

нагрузки для иностранных студентов по дисциплинам государственного компонента на час в неделю, посещение которых обязательно, значительно повысит их успеваемость.

**Заключение.** При обучении туркменских студентов высшей математике возникает множество проблем: низкий уровень знаний русского языка, знания математической терминологии на русском языке, несовпадение в математической символике, низкий уровень знаний школьной программы, что влечёт за собой сложности иностранных студентов в усвоении материала и, как следствие, их не достаточно высокую успеваемость. Но указанные проблемы могут быть разрешены в результате организации и установления обязательного подготовительного этапа и увеличения учебной нагрузки иностранных студентов по дисциплинам государственного компонента путём изменения учебных планов для иностранных студентов.

#### Список цитируемых источников

1. Количество студентов в вузах Беларуси сократилось в 1,6 раза за последние 8 лет [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://adukar.by/news/kolichestvo-studentov-v-vuzah-belarusi-sokratilos>. — Дата доступа: 30.04.2019.
2. Учёт особенностей туркменской культуры и языка обучения РКИ студентов из Туркменистана [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://eir.nuos.edu.ua/xmlui/bitstream/handle/123456789/1505/Makeeva.pdf?sequence=1>. — Дата доступа: 21.04.2019.

УДК 519-7

Ю. Ф. Мирошникова, М. И. Козел, А. В. Михеев

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЭКОНОМИКЕ И ФИЗИКЕ

**Введение.** Математический анализ — один из самых больших и важных разделов высшей математики. А такое понятие, как «определённый интеграл», является одним из основных понятий этого раздела. Определённый интеграл — это мощное средство исследования в математике. С его помощью в математике вычисляют длины дуг кривой, площади плоских фигур и поверхностей вращения, объёмы тел вращения. Но этим практическое применение определённого интеграла не исчерпано. Он имеет широкое применение в физике и экономике.

**Основная часть.** Интегральное исчисление даёт возможность моделировать и исследовать процессы, происходящие в экономике. Определённый интеграл используют для нахождения экономических функций по известным предельным величинам, определения потребительского излишка, объёма выпуска продукции, экономической эффективности капитальных вложений, среднего времени изготовления изделия, для прогнозирования материальных затрат и др.

В микроэкономике довольно часто, интегрируя заданные предельных величины находят экономические функции. Например, при заданной функции предельных издержек, т. е. издержек на производство дополнительной выпускаемой единицы продукции, интегрируем и получаем функцию издержек. А вычислив определённый интеграл от функции предельных издержек в промежутке от 0 до  $n$ , получаем издержки в случае производства  $n$  единиц товара.

Если мы имеем функцию  $z = f(t)$ , которая показывает изменение производительности некоторого производства с течением времени, то проинтегрировав её на промежутке  $[0, T]$ , получим объём продукции, произведённой за время  $T$ . Интегрируя производственную функцию Кобба—Дугласа  $q(t) = (at + B)e^{nt}$ , получаем объём продукции за время  $t$   $Q = \int_0^t (at + B)e^{nt} dt$ .

Определённый интеграл позволяет вычислить среднее время, затраченное на изготовление одного изделия в период их освоения от  $x_1$  до  $x_2$ , при заданной функции изменения затрат времени  $t$  на их изготовление  $t = t(x)$ :  $t_{cp} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} t(x) dx$ .

При определения экономической эффективности капиталовложений с помощью интегрирования получают дисконтированный доход.  $K = \int_0^T f(t)e^{-pt} dt$ , если поступающий ежегодно доход описывается функцией  $f(t)$  при удельной норме процента  $p$  в промежуток времени  $[0, T]$ .

Такие показатели, как спрос и предложения, также можно исследовать с помощью определённого интеграла. Рассматривая кривые спроса и предложения, заданные, соответственно, функциями  $p = f(Q)$

и  $p = \varphi(Q)$ , интегрируя их, получаем общие затраты потребителей за товар в количестве  $Q_0$   $\int_0^{Q_0} f(Q)dQ$  и общий доход потребителя  $\int_0^{Q_0} \varphi(Q)dQ$ .

В физике довольно часто, интегрируя заданные предельных величин, находят физические функции.

Если мы имеем функцию кривой  $z = p(s)$ , расстояние  $y$  от оси  $O_x$ , расстояние  $x$  от оси  $O_y$  и длину кривой  $L$ . Интегрируя данную функцию по дуге  $s$ , получим статический момент кривой  $M_{Ox} = \int_0^s yp(s)ds$ ,  $M_{Oy} = \int_0^s xp(s)ds$  и центр тяжести кривой  $y_c = \frac{\int_0^s yp(s)ds}{L}$ ,  $x_c = \frac{\int_0^s xds}{L}$ .

Рассмотрим плоскую фигуру, ограниченную сверху кривой, которая задана уравнением  $y = f(x)$ ,  $a$  и  $b$  — координаты на оси  $O_x$  этой плоской фигуры. Выберем произвольный элемент фигуры в виде бесконечно узкой вертикальной полоски  $dx$ . Имея расстояние от оси  $O_x$ , равное  $\frac{1}{2}y$ , расстояние от оси  $O_y$ , равное  $x + \frac{1}{2}dx$ , и площадь фигуры  $S$ , с помощью определённого интеграла можем получить формулы статического момента плоской фигуры  $M_{Ox} = \frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx$ ,  $M_{Oy} = \int_a^b xy dx$  и центр тяжести плоской фигуры  $y_c = \frac{1}{2S} \int_a^b y^2 dx$ ,  $x_c = \frac{1}{S} \int_a^b xy dx$ .

Механическую работу точки по некоторой кривой можно найти с помощью определённого интеграла, зная силу  $F$ , начальное положение точки  $s = s_0$ , конечное положение  $s = S$  и угол между силой и перемещением  $\cos(F, s)$ , по формуле  $A = \int_{s_0}^S F \cos(F, s) ds$ .

С помощью определённого интеграла можно найти давление жидкости на вертикальную пластинку. В жидкость погружена вертикальная пластина, ограниченная линиями  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y_1 = f_1(x)$ ,  $y_2 = f_2(x)$ . Зная  $\gamma$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения, найдём по формуле  $P = g\gamma \int_a^b (y_2 - y_1)x dx$ .

**Заключение.** Использование определённого интеграла облегчает вычисления, делает их более точными. Многие показатели в экономике можно также выразить через определённый интеграл. Он широко используется в финансовой сфере, в предпринимательстве, в банковском деле и других областях экономики.

А. Л. Полох, Г. В. Качкар

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

## ПРИМЕНЕНИЕ МИКРОКОНТРОЛЛЕРОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

**Введение.** Микроконтроллером (далее — МК) называют однокристалльный компьютер с интегрированным на одной микросхеме минимальным набором внешних устройств ввода-вывода. Современные МК уступают персональным компьютерам по параметрам быстродействия и объёму доступной памяти, но превосходят их по ряду других параметров функциональности. Они имеют размеры порядка 1 см, стоимость от 1 до 10 р., энергопотребление на уровне единиц мА или даже мкА и несколько десятков программируемых сигнальных каналов, которые могут использоваться для связи с внешними устройствами и управления ими. Существует несколько разных семейств МК, которые значительно различаются по основным параметрам и предназначены для решения разных классов задач.

Наиболее мощные и производительные МК по своим параметрам приближаются к процессорам персональных компьютеров и используются в различных мобильных устройствах и системах связи. В то же время существуют сверхэкономичные МК (микрочипы) с собственным потреблением менее 1 мкА, которые могут несколько десятилетий работать от одной «пуговичной» батарейки или даже от энергии принимаемых антенной радиоволн и других внешних воздействий.

Мы считаем, что для учебных целей на начальном этапе наилучшим образом подходят 8-разрядные МК Atmel AVR семейства ATmega. Они относительно простые по устройству и системе команд, очень надёжные и нетребовательные к условиям работы, имеют достаточно большой набор внешних сигнальных каналов (портов), производительность от 16 до 50 миллионов арифметических операций в секунду, встроенную память программ от 8 до 256 кБ, оперативную память (SRAM) от 1 до 64 кБ, что позволяет