

УДК 621.91

**В. И. Молочко, Е. В. Рогозина**

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Министерство образования Республики Беларусь, ул. Войкова, 21, 225404 Барановичи, Республика Беларусь + 375 (163) 48 73 97, katty.korobkina@mail.ru

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОЧЕНИИ

В статье проанализированы факторы, влияющие на величину сил сопротивления резанию. Показано, что экспериментальные методы исследования динамики резания предпочтительнее теоретических, так как эмпирические формулы по сравнению с теоретическими зависимостями дают более точные результаты. Рассмотрены методы обработки экспериментальных данных при использовании в качестве аппроксимирующих степенных зависимостей типа  $y = Ax^q$ . Представлена методика получения общих зависимостей составляющих сил резания от режимных параметров на основе частных зависимостей, полученных экспериментальным путем. Рассмотрена методика проведения лабораторной работы по определению тангенциальной составляющей силы резания  $P_z$  с использованием однокомпонентного механического динамометра.

**Ключевые слова:** сила сопротивления резанию; динамика резания; тангенциальная составляющая силы резания.

Рис. 1. Библиогр.: 3 назв.

**V. I. Molochko, E. V. Rogozina**

Baranovichi State University, Ministry of Education of the Republic of Belarus, 21 Voykova str., 225404 Baranovichi, the Republic of Belarus, + 375(163) 48 73 97, katty.korobkina@mail.ru

## EXPERIMENTAL METHODS OF RESEARCH OF THE DYNAMICS OF CUTTING DURING TURNING

The article deals with the factors that affect the volume of the cutting resistance forces. It is shown that experimental methods for studying cutting dynamics are preferable to theoretical ones, since empirical formulas, in comparison with theoretical relationships, give more accurate results. Methods for processing experimental data are considered, when used as approximating power-law dependencies of mode  $y = Ax^q$ . A method is presented for obtaining the general dependences of the cutting force components on the regime parameters on the basis of particular dependences which were obtained experimentally. The technique of performing laboratory work to determine the tangential component of cutting force  $P_z$ , using a one-component mechanical dynamometer is considered.

**Key words:** cutting resistance force; dynamics of cutting; tangential component of cutting force.

Fig. 1. Ref.: 3 titles.

**Введение.** При точении конструкционных материалов возникает реактивная сила сопротивления резанию  $R$ , для преодоления которой со стороны резца должна быть приложена равная ей, но противоположно направленная действующая сила резания  $P$ . Величина этой силы определяется установленными на станке режимными параметрами, определяющими интенсивность процесса резания, а также механическими свойствами обрабатываемого материала (прочность, твердость и пластичность). Существенное влияние на величину силы резания оказывают силы внешнего трения между инструментом и стружкой, инструментом и обработанной поверхностью заготовки, а также силы внутреннего трения между слоями разогретой стружки при образовании наростов, при сдвиге стружечных элементов по плоскостям скалывания в процессе обработки пластичных конструкционных материалов.

Определённое влияние на величину силы резания оказывают и другие факторы, например, геометрия режущего инструмента, наличие (или отсутствие) смазочно-охлаждающей жидкости, степень затупления инструмента и др.

**Основная часть.** Для нахождения величины силы резания используют аналитические и экспериментальные методы исследования. Однако расчётные формулы, полученные аналитическим путём, неудобны для практического применения ввиду громоздкости конечных математических выражений. Попытки же их упрощённого представления (уравнение Зворыкина) приводят к существенной потере точности расчётов. К тому же в состав теоретических формул входят параметры, величины которых переменны, а законы их изменения заранее неизвестны. Это, например, коэффициенты внутреннего трения между разогретыми слоями срезаемой стружки, коэффициенты внешнего трения пары «обрабатываемый материал — конструкционный материал», углы наклона плоскостей скалывания при образовании суставчатой стружки. Механические характеристики прочности и твёрдости обрабатываемого материала также точно неизвестны (задаются в виде диапазона значений). Для нахождения величины и характера изменений указанных неизвестных параметров, особенно неизвестных параметров трения, требуется проведение специальных экспериментальных исследований в условиях высоких давлений и температур, характерных для процесса резания, воссоздание (моделирование) которых связано со значительными техническими трудностями.

Поскольку аналитические методы исследования динамики резания всё равно не могут быть реализованы без экспериментального определения ряда неизвестных параметров, прежде всего параметров трения, было признано более целесообразным выполнение экспериментов по непосредственному нахождению проекций силы резания  $P$  на координатные оси  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , используя для этого специальные динамометрические средства измерения.

В теории резания, как правило, в качестве осей  $X$  и  $Y$  принимают направления векторов подачи, а в качестве оси  $Z$  — направление, совпадающее с вектором главного движения. В частности, при точении в качестве оси  $X$  принято направление, параллельное продольной оси обрабатываемой заготовки, совпадающее с направлением вектора продольной подачи  $S_{пр}$ ; в качестве оси  $Y$  — радиальное по отношению к обрабатываемой заготовке, совпадающее с вектором поперечной подачи  $S_{поп}$ , а в качестве оси  $Z$  — тангенциальное направление, т. е. направление, совпадающее с касательной к обрабатываемой заготовке в точке её контакта с режущей кромкой резца. В соответствии с установленными направлениями осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , проекцию силы резания  $P_x$  при точении принято называть осевой, проекцию силы резания  $P_y$  — радиальной, проекцию силы резания  $P_z$  — тангенциальной составляющей силы резания  $P$  [1].

Если составляющие силы резания  $P$  рассчитаны или измерены, т. е. известны, то результирующую силу резания  $P$  можно найти по правилу диагонали параллелепипеда, построенного на составляющих силах резания  $P_x$ ,  $P_y$  и  $P_z$ , а направление ее действия относительно координатных осей оценить с помощью направляющих косинусов, однако чаще всего в определении модуля и направления действия результирующей силы резания  $P$  нет необходимости, так как знание величин проекций  $P_x$ ,  $P_y$  и  $P_z$  обеспечивает возможность решения основных задач динамики резания, связанных с практикой проектирования и эксплуатации металлорежущих станков и инструментов.

Так, например, знание величины осевой составляющей силы резания  $P_x$  позволяет оценить нагрузку, действующую на коробку подач токарного станка, что является основой для проведения прочностных расчетов и выбора габаритных размеров ее звеньев.

Радиальная составляющая силы резания  $P_y$  в значительной мере определяет конечную точность обработки на токарном станке, так как от этой силы зависят величина прогиба обрабатываемой детали, прочность и жесткость отдельных деталей технологической оснастки и самого токарного станка; кроме того сила  $P_y$  является составной частью нагрузки на резец, учет которой необходим при выборе поперечных размеров державки резца.

Наибольшей из трех является тангенциальная составляющая силы резания  $P_z$ ; она определяет величину крутящего момента  $M_{кр}$  на шпинделе станка, а также величину мощности  $N_{рез}$ , необходимой для осуществления процесса резания, что позволяет производить прочностные расчеты и выбор габаритных размеров звеньев коробки скоростей токарного

станка. Кроме того сила  $P_z$  совместно с составляющей силы резания  $P_y$  определяет нагрузку на режущий инструмент, что позволяет производить его расчеты на прочность и жесткость, включая расчеты на прочность твердосплавных напайных и неперетачиваемых многогранных пластин.

В общем случае при проведении экспериментальных исследований зависимость  $y = f(x)$ , т. е. зависимость между искомой функцией  $y$  и заданными значениями аргумента  $x$  получают в табличном виде. После нанесения экспериментальных точек (значений функции  $y_i$ ) на поле чертежа возникает задача визуального подбора аппроксимирующей функции и обработки полученных экспериментальных данных с целью определения неизвестных постоянных параметров этой функции.

При аппроксимации однофакторных  $y = f(x)$  экспериментальных зависимостей, к числу которых относятся частные зависимости составляющих сил резания от режимных параметров, например, от глубины резания  $t$ , подачи на оборот  $S_o$  и скорости резания  $V$ , частные зависимости тангенциальной составляющей силы резания от механических характеристик обрабатываемого материала (от предела прочности  $\sigma_b$  или твердости  $HB$ ) широко используются степенные функции типа  $y = Ax^q$ , с помощью которых описываются (рисунок 1) не только монотонно (т. е. без перегибов) возрастающие зависимости, у которых показатель степени  $q > 0$ , например, кривая 1, у которой  $q > 0$ , прямая 2, у которой  $q = 1$ , кривая 3, у которой  $q$  лежит в диапазоне  $0 < q < 1$ , но и постоянные зависимости, являющиеся частным случаем степенной функции, у которых  $q = 0$  (прямая 4), а также монотонно убывающие степенные зависимости (кривые 5 и 6), у которых  $q < 0$ .

В том случае, когда  $q = 0$  или  $q = 1$ , т. е. когда численное значение показателя степени  $q$  известно, определению подлежит один неизвестный параметр степенной функции — это постоянный коэффициент  $A$ , который может быть найден путем использования при обработке экспериментальных данных метода среднего арифметического. Применение этого метода при аппроксимации экспериментальной зависимости  $y = f(x)$  степенной функцией, у которой  $q = 0$ , т. е. постоянной функцией типа  $y = A$  дает

$$A = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \bar{y},$$

где  $y_1, \dots, y_n$  — ряд экспериментальных значений функции  $y_i$ , соответствующих заданным значениям исходного параметра  $x_i$ , а  $\bar{y}$  — среднее арифметическое этих значений.

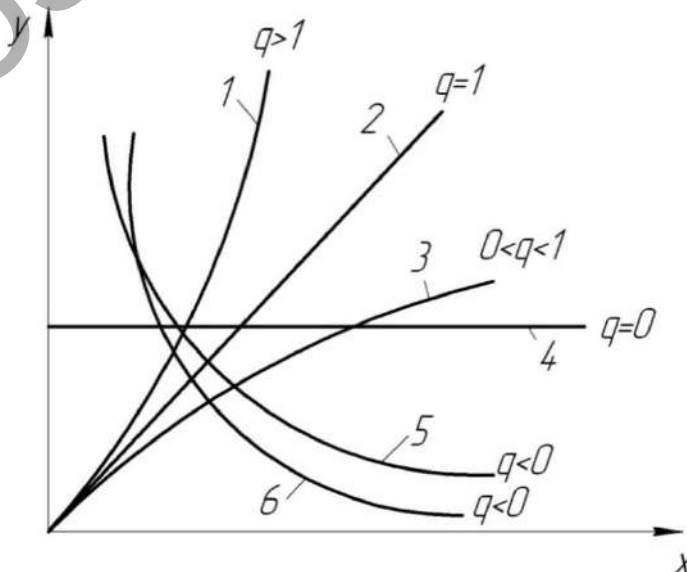


Рисунок 1. — Виды степенных зависимостей  $y = Ax^q$

При аппроксимации экспериментальной зависимости  $y = f(x)$  степенной функцией, у которой  $q = 1$ , т. е. линейной функцией типа  $y = Ax$ , постоянный параметр  $A$  определяется как среднее арифметическое угловых коэффициентов  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ряда линий, соединяющих начало координат с каждой из  $n$  экспериментальных точек. Следовательно, в этом случае

$$A = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n},$$

где  $A_1 = \frac{y_1}{x_1}, A_2 = \frac{y_2}{x_2}, \dots, A_n = \frac{y_n}{x_n}$ , причем  $x_1, x_2, x_n$  — заданные значения исходного

параметра  $x$ ,  $y_1, y_2, \dots, y_n$  — соответствующие заданным значениям параметра  $x$  экспериментальные значения искомого параметра  $y$ .

Если экспериментальная зависимость  $y = f(x)$  аппроксимируется линейной функцией типа  $y = y_0 + Ax$ , то тогда к числу неизвестных, подлежащих определению в результате обработки, экспериментальных данных добавляется и начальное значение функции  $y_0$ .

Неизвестность положения на оси ординат начальной точки пучка прямых, соединяющих эту точку с экспериментальными значениями функции  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , делает невозможным применение метода среднего арифметического для нахождения углового коэффициента  $A$ . В этом случае для определения неизвестных параметров аппроксимирующей функции используют метод наименьших квадратов [2]. При применении этого метода результирующая теоретическая линия проводится таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений (ошибок) экспериментальных значений  $y_i$  относительно теоретических значений  $y$  была минимальной, т. е. чтобы была минимальной функция

$$\sum_1^n E_i^2 = \sum_1^n (y_i - y)^2. \quad (1)$$

Подстановка в выражение (1) значения аппроксимирующей функции  $y = y_0 + Ax$  дает

$$\sum_1^n E_i^2 = \sum_1^n (y_i - y_0 - Ax)^2. \quad (2)$$

После возведения в квадрат и некоторых преобразований функция (2) приводится к виду

$$\sum_1^n E_i^2 = \sum_1^n y_i^2 + ny_0^2 + A \sum_1^n x_i^2 - 2y_0 \sum_1^n y_i - 2A \sum_1^n y_i x_i + 2Ay_0 \sum_1^n x_i.$$

Чтобы найти значения параметров  $y_0$  и  $A$ , при которых функция будет иметь минимальное значение, приравняем нулю частные производные  $\frac{\partial \sum_1^n E_i^2}{\partial y_0} = 0$  и  $\frac{\partial \sum_1^n E_i^2}{\partial A} = 0$ .

Выполнив необходимые математические действия, получаем систему уравнений

$$A \sum_1^n x_i^2 + y_0 \sum_1^n x_i = \sum_1^n x_i y_i,$$

$$A \sum_1^n x + ny_0 = \sum_1^n y_i,$$

решение которой дает

$$A = \frac{\sum_1^n x_i y_i - \bar{y} \sum_1^n x_i}{\sum_1^n x_i^2 - \bar{x} \sum_1^n x_i}, \quad (3)$$

$$y_0 = \bar{y} + A\bar{x}. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4)  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — средние арифметические значения параметров  $\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$  и  $\bar{y} = \frac{\sum_1^n y_i}{n}$ .

Если экспериментальная зависимость  $y=f(x)$  аппроксимируется криволинейной степенной зависимостью  $y = Ax^q$ , то её путем логарифмирования представляют в виде

$$\lg y = \lg A + q \lg x. \quad (5)$$

Указанную математическую операцию называют линеаризацией криволинейной степенной функции, так как в системе двойных логарифмических координат  $\lg y = f(\lg x)$  выражение (5) фактически представляет собой уравнение прямой линии, не проходящей через начало координат. В связи с этим для определения неизвестных параметров  $\lg A$  и  $q$  можно воспользоваться формулами (3) и (4), подставляя в них вместо численных значений  $x_i$  и  $y_i$  логарифмы этих чисел  $\lg x_i$  и  $\lg y_i$ . Тогда получим

$$q = \frac{\sum_1^n \lg x_i \cdot \lg y_i - \overline{\lg y} \sum_1^n \lg x_i}{\sum_1^n (\lg x_i)^2 - \overline{\lg x} \sum_1^n \lg x_i} \quad (6)$$

и

$$\lg A = \overline{\lg y} - q \overline{\lg x} = M, \quad (7)$$

откуда

$$A = 10^M.$$

В формулах (6) и (7)  $\overline{\lg y}$  и  $\overline{\lg x}$  — средние арифметические значения  $\overline{\lg y} = \frac{\sum_1^n \lg y_i}{n}$  и  $\overline{\lg x} = \frac{\sum_1^n \lg x_i}{n}$ .

При экспериментальных исследованиях влияния различных факторов на величину составляющих силы резания изменяют один из режимных параметров при сохранении постоянства всех других режимных и иных факторов, получая после обработки экспериментальных данных так называемые частные степенные зависимости в виде

$$\left. \begin{aligned} P_{x_i} &= C_{x_i} t^{x_{P_x}} \\ P_{y_i} &= C_{y_i} t^{x_{P_y}} \\ P_{z_i} &= C_{z_i} t^{x_{P_z}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{при } S = S_n \text{ и } V = V_n); \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{x_s} &= C_{x_s} S^{y_{P_x}} \\ P_{y_s} &= C_{y_s} S^{y_{P_y}} \\ P_{z_s} &= C_{z_s} S^{y_{P_z}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{при } t = t_H \text{ и } V = V_H) \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{x_V} &= C_{x_V} V^{z_{P_x}} \\ P_{y_V} &= C_{y_V} V^{z_{P_y}} \\ P_{z_V} &= C_{z_V} V^{z_{P_z}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{при } t = t_H \text{ и } S = S_H) \quad (10)$$

В формулах (8)—(10)  $t_H$ ,  $S_H$  и  $V_H$  — начальные условия эксперимента, т. е. установленные на станке значения неизменяемых режимных параметров.

Проведение экспериментов с разными числовыми значениями неизменяемых числовых параметров дает разные значения постоянных коэффициентов  $C_{x_t} \dots C_{z_V}$ ; значения же показателей степени  $X_{P_x} \dots Z_{P_z}$  остаются при этом неизменными. Из этого следует два вывода: 1) частные зависимости (8)—(10) не могут быть использованы для расчета составляющих силы резания без предварительного проведения экспериментов с требуемыми для данного конкретного случая значениями неизменяемых режимных параметров, что неудобно и практически трудно осуществимо; 2) постоянство показателей  $X_{P_x} \dots Z_{P_z}$  при разных начальных условиях эксперимента дает основание для предположения об отсутствии взаимовлияния режимных параметров и сохранения численных величин этих показателей при переходе к многофакторным степенным зависимостям типа

$$P_y = C_{P_x} t^{x_{P_x}} S^{y_{P_x}} V^{z_{P_x}};$$

$$P_z = C_{P_y} t^{x_{P_y}} S^{y_{P_y}} V^{z_{P_y}}; \quad (11)$$

$$P_x = C_{P_z} t^{x_{P_z}} S^{y_{P_z}} V^{z_{P_z}}. \quad (12)$$

Считая, что расчет значений сил по однофакторным и многофакторным зависимостям должен дать одинаковый результат, приравняем поочередно

$$P_{x_1} = C_{x_t} t^{x_{P_x}} = C_{P_{x_1}} t^{x_{P_x}} S_H^{y_{P_x}} V_H^{z_{P_x}};$$

$$P_{x_2} = C_{x_s} S^{y_{P_x}} = C_{P_{x_2}} t_H^{x_{P_x}} S^{y_{P_x}} V_H^{z_{P_x}};$$

$$P_{x_3} = C_{x_V} V^{z_{P_x}} = C_{P_{x_3}} t_H^{x_{P_x}} S_H^{y_{P_x}} V^{z_{P_x}},$$

откуда получим три значения постоянного коэффициента  $C_{P_x}$  многофакторной зависимости:

$$C_{P_{x_1}} = \frac{C_{x_t}}{S_H^{y_{P_x}} V_H^{z_{P_x}}}; \quad C_{P_{x_2}} = \frac{C_{x_s}}{t_H^{x_{P_x}} V_H^{z_{P_x}}}; \quad C_{P_{x_3}} = \frac{C_{x_V}}{t_H^{x_{P_x}} S_H^{y_{P_x}}}.$$

В качестве расчетного принимают среднее его значение, равное

$$C_{P_x} = \frac{C_{P_{x_1}} + C_{P_{x_2}} + C_{P_{x_3}}}{3}.$$

Аналогичным образом определяются коэффициенты  $C_{P_y}$  и  $C_{P_z}$  многофакторных зависимостей (11) и (12), а именно

$$C_{P_y} = \frac{C_{P_{y_1}} + C_{P_{y_2}} + C_{P_{y_3}}}{3} \quad \text{и} \quad C_{P_z} = \frac{C_{P_{z_1}} + C_{P_{z_2}} + C_{P_{z_3}}}{3},$$

где

$$C_{P_{y_1}} = \frac{C_{y_t}}{S_H^{y_{P_y}} V_H^{z_{P_y}}}; \quad C_{P_{y_2}} = \frac{C_{y_s}}{t_H^{x_{P_y}} V_H^{z_{P_y}}}; \quad C_{P_{y_3}} = \frac{C_{y_V}}{t_H^{x_{P_y}} S_H^{y_{P_y}}}$$

и

$$C_{P_{z_1}} = \frac{C_{z_t}}{S_H^{y_{P_z}} V_H^{z_{P_z}}}; \quad C_{P_{z_2}} = \frac{C_{z_s}}{t_H^{x_{P_z}} V_H^{z_{P_z}}}; \quad C_{P_{z_3}} = \frac{C_{z_V}}{t_H^{x_{P_z}} S_H^{y_{P_z}}}.$$

Вычисленные подобным образом значения постоянных коэффициентов  $C_{P_x}, C_{P_y}, C_{P_z}$  и показателей степеней  $x_{P_x}, x_{P_y}, x_{P_z}; y_{P_x}, y_{P_y}, y_{P_z}$  и  $z_{P_x}, z_{P_y}, z_{P_z}$  приведены в справочной литературе, например, [3]. Их величины определяются свойствами обрабатываемого и инструментального материалов, а также видом токарной обработки (обтачивание, подрезание торца, растачивание, отрезание и прорезание канавок).

**Заключение.** Проведение экспериментов с целью получения однофакторных степенных зависимостей по всем трем составляющим силы резания требует наличия трехкомпонентного динамометра и существенных временных затрат на обработку экспериментальных данных. Поскольку методика проведения экспериментального исследования во всех трех случаях идентична, то можно с целью экономии учебного времени ограничиться исследованием влияния режимных параметров  $t, S$  и  $V$  на одну тангенциальную составляющую силы резания  $P_z$ , которая является наибольшей из трех. В этом случае для проведения экспериментов достаточно наличия в учебной лаборатории одного простейшего однокомпонентного динамометра, например, механического типа. С помощью указанного динамометра возможно в зависимости от ресурса учебного времени решение двух задач: 1) определение степени влияния режимных параметров на величину силы резания  $P_z$ , т. е. определение величины показателей степени  $x_{P_z}, y_{P_z}$  и  $z_{P_z}$ ; 2) определение степени влияния обрабатываемого

и инструментальных материалов на величину силы резания  $P_z$ , т. е. нахождение численной величины постоянного коэффициента  $C_{P_z}$  в многофакторной зависимости силы резания  $P_z$  от режимных параметров.

Первую задачу можно решать без предварительной тарировки динамометра, используя при построении графиков и выводе однофакторных (частных) зависимостей вместо силы  $P_z$  пропорциональные ей показания  $\Pi$  линейных перемещений регистратора прибора (в данном случае индикатора часового типа с ценой деления 0,01 мм) в виде  $\Pi_t = C'_t t^{x_{P_z}}$ ;  $\Pi_s = C'_s S^{y_{P_z}}$  и  $\Pi_v = C'_v V^{z_{P_z}}$ .

Для решения второй задачи необходим тарировочный график динамометра. При наличии учебного времени операция тарирования должна быть составной частью лабораторной работы. При ограниченных временных ресурсах можно воспользоваться готовым тарировочным графиком. Зная масштаб силы, т. е. число силовых единиц силы, приходящихся на одно деление индикатора, следует определить значения постоянных  $C_t$ ,  $C_s$  и  $C_v$  в пересчитанных однофакторных зависимостях  $P_{z_t} = C_t t^{x_{P_z}}$ ;  $P_{z_s} = C_s S^{y_{P_z}}$  и  $P_{z_v} = C_v V^{z_{P_z}}$ , после чего по описанной выше методике определить величину постоянного коэффициента  $C_{P_z}$  в многофакторной зависимости  $P_z = C_{P_z} t^{x_{P_z}} S^{y_{P_z}} V^{z_{P_z}}$ .

#### Список цитируемых источников

1. Ящерицын, П. И. Теория резания / П. И. Ящерицын, Е. Э. Фельдштейн, М. А. Корниевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Минск : Новое знание, 2007. — 512 с. : ил. — (Техническое образование).
2. Ящерицын, П. И. Основы резания материалов и режущий инструмент / П. И. Ящерицын, М. Л. Еременко, Н. И. Жигалко. — 2-е изд., доп. и перераб. — Минск : Выш. шк., 1981. — 560 с. : ил.
3. Общемашиностроительные нормативы режимов резания : справочник : в 2 т. / А. Д. Локтев [и др.] ; под общ. ред. А. Д. Локтева. — М. : Машиностроение, 1991. — 640 с.

Поступила в редакцию 16.03.2018