

Согласно теоретическому уравнению прогноза, в 2018 году ожидается 290 454 студентов в высших учебных заведениях. Исходя из интервала прогнозирования, в 2018 году в высших учебных заведениях ожидается численность студентов не менее 369 016,4 и не более 375 043,5, при этом предельная ошибка прогноза составляет 16 513,5 человека [1].

Аналогичные расчёты проведены для прогнозирования потока абитуриентов в учреждения среднего специального образования.

С помощью теоретического уравнения прогноза можно сделать вывод, что число учащихся в учреждениях среднего специального образования в 2018 году ожидается 106 806,705 человека. Однако исходя из интервала прогнозирования, в 2018 году численность учащихся ожидается не менее 123 735,1 и не более 161 704,9, при этом предельная ошибка прогноза составляет 18 984,9 человека.

**Заключение.** С помощью метода математической экстраполяции возможно прогнозирование общего потока абитуриентов в учреждения высшего и среднего специального образования с учётом различных факторов. Как показывает практика, данный метод широко применим и надёжен.

УДК 53.088

**В. М. Кваченко**

*Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи*

## **О СТАТИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ СРЕДНЕЙ АБСОЛЮТНОЙ ОШИБКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

**Введение.** Любой физический объект изучения характеризуется набором физических величин, отражающих его свойства. Измерить какую-либо физическую величину — значит сравнить ее с величиной, принятой за эталон. Все измерения делятся на прямые и косвенные. Прямые измерения — это непосредственные измерения, производимые с помощью приборов. Косвенные измерения — расчет по формулам, в которые входят непосредственно измеренные величины и табличные значения. Измеряя какую-либо физическую величину, мы не рассчитываем получить ее истинные значения, поэтому необходимо указать, насколько результат близок к истинному значению, т. е. указать точность измерения. Для этого вместе с полученным результатом указывается приближенная ошибка измерения [1]. Пример: фокусное расстояние линзы  $f = (256 \pm 2)$  мм. Это означает, что фокусное расстояние лежит в пределах от 254 до 258 мм (имеется некоторая вероятность, что лежит в данном интервале).

**Основная часть.** Физика — наука опытная, это означает, что началом и концом каждого физического исследования является опыт. Опыт является одним из средств научного познания мира. Проведенный в лабораторных условиях опыт носит название эксперимента. Проводя опыт, экспериментатор измеряет ряд физических величин, знание которых позволяет ему судить о характере данного физического явления.

Важно не только умение производить экспериментальные измерения, но и умение математически обработать результаты измерений. Без этого ценность любых измерений равна нулю.

Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно, поэтому результат измерения в той или иной мере отклоняется от истинного значения измеряемой величины. Разница между результатом измерения и истинным значением измеряемой величины называется абсолютной погрешностью измерения. Она определяется формулой  $\Delta x_i = x_i - X$ , где  $X$  — истинное значение измеряемой величины;  $x_i$  — результат  $i$ -го измерения;  $\Delta x_i$  — абсолютная погрешность  $i$ -го измерения.

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины.

Наряду с абсолютной погрешностью ( $\Delta x$ ) используется относительная погрешность ( $\eta$ ), равная отношению абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины:

$$\eta_i = \frac{\Delta x_i}{X}.$$

Относительная погрешность может быть выражена в процентах.

Среднее арифметическое будет наиболее близким к истинному значению измеряемой величины. Затем находят отклонение от среднего значения. Величина  $\Delta x_i$  представляет собой абсолютную погрешность  $i$ -го измерения. Результат измерения величины  $x$  представляется с указанием размерности величин  $\langle x \rangle$  и  $\Delta x$  в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x_{cp}.$$

В некоторых случаях оценки средней арифметической ошибки измерений недостаточно. Пользуясь методами теории вероятностей, помимо средней находят среднюю квадратичную и наиболее вероятную ошибки. Средняя квадратичная погрешность определяется формулой

$$\Delta x_{\text{кв}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}},$$

где  $n$  — количество измерений;  $t$  — коэффициент Стьюдента, зависящий от  $n$  и задаваемого коэффициента надежности  $\alpha$  [2].

Коэффициенты Стьюдента — числовые характеристики, широко используемые в задачах математической статистики, таких как построение доверительных интервалов и проверка статистических гипотез.

Для оценки истинности данных эксперимента следует рассмотреть возможные причины ошибок и степень их влияния на измеряемую величину: приборные, систематические, случайные ошибки.

В 1908 году английский математик и химик Госсет опубликовал материал о возможных причинах ошибок и степени их влияния на измерения под псевдонимом Student (студент), откуда пошел хорошо известный термин «коэффициент Стьюдента». Коэффициенты Стьюдента получены на основе обсчета данных для разных степеней свободы и уровней надежности и сведены в специальные таблицы (таблица 1).

Т а б л и ц а 1 — Таблица коэффициентов Стьюдента

Число измерений	Надежность $\alpha$							
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	62,7	53,7
3	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	0,91	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	0,9	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,89	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8

В случае, когда справедливо нормальное распределение, алгоритм обработки заключается в нахождении среднего значения  $x$  в серии из  $N$  измерений, определении среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  результатов от среднего, расчете среднеквадратичного отклонения средних значений, выборе доверительной вероятности  $\alpha$  и записи окончательного результата  $X = \langle x \rangle \pm t_{\alpha, N} \sigma_x$ , где  $t_{\alpha, N}$  — коэффициент Стьюдента.

Например, запись  $X = \langle x \rangle \pm \sigma_x$  означает, что если многократно повторять аналогичную серию измерений, то примерно в 70 случаях из 100 среднее значение  $x$  попадает в интервал  $[\langle x \rangle - \sigma_{\langle x \rangle}, \langle x \rangle + \sigma_{\langle x \rangle}]$ . В 95 случаях из 100 интервал возможных значений удвоится. На вопрос, сколько раз из 100 мы получим такое же значение  $\langle x \rangle$ , как и в первый раз ответ: ни одного. Таким образом, измеряя любую физическую величину, мы стремимся получить целый числовой интервал, в котором прогнозируется среднее значение с наперед заданной вероятностью.

В большинстве случаев случайные ошибки подчиняются нормальному закону распределения, установленного Гауссом. Нормальный закон распределения ошибок выражается формулой

$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}$ , где  $\Delta x$  — отклонение от величины истинного значения;  $\sigma$  — истинная среднеквадратичная ошибка;  $\sigma^2$  — дисперсия, величина которой характеризует разброс случайных величин.

При  $n \rightarrow \infty$   $S$  (среднеквадратичная ошибка среднего арифметического) стремится к постоянному пределу  $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S$ . С увеличением  $\sigma$  увеличивается разброс отсчетов, т. е. становится ниже точность изме-

рений. Среднеквадратичная ошибка среднего арифметического — величина  $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - x_i)^2}{n(n-1)}}$ . Это выра-

жает закон возрастания точности при росте числа измерений [3].

**Заключение.** В экспериментальной физике значения физических величин не связаны с каким-то конкретным числом, а характеризуются доверительными интервалами около среднего значения, определенного в серии измерений, что приводит в свою очередь к необходимости в понятиях равенства и неравенства численных значений физических величин. Определение коэффициента Стьюдента при статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума позволит максимально отразить достоверность результатов экспериментов [1].

## Список цитируемых источников

1. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума / В. И. Голубев [и др.]. — Н. Новгород : НГПИ, 1991. — 30 с.
2. Лабораторный практикум по физике : учеб. пособие для студентов вузов / А. С. Ахматов [и др.] ; под ред. А. С. Ахматова. — М. : Высш. шк., 1980. — 360 с.
3. Методические указания по подготовке, выполнению и оформлению лабораторных работ в физическом практикуме по курсу общей физики / А. С. Богатин [и др.] ; под ред. Л. М. Моностырского. — Ростов н/Д : РГУ, 2006. — 10 с.

УДК 519.1

А. С. Кецко, Е. А. Богусевич, Ю. П. Нерода

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

## ПРОИЗВОДНАЯ В РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ НАУКИ И ТЕХНИКИ

**Введение.** Дифференциальное исчисление — это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники. Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной. В геометрии производная характеризует крутизну графика, в механике — скорость неравномерного прямолинейного движения, в биологии — скорость размножения колонии микроорганизмов, в экономике — отзывчивость производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в химии — скорость химической реакции [1].

При изучении любой темы у студентов возникает вопрос «Зачем нам это надо?». Если ответ удовлетворит любопытство, то можно говорить об их заинтересованности. Ответ для темы «Производная» можно получить, зная, где используются производные функций.

**Основная часть.** Перечислим некоторые дисциплины (их разделы), в которых применяются производные, а также приведем несколько примеров решения задач с использованием производной для студентов сельскохозяйственного профиля.

*Производная в физике, электротехнике.*

Скорость как производная пути по времени:  $v = \frac{dS}{dt}$ ; ускорение как производная скорости по времени:  $a = \frac{dv}{dt}$ ; скорость распада радиоактивных элементов за время  $dt$  пропорциональна числу атомов в образце:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ ; мгновенное значение силы переменного тока как производная заряда по времени:  $I = \frac{dq}{dt}$ ; мгновенное значение ЭДС электромагнитной индукции как производная магнитного потока по времени:  $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$ ; мгновенное значение мощности как скорость произведения работы данной силой:  $P = \frac{dA}{dt}$ ; удельная теплоемкость тела как производная от количества теплоты по температуре в каком-либо термодинамическом процессе:  $C = \frac{dQ}{dT}$ .

*Производная в химии.*

Химический смысл производной: средней скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагента или продукта в единицу времени:  $v(t) = \frac{dC}{dt}$ .

*Производная в биологии.*

Биологический смысл производной: скорость изменения численности популяции есть производная от численности популяции по времени:  $P = \frac{dx}{dt}$ .

*Производная в географии.*

Производная помогает рассчитать некоторые значения в сейсмографии; особенности электромагнитного поля земли; радиоактивность ядерно-геофизических показателей; многие значения в экономической географии; вывести формулу для вычисления численности населения на территории в момент времени  $t$  [2].

*Производная в экономике.*

Производная в экономике решает важные вопросы: в каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении таможенных пошлин; увеличится или уменьшится выручка фирмы при увеличении цены на её продукцию.