
74.	Отклонение среднее линейное	Среднее значение отклонений вариантов признака от их средней величины
75.	Относительная величина	Частное от деления одной величины (текущей) на другую (базисную) величину. Виды относительных величин: выполнение плана, динамики, интенсивности, координации, сравнения, структуры, уровня экономического развития
76.	Отчет статистический	Документ, содержащий совокупность статистических сведений о работе подотчетного предприятия, представляется в установленные сроки, составляется по специальной форме за подписью должностного лица
77.	Ошибка выборочной доли	Расхождение (разность) между долей в совокупности выборочной (w) и долей в совокупности генеральной (p), возникающее вследствие несплошного характера наблюдения $\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
78.	Ошибка выборочной средней	Расхождение между средней выборочной ($\bar{x}$) и средней генеральной ($\bar{X}$), определяется по формуле при повторном отборе: $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$, а при бесповторном отборе – по формуле $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$. Предельная ошибка выборки – по формулам: $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \quad \Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
79.	Период базисный	Период времени, с которым сопоставляются данные последующего периода
80.	Период отчетный	Период времени, за который представляется статистическая отчетность

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
81. Показатели вариации	Показатели, отображающие размеры вариации признака (размах вариации, отклонение среднее линейное, отклонение среднее квадратическое, дисперсия, коэффициент вариации)	
82. Полигон распределения	Графическое изображение вариационных рядов	
83. Признак	Отличительная черта, свойство, качество, присущие единице совокупности, изучаемые статистикой	
84. Прирост абсолютный	Разность двух уровней ряда динамики	
85. Прирост относительный	Отношение прироста абсолютного к уровню показателя, с которым сравнивают	
86. Размах вариации	Характеризует пределы колеблемости (вариации) индивидуальных значений признака в статистической совокупности	
87. Регистр статистический	Список составных частей (единиц) объекта статистического наблюдения	
88. Регрессия	Функция, описывающая зависимость условного математического ожидания зависимой переменной от заданных фиксированных значений независимых переменных	
89. Реквизиты форм отчетности	Постоянные признаки, которые зафиксированы в отчетной форме	
90. Ряд динамики	Ряд последовательно расположенных в хронологическом порядке значений показателей, который в своих изменениях отражает ход развития изучаемого явления	
91. Саморегистрация	Организация специально организованного наблюдения, при котором статистики раздают населению формуляры, разъясняют порядок записи ответов и через определенное время собирают заполненные формуляры	
92. Сводка	Второй этап статистического исследования, состоящий в систематизации, обработке и подсчете итогов, расчете производных величин	
93. Сезонная волна	Совокупность исчисленных для каждого месяца годового цикла индексов сезонности, характеризующих внутригодовую динамику явления	

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
94. Смыкание рядов динамики	Применяется в случаях, когда уровни рядов динамики несопоставимы, это объединение двух или более рядов динамики в один (более длинный) ряд	
95. Среднее исходное соотношение	Соотношение двух взаимосвязанных показателей, на основании которого выбирается форма средней	
96. Средняя величина	Обобщенная количественная характеристика признака в статистической совокупности, выражает типичную величину признака у единиц совокупности	
97. Статистическая методология	Совокупность приемов, правил и методов статистического исследования явлений. Основными являются метод массового наблюдения, метод группировок и метод обобщающих показателей	
98. Статистические данные	Совокупность количественных характеристик социально-экономических явлений, полученных в результате статистического наблюдения	
99. Табель отчетности	Перечень форм отчетности, определяющий объем, характер и порядок представления статистической информации предприятиями (организациями, учреждениями)	
100. Таблица статистическая	Форма рационального, наглядного изложения статистических данных о явлениях и процессах общественной жизни. По виду построения таблица статистическая – это пересечение горизонтальных строк и вертикальных граф, образующих графо-клетки	
101. Темп прироста	Относительный показатель динамики – это разность между темпом роста и 100%	
102. Темп роста	Отношение двух уровней ряда динамики, выраженное в процентах или коэффициентах	
103. Теснота связи	Качественная характеристика степени зависимости между случайными величинами. Показателями ее являются коэффициенты (ассоциации, контингенции, взаимной сопряженности)	
104. Тренд	Изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временных рядов (рядов динамики)	
105. Уровень ряда динамики	Числовое значение показателей в ряду динамики	
106. Учет оперативный, оперативно-технический	Представляет систему регистрации операций и процессов в момент их совершения и непосредственно после осуществления	

№ п/п	Понятия	Смысл понятий
107. Фактор		Причина, находящаяся в определенной логической связи со следствием
108. Формуляр статистический		Бланк, содержащий вопросы программы наблюдения и место для ответов на них
109. Ценз		Ограничительный признак, который служит основанием для отнесения объекта к исследуемой совокупности
110. Частость		Относительная величина, определяющая долю частот отдельных вариантов в общей сумме частот
111. Частота		Абсолютное число, показывающее, сколько раз встречается в совокупности то или иное значение признака
112. Экспликация графика		Словесные пояснения помещенных на графике геометрических фигур и изобразительных средств (пиктограммы, цвета), позволяющих наглядно представить явления и процессы, изображенные на графике
113. Экссесс		Числовая характеристика островершинности статистического распределения
114. Экстрополяция		Нахождение значений функции за пределами ее области. Применяется при изучении временных рядов: перспективная экстрополяция – продолжение уровней ряда динамики на будущее на основе выявленной закономерности измерения уровней на изучаемом отрезке времени
115. Экспресс-информация		Форма разработки и представления органами государственной статистики оперативной информации по наиболее важным вопросам социально-экономического развития страны и ее регионов

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ И ТЕСТАМ

Тема № 1. Предмет и метод статистической науки

Тесты: 1в, 2г, 3б, 4в, 5г, 6в

Тема № 2. Теория статистического наблюдения

Тесты: 1в, 2в, 3г, 4в, 5в, 6в, 7б

Тема № 3. Сводка и группировка статистических данных

Задачи:

№ 1. Годных отливок 32 шт., брак – 8 шт.

№ 7.

Электрооборуженность труда, Кат/ч/чел-час	Количество предприятий	Общая выработка по группе	Средняя выработка на одного рабочего
3	3	11,4	3,8
4	4	23,3	5,8
5	6	39,3	6,5
6	5	38,6	7,7
7	2	16,7	8,3
Итого:	20	129,3	6,5

Тесты: 1в; 2в; 3г; 4б; 5а; 6в, г.

Статистические таблицы

Задачи:

№ 4. Процент выполнения плана по выпуску прядильных машин – 114,3.

№ 5. Средняя выработка одного рабочего по всем предприятиям – 554,75 рублей.

Тесты: 1б; 2в; 3б; 4б.

Тема № 4. Теория статистических показателей

Задачи:

№ 2. Общий размер потребленного топлива в условных единицах – 2638.

№ 3. 185 условных единиц.

№ 4. 584 тыс. т.

Относительные показатели

Задачи:

№ 1. Плановое задание по снижению себестоимости продукции – 3,7%.

№ 2. а) –109,2%; б) –99,0%; в) –110,3%.

№ 3. 103,7%.

№ 4. 99,9%.

№ 5. а) 78,4%; б) 60,9%; в) 47,8%.

№ 7. 0,63%.

№ 8. 1,4%.

№ 9. 3,7%.

№ 10. Плотность населения района – 31,6 чел. Коэффициент рождаемости детей – 0,016.

Тесты: 1в; 2б; 3а; 4б.

Тема № 5. Теория средних величин

Задачи:

№ 1. 40м; 39,7м.

№ 2. а) 3,9 и 4,2; б) 1,49 и 1,55.

№ 3. б) 87,9 р.

№ 4. б) 250 столов.

Исчисление средней в случае интервального ряда

Задачи:

№ 1. 16 мин.

№ 2. 132 дол.

№ 3. 26 лет.

№ 4. 7 лет.

Средняя хронологическая и средняя гармоническая величина

Задачи:

№ 1. 0,75 м.

№ 2. 98,5%.

№ 3. 1) 101,2%; 2) 100,2%.

Мода

Задачи:

№ 1. 90% всхожести.

№ 2. картофель – 0,15 дол. за кг; говядина – 2,0 дол. за кг.

№ 3. 130 дол.

Расчет медианы

Задачи:

№ 1. 20 штук.

№ 2. 31 дол.

№ 3. 1340 веретен.

Тесты: 1б; 2г; 3в; 4б; 5а.

Тема № 6. Статистическое изучение вариации

Задачи:

- № 1. Среднее квадратическое отклонение 7,4 дол.
- № 2. Дисперсия – 10.
- № 3. Среднее квадратическое отклонение 3,2 час.
- № 4. $\sigma = 1,9$ мин.
- № 5. 2) 2; 3) 1,4 Квт/ч.

Расчет дисперсии упрощенным способом

Задачи:

- № 1. Дисперсия – 57 200; среднее квадратическое отклонение – 239 м.
- № 2. Дисперсия – 2,6; среднее квадратическое отклонение – 1,6 кг.
- № 3. Коэффициенты вариации – 7%; 4,9%.

Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии

Задачи:

- № 1. Общая дисперсия 1,65.
- № 2. Групповые дисперсии – 16,25 и 2,7.

Тесты: 1г; 2г; 3г; 4в; 5а.

Тема № 7. Выборочный метод в статистике

Задачи:

- № 2. От 307,36 до 332, 64 г.
- № 3. От 8,7 до 9,3%.
- № 4. От 234,1 до 235,9 мм.
- № 5. От 5,6 до 10,4%.
- № 6. От 10,5 до 39,5%.
- № 7. От 0,361 до 0,439.
- № 8. 25 ткачих.
- № 9. 100 штук.
- № 10. 36 рабочих.

Тесты: 1а; 2в; 3а; 4г.

Тема № 8. Статистическое изучение рядов динамики

Задачи:

- № 1. 3) 20 машин.
- № 2. Среднегодовой остаток телевизоров – 1209 шт.
- № 3. Средний остаток средств на счете: за I полугодие – 410 дол.; за II полугодие – 810 дол.
- № 4. Темпы прироста за 1997 г. – 7,5%; за 1998 г. – 6,8%; 1999 г. – 6,2%; 2000 г. – 7,1%; 2001 г. – 7,0%.
- № 6. Средний уровень производства продукции: по заводу № 1 – 28,7 млн т.; по заводу № 2 – 19,8 млн т.

№ 7. Абсолютный прирост производства радиоприемников: 1998 г. – 600 шт.; 1999 г. – 600 шт.; 2000 г. – 860 шт.

№ 8. Темпы прироста выпуска культиваторов: февраль –; март – 5,6%; апрель –; май – 3,2%; июнь – 3,1%.

Тесты: 1в; 2б; 3б; 4в; 5б; 6в.

Тема № 9. Индексный метод в статистических исследованиях

Задачи:

№ 1. 1) 98,6%; 2) 99,26%; 3) 99,34%.

№ 2. 1) 111,94%; 2) 116,45%; 3) 104,03%.

№ 3. Цены снизились на 13%.

№ 4. Физический объем продукции увеличился на 10,2%.

№ 5. На 134,4 р.

№ 6. На 15,5%.

№ 7. На 4,1%.

№ 8. На 6%.

№ 9. 115,4%.

№ 10. Индекс себестоимости по картофелечисткам – 96,5%.

№ 11. Индекс физического объема товарооборота – 1,05.

Индексы структурных сдвигов

Задачи:

№ 1. Индекс переменного состава – 97,7%.

№ 2. Индекс средней себестоимости переменного состава по фабрике № 1 – 94,2%.

№ 3. Индекс цены постоянного состава по молоку – 125%.

Тесты: 1а; 2г; 3в; 4б; 5б; 6а; 7г; 8г; 9б; 10в.

Тема № 10. Статистическое изучение социально-экономических явлений

Тесты: 1в; 2в; 3б; 4в.

Тема № 11. Графический способ изображения статистических данных

Тесты: 1а, 2г.

ЛИТЕРАТУРА

Нормативные и законодательные акты

1. Закон РБ «О государственной статистике». – Мн., 1997.

Основная литература

1. Дружинин А. П. Общая теория статистики. – М.: Статистика, 1980.
2. Захорошко С. С. Статистика. – Мн.: НО ООО «БІП-С», 2002.
3. Ефимова И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики: Учебник. – М., 1995.
4. Ефимова И. И., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики: Учебник. – М., 1996.
5. Кильдишев Г. С., Овсиенко В. Е. Общая теория статистики. – М.: Статистика, 1980.
6. Овсиенко В. Е. Сборник задач по общей теории статистики. – М.: Финансы и статистика, 1986.
7. Ряузов Н. Н. Общая теория статистики. – М., 1984.
8. Спирин А. А. Общая теория статистики. – М., 1994.
9. Общая теория статистики: Учебник. / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М., 1995.
10. Харченко Л. П. Статистика. – М., 1997.

Дополнительная литература

1. Аллен Р. Экономические индексы. / Пер. с англ. – М., 1980.
2. Кендел М. Временные ряды. / Пер. с англ. – М., 1981.
3. Ковалевский Г. В. Индексный метод в статистике. – М., 1989.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Тема 1. Предмет и метод статистической науки	4
Тесты	5
Тема 2. Теория статистического наблюдения	7
Решение типовых задач	9
Задачи для решения	10
Тесты	11
Тема 3. Сводка и группировка статистических данных	13
Решение типовых задач	15
Задачи для решения	16
Тесты	20
Статистические таблицы	21
Задачи для решения	24
Тесты	26
Тема 4. Теория статистических показателей	27
Решение типовых задач	27
Задачи для решения	28
Относительные показатели	30
Решение типовых задач	31
Задачи для решения	32
Тесты	35
Тема 5. Теория средних величин	36
Исчисление средней арифметической простой и взвешенной	37
Решение типовых задач	37
Задачи для решения	38
Исчисление средней в случае интервального ряда	39
Задачи для решения	40
Средняя хронологическая величина	41
Средняя гармоническая величина	42
Задачи для решения	43
Средняя геометрическая величина	44
Средняя квадратическая величина	44
Исчисление средней арифметической взвешенной по способу моментов	45
Мода	47
Задачи для решения	49
Расчет медианы	49
Задачи для решения	51
Тесты	51
Тема 6. Статистическое изучение вариации	53
Решение типовых задач	55
Задачи для решения	57
Расчет дисперсии упрощенными способами	58
Решение типовых задач	59
Задачи для решения	60
Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии (по правилу сложения дисперсий)	61

Решение типовой задачи	62
Задачи для решения	63
Тесты	65
Тема 7. Выборочный метод в статистике	67
Решение типовых задач	69
Задачи для решения	70
Тесты	72
Тема 8. Статистическое изучение рядов динамики	74
Решение типовой задачи 1	75
Средние показатели ряда динамики	76
Решение типовой задачи 2	76
Решение типовых задач	77
Задачи для решения	79
Тесты	81
Тема 9. Индексный метод в статистических исследованиях	83
Решение типовых задач	85
Задачи для решения	88
Индексы структурных сдвигов	90
Решение типовой задачи	92
Задачи для решения	93
Тесты	95
Тема 10. Статистическое изучение связей социально-экономических явлений	98
Решение типовой задачи	99
Задачи для решения	102
Тесты	103
Тема 11. Графический способ изображения статистических данных	105
Тесты	109
Глоссарий	110
Ответы к задачам и тестам	120
Литература	124

Учебное издание

Чичкан Лилия Гавриловна
Житкевич Галина Яковлевна

СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие

Редактор С. И. Михайлова
Корректор Ю. Ц. Петрикеева
Компьютерная верстка В. Я. Нога

Подписано в печать 14.02.2003 г. Формат 60×84 / 16. Бумага офсетная. Офсетная печать.
Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 7,32. Уч.-изд. л. 4,45. Тираж 200 экз. Заказ № 4
НО ООО «БИП-С». 220004, г. Минск, ул. Короля, 3. Лицензия № 251 от 18.03.1998 г.

Размножено на ризографе для внутреннего пользования