

Каб раскрыць нявызначанасць, прымяняем правіла Лапітала, паводле якога

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} F(x) = h \lim_{\varphi \rightarrow 0} [f_1'(\varphi) / f_2'(\varphi)]. \quad (4)$$

Тут $f_1'(\varphi)$, $f_2'(\varphi)$ — вытворныя функцый $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$ па вуглу φ . Знаходзім:

$$\begin{aligned} f_1'(\varphi) &= \left\{ \ln \left[\left| \operatorname{tg}((\varphi_0 + \varphi)/2) \right| / \left| \operatorname{tg}(\varphi_0/2) \right| \right] \right\}' = \operatorname{tg}(\varphi_0/2) / \left\{ 2 \cos^2[(\varphi_0 + \varphi)/2] \cdot \left| \operatorname{tg}[(\varphi_0 + \varphi)/2] \right| \cdot \left| \operatorname{tg}(\varphi_0/2) \right| \right\}' = \\ &= 1 / \sin(\varphi_0 + \varphi); f_2'(\varphi) = \varphi' = 1 \end{aligned}$$

Цяпер паводле формулы (4) атрымліваем: $F_0 = \lim_{\varphi \rightarrow 0} F(x) = hl / \sin \varphi_0 = r_0 l$.

Супадзенне атрыманага па формуле (2) выніку з папярэднім, відавочным з рысунка, сведчыць аб дакладнасці формулы (2).

Аналіз рысунка і апошняй формулы паказвае, што павелічэнне вугла φ вядзе да скарачэння праменя MN і ўзрастання велічыні $\sin(\varphi_0 + \varphi)$, а ў выніку — да змяншэння плошчы паверхні S . Значыць, яе гранічнае (пры $\varphi \rightarrow 0$) значэнне $F_0 = r_0 l$ — найбольшае.

Заклучэнне. Апісаная вышэй методыка і атрыманы вынік могуць быць паспяхова выкарыстаны на практыцы для рашэння аналагічных нетыповых задач. Адначасова прыведзеная распрацоўка ўзвышае прэстыж вышэйшай матэматыкі ў падрыхтоўцы інжынерных кадраў. Рэкамендуем дапытлівым чытачам высветліць, ці зменіцца плошча F пры нераўнамерным руху разіка M і як уплывае на вынік характар руху — паскораны альбо запаволены.

Спіс цытаваных крыніц

1. Математика : энциклопедия / под ред. Ю. В. Прохорова. — М. : Большая рос. энцикл., 2003. — 845 с. : ил.
2. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. — М. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1957. — 608 с.
3. Корн, Г. А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. А. Корн, Т. М. Корн. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. — 831 с.

УДК 372.853+535

А. И. Серый, З. Н. Серая

Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест, Республика Беларусь

О МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ОПТИКИ В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Введение. Количество часов, отводимых в учреждении высшего образования на изучение оптики для нефизических специальностей, нельзя признать достаточным для полноценного усвоения материала, предусмотренного учебными программами. При этом полноценное усвоение материала подразумевает не столько его запоминание, сколько умение устанавливать взаимосвязи между явлениями, понятиями, законами, в том числе из разных разделов оптики.

В силу сказанного выше представляется интересным провести систематизацию основных сведений из курса оптики. Для краткости можно предложить подход к изложению, основанный на использовании параллелей (аналогий) между идентичными вопросами в виде сравнительных таблиц. Такие таблицы призваны не заменять существующие учебники, но дополнять их.

Основная часть. Ниже представлены таблицы 1—5, в которых собраны основные сведения из фотометрии, а также геометрической, волновой и квантовой оптики. Разумеется, что представленная классификация не претендует на полноту. Например, возможна классификация по типу объектов исследования (молекулярная оптика, кристаллооптика, оптика металлов и др.), по свойствам среды (однородность, изотропия, линейность). Оптика движущихся сред (в каком-то смысле противопоставляемая оптике покоящихся сред) считается, как правило, частью специальной теории относительности, которая может излагаться в курсе оптики [1, с. 620—674]. Вместе с тем представленная классификация может послужить основой для составления более подробных классификаций, в том числе более частных вопросов.

Что касается примеров основных явлений в таблице 2, то следует отметить, что, во-первых, существуют явления, которые могут быть объяснены в рамках разных подходов (так, например, давление света может быть объяснено в рамках как волновой, так и квантовой оптики). Кроме того, важным является вопрос об уровне объяснения (например, феноменологический или микроскопический). Все это приводит к тому, что одни и те же явления в разных учебниках могут быть отнесены к разным разделам оптики.

Т а б л и ц а 1 — Сравнительная характеристика разделов оптики по основным понятиям, моделям, принципам, законам, формулам, уравнениям, а также границам применимости

Категория	Фотометрия	Геометрическая оптика	Волновая оптика	Квантовая оптика
Основные понятия	Энергетическое и фотометрическое описание света	Фокус, фокальная плоскость, предмет, изображение	Когерентность (пространственная и временная), таутохронность, спектр разложения, дифракционная картина, интерференционная картина, волновая зона, волновой фронт, волновая поверхность	Спектр поглощения и излучения (сплошной, полосатый, линейчатый)
Основные модели	Идеально отражающая поверхность; идеально матовая поверхность	Луч	Волновой пучок; плоская монохроматическая волна; сферическая волна	Фотон (квант света), абсолютно черное (белое, серое) тело
Основные принципы	Соответствие между энергетическим и фотометрическими (световыми) величинами	Принцип Ферма [1, с. 47]	Принцип Гюйгенса—Френеля [1, с. 263]	Распространение, поглощение и излучение света не непрерывно, а отдельными порциями; гипотеза Планка—Эйнштейна о соотношении между частотой и энергией фотона
Основные законы, формулы и уравнения	Формулы, связывающие между собой различные энергетические и фотометрические величины	Законы распространения, отражения и преломления света, уравнение эйконала	Волновое уравнение, формулы Брюстера для поляризации света при отражении и преломлении, закон Био, формула для угла поворота плоскости поляризации в эффектах Фарадея и Барышевского—Любошица, закон Бугера—Ламберта для поглощения света	Формула Планка для спектральной плотности излучения абсолютно черного тела, законы Кирхгофа, Стефана—Больцмана и Вина [1, с. 700—703], 3 закона фотоэффекта, формула для угла поворота плоскости поляризации в эффекте Барышевского—Любошица [2, с. 89]
Границы применимости с точки зрения объяснения эффектов	Обычно такие же, как у геометрической оптики, в некоторых вопросах — такие же, как у волновой	$\lambda \ll d, E \gg \hbar\omega$, где λ — длина волны, d — линейные размеры препятствия, E — энергия излучения, $\hbar\omega$ — энергия отдельного фотона	$\lambda \sim d, E \gg \hbar\omega$	$E \sim \hbar\omega$

Т а б л и ц а 2 — Сравнительная характеристика разделов оптики по основным явлениям и примерам научно-технических приложений

Основные явления и примеры	Фотометрия	Геометрическая оптика	Волновая оптика	Квантовая оптика
Основные явления	Излучение, отражение и поглощение света	Отражение и преломление света, полное внутреннее отражение, нехроматические аберрации оптических систем	Дихроизм, дисперсия (нормальная и аномальная), хроматическая аберрация, интерференция (кольца Ньютона, полосы равного наклона и равной толщины), дифракция по типу препятствия (на круглом экране, на круглом отверстии, на щели) и по типу лучей — сходящиеся (Френеля) и параллельные (Фраунгофера), дифракция рентгеновских лучей в кристаллах, рассеяние света, поляризация, двойное лучепреломление (естественное, а также эффекты Керра, Коттона—Мутона и др.), естественная оптическая активность, эффект Фарадея	Тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона, давление света, разновидности люминесценции, химическое действие света, эффект Барышевского—Любошица (вращение плоскости поляризации на основе эффекта Комптона), эффекты Зеемана, Пашена—Бака, Штарка, комбинационное рассеяние света
Явления, относящиеся к релятивистским	Такое разграничение для фотометрии не характерно	Аберрация света (не путать с аберрацией оптических систем)	Эффект Доплера оптический (продольный и поперечный)	Поскольку фотоны движутся со скоростью света, то все эффекты можно отнести к ультрарелятивистским; с другой стороны, релятивистскими могут быть или не быть другие частицы, участвующие в эффектах (например, электроны), поэтому ответ неоднозначен
Примеры приборов и устройств	Фотометрический кубик Люммера	Линзы, очки, микроскоп, телескоп, зрительная труба, бинокль, зеркало, призма, плоскопараллельная пластинка	Зонная пластинка, пластинка в четверть длины волны, призма (в том числе призма Николя), дифракционная решетка (одномерная и двумерная), тонкие пленки, зеркала Френеля, бипризма Френеля, билинза Бийе, зеркало Ллойда, интерферометры, поляризаторы, поляроиды	Спектроскоп, пирометр
Примеры инженерно-технических направлений	Светотехника	Опtotехника	Просветление оптики, интерферометрия, поляриметрия, голография	Спектроскопия, пирометрия

Т а б л и ц а 3 — Сравнительная характеристика разделов оптики по основным вопросам, относящимся к математическому характеру физических величин

Основные вопросы	Фотометрия	Геометрическая оптика	Волновая оптика	Квантовая оптика
Величины с точки зрения ранга тензора	Преобладают скалярные (хотя возможно использование вспомогательных векторов)	Преобладают скалярные, кроме единичного вектора в направлении распространения волны в уравнении эйконала (хотя возможно использование вспомогательных векторов)	Волновой вектор — векторная величина, амплитуда тоже может считаться вектором (в том числе в методах расчета дифракционных картин [1, с. 267, 283]), степень поляризации света может описываться матрицами [3, с. 45; 4, с. 224]	Преобладают скалярные, хотя может использоваться и волновой вектор и матрица плотности фотона [3, с. 45]

Комплексные величины	Не получили распространения в вузовском курсе физики	Показатель преломления при наличии поглощения	Амплитуда (при наличии поглощения), мнимый показатель экспоненты при использовании экспоненциальной формы уравнения волны	Не получили распространения в вузовском курсе физики
Величины, у которых знак может быть отрицательным	Как правило, такие не используются	Оптическая сила, фокусное расстояние и радиус кривизны рассеивающей линзы	Дисперсия показателя преломления [1, с. 581], угол поворота плоскости поляризации [1, с. 574, 581; 2, с. 95]	Как правило, такие не используются

Т а б л и ц а 4 — Примеры применения операций дифференцирования и интегрирования в разделах оптики

Примеры	Фотометрия	Геометрическая оптика	Волновая оптика	Квантовая оптика
Дифференцирование	Нахождение силы света I через световой поток Φ по формуле $I = d\Phi/d\Omega$, где $d\Omega$ — элемент телесного угла [1, с. 147]	$\text{grad}\Phi = n\vec{s}$ — уравнение эйконала Φ (n — показатель преломления, $\vec{s}$ — единичный вектор нормали к фронту волны) [1, с. 44]	Вычисление дисперсии показателя преломления $dn/d\lambda$, где λ — длина волны [1, с. 537, 581]	Получение трансцендентного уравнения для постоянной в законе смещения Вина [5, с. 31]
Интегрирование	Нахождение светового потока через освещенность E по формуле $\Phi = \int E dS$, где dS — элемент площади освещенной поверхности	Нахождение оптической длины пути $L = \int_0^l n(l) dl$	Интегралы Френеля $X(s) = \int_0^s \cos(\pi s^2 / 2) ds$ и $Y(s) = \int_0^s \sin(\pi s^2 / 2) ds$ в теории дифракции [1, с. 285]	Вычисление энергетической светимости абсолютно черного тела в законе Стефана—Больцмана [5, с. 30]

Т а б л и ц а 5 — Сравнительная характеристика разделов оптики по основным вопросам, относящимся к физическим величинам и не затрагивающим их математический характер

Основные величины	Фотометрия	Геометрическая оптика	Волновая оптика	Квантовая оптика
Связанные с веществом	Коэффициенты отражения и поглощения	Показатель преломления; скорость света в веществе	Угол Брюстера, постоянная Верде в эффекте Фарадея, постоянные в эффектах Керра и Коттона—Мутона, групповая и фазовая скорости света в веществе	Работа выхода; красная граница фотоэффекта
Связанные с конкретными ситуациями (телами)	Сила света, яркость, светимость, освещенность, световой поток, экспозиция, альбедо	Угол падения, угол отражения, угол преломления, оптическая сила линзы, фокусное расстояние и радиус кривизны линзы, единичный вектор в направлении распространения волны (в уравнении эйконала)	Длина волны, частота волны, амплитуда волны, волновой вектор, оптическая длина пути, разрешающая способность, линейная и угловая дисперсия, степень поляризации света	Частота света, энергетическая светимость, испускательная и поглощательная способность [5, с. 12, 13]
Фундаментальные константы и их комбинации	Не используются	Скорость света в вакууме	Скорость света в вакууме	Скорость света в вакууме, постоянные Планка, Вина и Стефана—Больцмана
Величины, единицы измерения которых относятся к основным в СИ	Сила света (кандела — основная единица в СИ)	Нет примеров	Нет примеров	Нет примеров

Заключение. Предложенные таблицы могут быть использованы как опорные конспекты при подготовке к экзамену по разделу «оптика» (в курсе общей физики для физических специальностей) или по дисциплине «физика» (для нефизических специальностей). Можно также предлагать учащимся составление подобных таблиц в виде творческих заданий.

Список цитируемых источников

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. — М. : Наука, 1980. — Т. 4 : Оптика. — 752 с.
2. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. — М. : Энергоатомиздат, 1995. — 320 с.
3. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в 10 т. / Л. Д. Ландау ; 2-е изд., перераб. — М. : Наука, 1980. — Т. IV : Квантовая электродинамика. — 704 с.
4. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др.]. — М. : Большая рос. энцикл., 1992. — Т. 3 : Магнитноплазменный — Пойнтинга теорема. — 672 с.
5. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов : в 3 т. / И. В. Савельев. — М. : Наука, 1987. — Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 320 с.

УДК 372.853+537.2

А. И. Серый, З. Н. Серая, Н. В. Силаев

Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест, Республика Беларусь

О ПОПРАВКАХ К ЗАКОНУ КУЛОНА В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Введение. Раздел «Электричество и магнетизм» является неотъемлемой составляющей школьного и вузовского курсов физики. При этом одним из фундаментальных законов, изучаемых в рамках данного раздела, является закон Кулона. Несмотря на то, что после его открытия прошло уже более 200 лет, вокруг различных вариантов его формулировки в учебной литературы до сих пор то и дело возникают дискуссии методического характера [1, с. 194—196]. Кроме того, на малых расстояниях возникает необходимость модифицировать этот закон [2, с. 555—557, 635], но вычисление соответствующих поправок в рамках классической электродинамики уже невозможно. Более того, для адронов с электрическим зарядом вычисление таких поправок невозможно даже в рамках квантовой электродинамики [2, с. 556].

В силу сказанного выше представляется интересным провести систематизацию сведений, связанных с законом Кулона. Для краткости можно предложить подход к изложению, основанный на использовании параллелей (аналогий) между идентичными вопросами в виде сравнительных таблиц и Р-схем [3]. Такие таблицы и Р-схемы не призваны заменить существующие учебники (тем более, что учебник [2] в вузовском курсе физики на I ступени обучения, как правило, не используется, особенно на нефизических специальностях), но призваны дополнять их.

Основная часть. Формулировка закона Кулона, применимая не только в макромире, но и в микромире (прежде всего при построении волновых уравнений), может быть записана не для силы, а для энергии. В [1, с. 195] был предложен следующий вариант:

Энергия взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами в вакууме прямо пропорциональна величине этих зарядов и обратно пропорциональна расстоянию между ними. При этом указанное расстояние не может быть меньше классического радиуса электрона.

По отношению к данной формулировке можно сделать замечания (таблица 1).

С учетом перечисленных замечаний улучшенный (по сравнению с [1, с. 195]) вариант формулировки может быть следующим.

Энергия взаимодействия в вакууме между двумя точечными заряженными частицами, которые не являются тождественными фермионами с сонаправленными спинами, при стремлении скорости их относительного движения к нулю прямо пропорциональна величине этих зарядов и обратно пропорциональна расстоянию между ними. При этом указанное расстояние не может быть меньше комптоновской длины волны электрона.

Вместе с тем при рассмотрении дополнительных поправок к закону Кулона, вычисляемых в рамках квантовой электродинамики, указанный закон можно сформулировать также для потенциала, создаваемого отдельным точечным зарядом.

Потенциал электростатического поля, создаваемого неподвижным точечным зарядом в некоторой точке, прямо пропорционален величине этого заряда и обратно пропорционален расстоянию между этим зарядом и указанной точкой. При этом указанное расстояние не может быть меньше комптоновской длины волны электрона.