

УДК 531.8:621.01

У. А. ПАТАПАЎ<sup>1</sup>, С. І. РУСАН<sup>1</sup>, Л. А. СІВАЧЭНКА<sup>2</sup><sup>1</sup>Баранавіцкі дзяржаўны ўніверсітэт, Баранавічы, Беларусь<sup>2</sup>Беларуска-Расійскі ўніверсітэт, Магілёў, Беларусь

## МЕТОДЫКА ЎСТАНАЎЛЕННЯ ЗАЛЕЖНАСЦЕЙ ПАМІЖ КААРДЫНАТАМІ І ВУГЛАМІ Ў СІСТЭМЕ ДЗВЮХ АКРУЖНАСЦЕЙ, ЗЛУЧАНЫХ АДРЭЗКАМ

Прадстаўлены два метады рашэння задачы па ўстанаўленні залежнасцей паміж каардынатамі і вугламі ў сістэме дзвюх акружнасцяў, злучаных адрэзкамі. Вынікам гэтага даследавання з'яўляецца матэматычная мадэль чатырохзвеннага механізма, якая можа быць выкарыстана пры рашэнні прыкладных задач тэорыі механізмаў і машын, у тым ліку пры праектаванні і разліку чатырохзвеннага механізма ланцужнага аграгата.

**Ключавыя словы:** акружнасці; каардынаты; адрэзак; матэматычная мадэль; чатырохзвенны механізм.

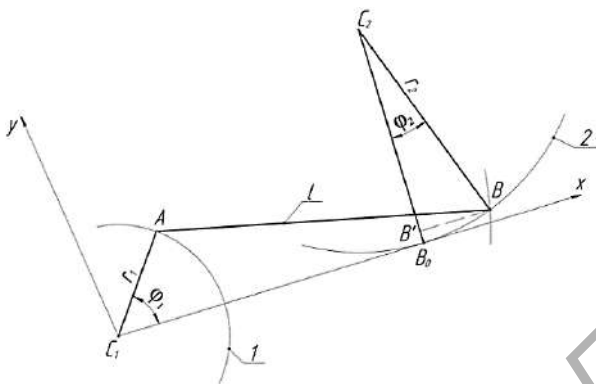
**Уступ.** Задача, коротка сфармуляваная ў загаловаку артыкула, можа падацца абстрактнай і бессэнсоўнай. Магчыма на гэтай прычыне ў вядомых нам крыніцах інфармацыі яна не разглядаецца, у тым ліку і пры праектаванні абсталявання [1–6]. На самой жа справе яе рашэнне можа знайсці плённае прымяненне ў задачах прыкладной механікі і тэорыі механізмаў. Больш канкрэтна аб актуальнасці даследавання сказана ў «Заключэнні».

**Асноўная частка.** Разгледзім наступную задачу. На рысунку 1 зададзены акружнасці 1 і 2 з цэнтрамі  $C_1$ ,  $C_2$ , радыусы якіх роўныя  $r_1$ ,  $r_2$ . Акружнасці злучаны адрэзкам  $AB$  даўжыні  $l$ . Пачатак восей каардынат сумешчаны з цэнтрам  $C_1$  акружнасці 1. Пры гэтым вось  $C_1x$  датычна да акружнасці 2. Становішча пункта  $A$  на акружнасці 1 задаецца вуглом  $\varphi_1$ , які адлічваецца ад восі  $C_1x$ , а становішча пункта  $B$  на акружнасці 2 вызначаецца вуглом  $\varphi_2$ , што адлічваецца ад нармалі  $C_2B_0$  да восі  $C_1x$ . Ведаючы вугал  $\varphi_1$ , радыусы акружнасцей  $r_1$ ,  $r_2$ , даўжыню адрэзка  $AB = l$  і каардынату  $x_{C_2} = C_1B_0$ , трэба вызначыць каардынату пункта  $B$  і вугал  $\varphi_2$ .

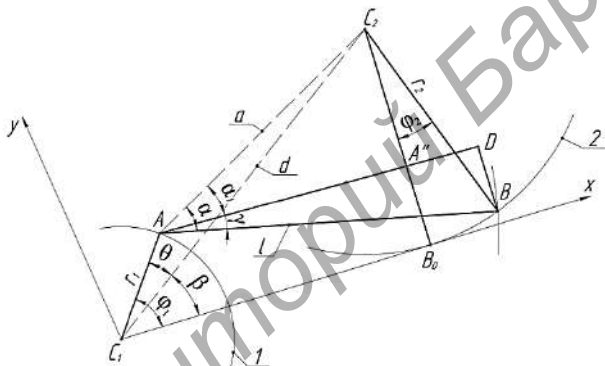
Паколькі пункт  $A$  – канец адрэзка  $AB$  – знаходзіцца на акружнасці 1, то яго каардынаты вядомы:

$$(x_A = r_1 \cos \varphi_1 ; y_A = r_1 \sin \varphi_1) . \quad (1)$$

Разгледзім два метады рашэння задачы. Відавочна, што становішча пункта  $B$  на акружнасці можна вызначыць графічна шляхам засечкі з цэнтра  $A$ . Таму паводле першага метаду ён разглядаецца як пункт перасячэння дзвюх акружнасцей з цэнтрамі ў пунктах  $A$  і  $C_2$  (рысунак 2). Радыус першай з іх роўны  $l$ , другой –  $r_2$ .



Рисунак 1 – Фрагменты акружнасцей 1 і 2, злучаных адрэжкам  $AB$



Рисунак 2 – Ілюстрацыя да вызначэння параметрычнага вугла  $\gamma$  і каардынат пункта  $B$

Аналітычна каардынаты пункта  $B$  вызначаюцца сумесным рашэннем ураўненняў дзвюх акружнасцей, праведзеных праз яго. Запішам ураўненні гэтых акружнасцей у каардынатнай форме:

$$\left. \begin{aligned} (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 &= l^2; \\ (x_B - x_{C_2})^2 + (y_B - y_{C_2})^2 &= r^2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

дзе  $x_B, y_B$  – шукаемыя каардынаты пункта  $B$ .

Перапішам сістэму ўраўненняў у выглядзе

$$\left. \begin{aligned} y_B - y_A &= \sqrt{l^2 - (x_B - x_A)^2}; \\ y_B - y_{C_2} &= \sqrt{r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Ад першага ўраўнення сістэмы (3) аднімаем другое, атрымліваем

$$\Delta y = \sqrt{l^2 - (x_B - x_A)^2} - \sqrt{r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2}, \quad (4)$$

дзе  $\Delta y = y_{C_2} - y_A$ . Пазбаўляемся ад радыкалаў у (4)

$$l^2 - (x_B - x_A)^2 + r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2 - 2\sqrt{[l^2 - (x_B - x_A)^2][r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2]} = \Delta y^2$$

$$\begin{aligned} \text{ці} \quad & [l^2 - (x_B - x_A)^2 + r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2 - \Delta y^2]^2 = \\ & = 4[l^2 - (x_B - x_A)^2][r_2^2 - (x_B - x_{C_2})^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Пераўтварам правую частку роўнасці шляхам выканання адпаведных дзеянняў – узвядзення ў квадрат і перамножэння.

У скарачаным запісу атрымаем:

$$4(a'_1 x_B^4 + a'_2 x_B^3 + a'_3 x_B^2 + a'_4 x_B + a'_5), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{дзе} \quad & a'_1 = 1; \quad a'_2 = -2(x_A + x_{C_2}); \quad a'_3 = x_A^2 + x_{C_2}^2 + 4x_A x_{C_2} - l^2 - r_2^2; \\ & a'_4 = 2(r_2^2 x_A + l^2 x_{C_2} - x_A^2 x_{C_2} - x_A x_{C_2}^2); \quad a'_5 = (l^2 - x_A^2)(r_2^2 - x_{C_2}^2). \end{aligned}$$

У левай частцы роўнасці (5) уводзім абазначэнне:  $l^2 + r_2^2 - \Delta y^2 = c_0^2$ . Выконваючы абазначэння ў ёй дзеянні, атрымаем:

$$a''_1 x_B^4 + a''_2 x_B^3 + a''_3 x_B^2 + a''_4 x_B + a''_5, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{дзе} \quad & a''_1 = 4; \quad a''_2 = -6(x_A + x_{C_2}); \quad a''_3 = 2(2x_A^2 + 2x_{C_2}^2 + x_A x_{C_2} - c_0^2); \\ & a''_4 = -4[x_A^3 + x_{C_2}^3 - c_0^2(x_A + x_{C_2}) + x_A^2 x_{C_2} + x_A x_{C_2}^2]; \\ & a''_5 = c_0^2(c_0^2 - 2x_A^2 + 2x_{C_2}^2) + x_A^4 + 2x_A^2 x_{C_2}^2. \end{aligned}$$

З улікам мнагачленаў (6) і (7) пераносім правую частку радка (5) улева ад знака роўнасці. Атрымаем наступную рэзальвенту сістэмы (2) адносна каардынаты  $x_B$ :

$$a_1 x_B^4 + a_2 x_B^3 + a_3 x_B^2 + a_4 x_B + a_5 = 0. \quad (8)$$

Яе каэфіцыенты  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) знаходзім шляхам злучэння ўжо запісаных вышэй  $a'_i, a''_i$ :  $a_i = a''_i - a'_i$ . Канчаткова атрымліваем

$$\begin{aligned} a_1 &= 3; \quad a_2 = -4(x_A + x_{C_2}); \quad a_3 = 3(x_A^2 + x_{C_2}^2) - 2(x_A x_{C_2} + c_0^2) + l^2 + r_2^2; \\ a_4 &= -2[2(x_A^3 + x_{C_2}^3 - c_0^2(x_A + x_{C_2})) + r_2^2 x_A + l^2 x_{C_2} + x_A^2 x_{C_2} + x_A x_{C_2}^2]; \\ a_5 &= c_0^4 + x_A^4 + 2c_0^2(x_{C_2}^2 - x_A^2) + x_A^2 x_{C_2}^2 + r_2^2(x_A^2 - l^2) + l^2 x_{C_2}^2. \end{aligned}$$

Каб вызначыць каардынату  $y_B$ , сістэму ўраўненняў (1) перапісваем у выглядзе:

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= \sqrt{l^2 - (y_B - y_A)^2}; \\ x_B - x_{C_2} &= \sqrt{r_2^2 - (y_B - y_{C_2})^2}. \end{aligned} \right\}$$

Выключаючы з яе  $x_B$ , маем:

$$\Delta x = \sqrt{l^2 - (y_B - y_A)^2} - \sqrt{r_2^2 - (y_B - y_{C_2})^2},$$

дзе  $\Delta x = x_{C_2} - x_A$ . Паўтараючы ўсе дзеянні, выкананыя пры вывадзе ўраўнення (8), атрымаем:

$$b_1 y_B^4 + b_2 y_B^3 + b_3 y_B^2 + b_4 y_B + b_5 = 0. \quad (9)$$

Структура каэфіцыентаў  $b_i$  ва ўраўненні (9) такая ж, як  $a_i$  у (8). Таму, каб іх запісаць, няма неабходнасці паўтараць вывад ураўнення (8), а дастаткова пры пераходзе ад каэфіцыентаў  $a_i$  да  $b_i$  каардынаты  $x_A, x_{C_2}$  замяніць на  $y_A, y_{C_2}$ , а велічыню  $a_0^2$  – на  $b_0^2 = l^2 + r_2^2 - \Delta y^2$ .

Спосабы рашэння нелінейных ураўненняў віду (8), (9) выкладзены ў даведніках па матэматыцы. Для рашэння ўраўненняў чацвёртага парадку са складанымі каэфіцыентамі ў выглядзе мнагачленаў, як у нашым выпадку, распрацаваны адмысловыя праграмы разлікаў на камп'ютары.

Далей будзем лічыць, што каардынаты пункта  $B$  ужо вядомы. Знойдзем вугал  $\varphi_2$  (гл. рысунак 1). Звяртаем увагу на прамавугольны трохвугольнік  $BB'C_2$ . Яго катэт  $BB'$  роўны  $x_B - x_{C_2}$ , а  $\sin \varphi_2 = BB'/r$   $= g$ . Адсюль:

$$\varphi_2 = \arcsin g. \quad (10)$$

Заўважым, што рашэнне абодвух ураўненняў (8), (9) неабходна толькі на пачатку распрацоўкі алгарытма іх рашэння для праверкі вынікаў па формуле:  $x_B^2 + y_B^2 = r_2^2$ . Пры наладжаным алгарытме рашэння ўраўненняў (8) ці (9) знаходзіцца толькі адна з каардынат. Другую, пры неабходнасці, можна вызначыць з апошняй роўнасці.

Як мы пераканаліся, разгледжаны вышэй метады рашэння задачы вельмі працаёмкі, з высокай верагоднасцю памылак. Прычына недахопу алгарытма ў тым, што шукаемыя параметры вызначаюцца з сістэмы квадратных ураўненняў (1), у кожнае з якіх уваходзяць дзве невядомыя каардынаты пункта  $B$ .

Для распрацоўкі іншага метаду скарыстаемся ўраўненнямі акружнасцей у параметрычнай форме. Але спачатку знойдзем з трохвугольніка  $ABC_2$  патрэбны параметр – вугал  $\gamma$  (гл. рысунак 2). У гэтым трохвугольніку вядомы бакі  $AB = l$ ,  $BC_2 = r_2$ . Трэцюю пераменную  $AC_2$  (абазначым яе літарай  $a$ ), знойдзем па тэарэме косінусаў з трохвугольніка  $C_1AC_2$ :

$$a^2 = r_1^2 + d^2 - 2r_1d \cos \theta,$$

дзе  $\theta = \varphi_1 - \beta$ ,  $\beta = \arctg t_1$ ,  $t_1 = y_{C_2}/x_{C_2}$ .

Вернемся зноў да трохвугольніка  $ABC_2$ . Яго вугал  $\alpha$  пры вяршыне  $A$  падзелім адрэзкам  $AD$ , паралельным да восі  $C_1x$ , на дзве часткі. Верхнюю абазначым літарай  $\alpha_1$ , ніжнюю – праз  $\gamma$ . Відавочна, што  $\gamma = \alpha - \alpha_1$ . Знойдзем вуглы  $\alpha$  і  $\alpha_1$ . Паводле тэарэмы косінусаў у трохвугольніку  $ABC_2$

$$r_2^2 = a^2 + l^2 - 2al \cos \alpha;$$

адсюль  $\cos \alpha = (a^2 + l^2 - r_2^2) / 2al = t_2$  і  $\alpha = \arccos t_2$ .

У прамавугольным трохвугольніку  $AA''C_2$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = A''C_2 / AA'' = (y_{C_2} - y_A) / (x_{C_2} - x_A) = t_3,$$

адкуль  $\alpha_1 = \arctg t_3$ . Значыць,  $\gamma = \arccos t_2 - \arctg t_3$ .

Цяпер запішам ураўненні акружнасцей у параметрычнай форме з цэнтрамі  $A$  і  $C_2$ , якія перасякаюцца ў пункце  $B$ :

$$(x_B = x_A + l \cos \gamma; y_B = y_A + l \sin \gamma); \quad (11)$$

$$(x_B = x_{C_2} + r_2 \sin \varphi_2; y_B = y_{C_2} + r_2 \cos \varphi_2). \quad (12)$$

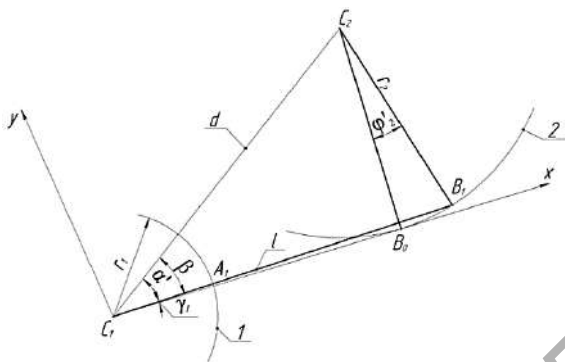
У якасці параметраў тут выкарыстаны вуглы  $\gamma$  і  $\varphi_2$ . Як бачым, роўнасці (11) дазваляюць знайсці каардынаты пункта  $B$ . Выключаем з першых дзвюх формул (11), (12) каардынату  $x_B$ . З атрыманай роўнасці знаходзім сінус патрэбнага вугла:

$$\sin \varphi_2 = (x_A - x_{C_2} + l \cos \gamma) / r_2. \quad (13)$$

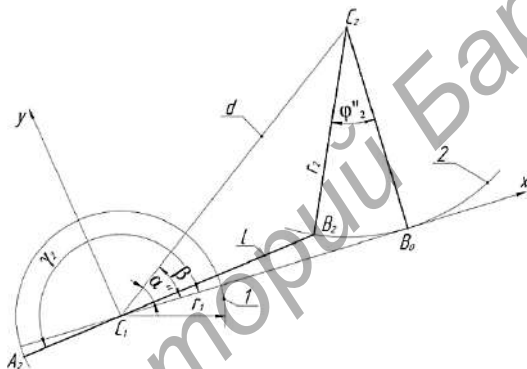
Такім жа спосабам з другіх формул (11), (12) вызначаем яго косінус:

$$\cos \varphi_2 = (y_A - y_{C_2} + l \sin \gamma) / r_2. \quad (14)$$

Для кантролю разлікаў выкарыстоўваецца роўнасць  $\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2 = 1$ . Высветлім, ці можа адрэзак  $AB$  займаць адвольнае становішча ў сістэме дзвюх зададзеных акружнасцей. Будзем меркаваць, што геаметрычныя параметры сістэмы дазваляюць змяшчаць яко канец  $A$  на акружнасці 1 у адвольнае становішча, не «зрываючы» яго канец  $B$  з акружнасці 2. Іншымі словамі, дапускаем, што вуглавая каардыната канца  $A$  можа змяняцца ў межах ад  $\varphi_1 = 0$  да  $\varphi_1 = 2\pi$ . Знойдзем межы змянення адпаведнай вуглавой каардынаты  $\varphi_2$  канца  $B$  на акружнасці 2. Для гэтага неабходна знайсці яго крайнія правае і левае становішчы ад нармалі  $C_2B_0$  да восі  $C_1x$ . Відавочна, што ў крайнім правым становішчы канец  $B$  максімальна аддалены ад цэнтра  $C_1$ , а ў крайнім левым – максімальна набліжаны да яго. У першым выпадку працяг адрэзка ўлева за канец  $A$  праходзіць праз цэнтр  $C_1$ , у другім – сам адрэзак праходзіць праз яго. У першым становішчы адрэзак абазначаны літарамі  $A_1B_1$  (рысунак 3), у другім –  $A_2B_2$  (рысунак 4).



Рысунк 3 – Асобнае становішча адрэзка  $AB$  – крайняе правае  $A_1B_1$



Рысунк 4 – Асобнае становішча адрэзка  $AB$  – крайняе левае  $A_2B_2$

Каардынатыя вуглы (параметры) абазначаем праз  $\gamma_1, \gamma_2, \varphi'_2, \varphi''_2$  (пры гэтым  $\gamma_1 = \varphi'_1, \gamma_2 = \varphi''_1$ ). Каб запісаць ураўненні акружнасцей з цэнтрамі  $A_1, A_2$ , што перасякаюцца ў пунктах  $B_1, B_2$  з акружнасцю 2, неабходна спачатку знайсці параметры  $\gamma_1, \gamma_2$ . Як відаць на рысунку 3,  $\gamma_1 = \beta - \alpha'$ . Вугал  $\alpha'$  вызначаецца з трохвугольніка  $C_1C_2B_1$  па тэарэме косінусаў:  $\alpha' = \arccos k_1$ , дзе  $k_1 = (d^2 + (l')^2 - r_2^2) / 2dl'$ ,  $l' = C_1B_1 = l + r_1$ . Аналагічна, карыстаючыся рысункам 4, атрымліваем:  $\gamma_2 = \beta - \alpha''$ , дзе  $\alpha'' = \arccos k_2$ ,  $k_2 = (d^2 + (l'')^2 - r_2^2) / 2dl''$ ,  $l'' = C_1B_2 = l - r_1$ ,  $d = \sqrt{x_{C_2}^2 + r_2^2}$ .

А цяпер запісваем першыя ўраўненні акружнасцей з цэнтрамі  $C_1, C_2$ , якія перасякаюцца ў пункце  $B_1$ :

$$(x_{B_1} = x_{C_1} + l' \cos \gamma_1; x_{B_1} = x_{C_2} + r_2 \sin \varphi'_2), \quad (15)$$

дзе  $x_{C_1} = 0$ .

Першая з роўнасцей дазваляе вызначыць дэкартаву каардынату канца  $B_1$  адрэзка  $A_1B_1$  у яго крайнім правым становішчы на акружнасці 2. Выключаем з сістэмы (15)  $x_{B_1}$ . З атрыманай роўнасці знаходзім вуглавую каардынату пункта  $B_1$ :

$$\varphi'_2 = \arcsin k_3, \quad (16)$$

дзе  $k_3 = (l' \cos \gamma_1 - x_{C_2}) / r_2$ .

Калі зноў, па аналогіі з ураўненнямі (15), запісаць іх для акружнасцей з цэнтрамі  $C_1, C_2$ , якія перасякаюцца ў пункце  $B_2$ , то можна ўстанавіць, што

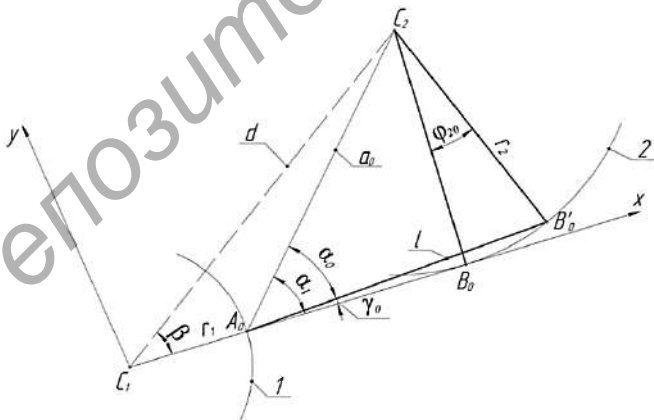
$$\varphi''_2 = \arcsin k_4, \quad (17)$$

дзе

$$k_4 = (x_{C_2} - l'' \cos \gamma_2) / r_2^2.$$

Падводзячы вынікі даследавання, канстатуем, што адрэзак  $AB$  даўжыні  $l$  не можа займаць адвольнае становішча на плоскасці паміж акружнасцямі 1, 2 – яго канец  $B$  застаецца на ўчастку дугі  $B_2B_0B_1$ , акружнасці 2, а вуглавая каардыната абмежавана значэннямі (16), (17).

Пры фармуляванні разглядаемай тут задачы пачатак адліку вуглавой каардынаты  $\varphi_2$  ад адрэзка  $C_2B_0$  прыняты адвольна, што не дазваляе атрымаць выразную адпаведнасць паміж каардынатнымі вугламі  $\varphi_1, \varphi_2$ . Устанавім пачатак адліку вугла  $\varphi_2$  такім чынам, каб вуглу  $\varphi_1 = 0$  адпавядаў вугал  $\varphi_2 = 0$ . Для гэтага канец  $A$  адрэзка  $AB$  змесцім у становішча  $A_0$  і знойдзем становішча яго канца  $B$  на акружнасці 2. На рысунку 5 ён абазначаны праз  $B'_0$ , а яго адпаведная вуглавая каардыната – літарай  $\varphi_{20}$ .



Рысунк 5 – Ілюстрацыя да вызначэння вуглавой каардынаты  $\varphi_{20}$

Для вызначэння вугла  $\varphi_{20}$  можна скарыстацца формулай (14), у якой прыняць  $y_A = 0, y_{C_2} = r_2, \gamma = \gamma_0 = \alpha_1 - \alpha_0$ . Вуглы  $\alpha$  і  $\alpha_1$  знаходзяцца з трохвугольнікаў  $A_0C_2B'_0$  і  $A_0C_2B_0$ .

**Заклучэнне.** У артыкуле актуалізуецца задача аналітычнай геаметрыі з мэтай наступнага выкарыстання яе рашэння ў прыкладных задачах тэорыі механізмаў і машын. Сапраўды, калі геаметрычныя адрэзкі  $C_1A$ ,  $AB$ ,  $BC_2$  на рысунку 1 матэрыялізаваць – лічыць стрыжнямі, то атрымаецца геаметрычная схема механізма, які ў тэорыі механізмаў і машын называюць чатырохзвеннікам [7–9]. Рух яго звенняў традыцыйна даследуецца распрацаванымі ў мінулым графічнымі метадамі. Калі ж у атрыманых тут рашэннях (10), (13), (14) вугал  $\varphi_1$  лічыць пераменным – функцыяй  $\varphi_2(t)$  часу  $t$ , то прыведзеныя рашэнні будуць ураўненнямі руху выхаднога звяна механізма – каромысла  $C_2B$ . Наяўнасць ураўненняў руху дазваляе распрацаваць сучасны аналітычны метад даследавання кінематыкі і дынамікі чатырохзвеннага механізма.

Дадзенае даследаванне будзе выкарыстоўвацца пры праектаванні і разліку чатырохзвеннага механізма ланцужнага агрэгата, які апісаны ў манаграфіі [10], артыкулах [11–13] і апісанні вынаходства [14].

### СПІС ЛІТАРАТУРЫ

1 **Бронштейн, И. Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Гос. изд-во техн.-теор. л-ры, 1957. – 608 с.

2 **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

3 **Dicker, J. J.** Theory of machines and mechanisms / J. J. Dicker, G. R. Pennock, J. E. Shigley. – New York ; Oxford : Oxford University Press, 2003. – 734 p.

4 Advanced theory of mechanisms and machines / M. Z. Kolovsky [et al.]. – St. Petersburg : State Technical University St. Petersburg, 2000. – 396 p.

5 Fundamentals of machine theory and mechanisms / A. S. Mata [et al.]. – Cham : Springer, 2016. – 409 p.

6 **Живов, Л. И.** Кузнечно-штамповочное оборудование : учеб. для вузов / Л. И. Живов, А. Г. Овчинников, Е. Н. Складчиков ; под ред. Л. И. Живова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. – 560 с.

7 **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин : учеб. для студентов высших технических учебных заведений / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 639 с.

8 Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / К. В. Фролов и [др.] ; под ред. К. В. Фролова. – М. : Высш. шк., 1987. – 496 с.

9 **Машков, А. А.** Теория механизмов и машин / А. А. Машков. – Минск : Выш. шк., 1971. – 471 с.

10 Интенсификация технологических процессов в аппаратах адаптивного действия : монография / Л. А. Сиваченко [и др.] : под науч. ред. Л. А. Сиваченко. – Барановичи : БарГУ, 2020. – 359 с.

11 **Потапов, В. А.** Цепной агрегат с волновой рабочей камерой и адаптивным механизмом силового воздействия для переработки влажных сырьевых материалов / В. А. Потапов, Л. А. Сиваченко // Вестн. БарГУ. Сер. Технические науки. – 2020. – Вып. 8. – С. 98–105.

12 **Потапов, В. А.** Рабочее оборудование цепного агрегата для переработки сложных и неоднородных материалов / В. А. Потапов, Л. А. Сиваченко, М. С. Кузьменкова // Энерго- и ресурсосберегающие технологии и оборудование в дорожной и строительных отраслях : материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Белгород : БГТУ им. В. Г. Шухова, 2019. – С. 174–181.

13 **Сиваченко, Л. А.** Многофункциональный технологический агрегат с цепным рабочим оборудованием / Л. А. Сиваченко, В. А. Потапов, Т. Л. Сиваченко // Энерго-ресурсосберегающие технологии и оборудование в дорожной и строительной отраслях : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Белгород, 20–21 сентября 2018 г. / БГТУ им. В. Г. Шухова, Белгород, 2018. – С. 210–215.

14 Агрегат для переработки неоднородных и сложных по составу и свойствам материалов : заявка ЕАПО № 202090391 / В. А. Потапов, Л. А. Сиваченко, Т. Л. Сиваченко. – Опубл. 31.08.2021.

*V. A. POTAPOV<sup>1</sup>, S. I. RUSAN<sup>1</sup>, L. A. SIVACHENKO<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Барановичский государственный университет, Барановичи, Беларусь*

<sup>2</sup>*Белорусско-Российский университет, Могилёв, Беларусь*

#### **МЕТОДИКА УСТАНОВЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ И УГЛАМИ В СИСТЕМЕ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ, СОЕДИНЕННЫХ ОТРЕЗКОМ**

Представлены два метода решения задачи по установлению зависимостей между координатами и углами в системе двух окружностей, соединенных отрезками. Результатом этого исследования является математическая модель четырехзвенного механизма, которая может быть использована при решении прикладных задач теории механизмов и машин, в том числе при проектировании и расчете четырехзвенного механизма цепного агрегата.

**Ключевые слова:** окружности, координаты, отрезок, математическая модель, четырехзвенный механизм.

*V. A. POTAPOV<sup>1</sup>, S. I. RUSAN<sup>1</sup>, L. A. SIVACHENKO<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Baranovichi State University, Baranovichi, Belarus*

<sup>2</sup>*Belarusian-Russian University, Mogilev, Belarus*

#### **A TECHNIQUE FOR ESTABLISHING DEPENDENCIES BETWEEN COORDINATES AND ANGLES IN A SYSTEM OF TWO CIRCLES CONNECTED BY OFFCUT**

The article presents two methods for solving the problem of establishing dependencies between coordinates and angles in a system of two circles connected by offcut. The result of this research is a mathematical model of a four-link mechanism, which can be used in solving applied problems of the theory of mechanisms and machines, including in the design and calculation of a four-link mechanism of a chain unit.

**Keywords:** circles, coordinates, offcut, mathematical model, four-link mechanism.

Получено 30.10.2021