**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Фомин, Г.С. Коррозия и защита от коррозии: энциклопедия международных стандартов / Г.С. Фомин. – М.: Изд-во стандартов, 1994. – 443 с.
2. Единая система защиты от коррозии и старения. Алюминий, магний и их сплавы. Методы ускоренных коррозионных испытаний: ГОСТ 9.913-90.
3. Vargel, C. Corrosion of aluminium / C. Vargel. – Amsterdam Elsevier, 2004. – 626 p.
4. Ghali, E. Corrosion Resistance of Aluminum and Magnesium Alloys: Understanding, Performance, and Testing (Wiley Series in Corrosion) / E. Ghali. – London: Wiley, 2010. – 719 p.
5. Строкач, П.П. Оценка коррозионной стойкости алюминий содержащих сплавов в пирофосфатных электролитах / П.П. Строкач, Т.Н. Воробьева, Н.П. Яловая, С.В. Басов, А.П. Головач // Создание новых и совершенствование действующих технологий и оборудования нанесения гальванических и их замещающих покрытий: сборник материалов республ. науч.-техн. семинара, Минск, 6-7 декабря 2011 г. / БГТУ. – Минск, 2011. – С. 98–101.


*Материал поступил в редакцию 20.12.12*


**STROKACH P.P., JALOVAJA N.P., BASOV S.V., HALETSKY V.A., GOLOVACH A.P. Corrosion firmness aluminum of containing alloys at full and variable immersing in the purophosphate electrolyte**

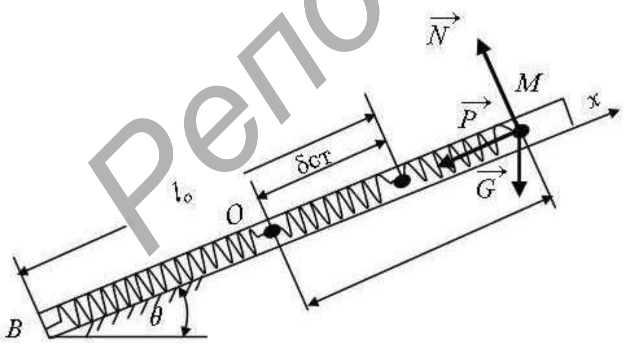
Results of researches of corrosion firmness aluminum of containing alloys in purophosphate electrolyte in the presence of ultradisperse particles оксида silicon $SiO_2$ and without it have shown that in purophosphate electrolyte at full and variable immersing aluminum the containing alloys show rather high corrosion activity. Speed of destruction of alloy AMG a little above, than alloy CAM. Ultradisperse particles оксида silicon $SiO_2$ have some stabilizing influence on corrosion firmness aluminum of containing alloys in purophosphate electrolyte.


УДК 531

***Русан С.І.***

# АДНОСНЫЯ СВАБОДНЫЯ ВАГАННІ ПУНКТА Ў ВЫПАДКУ ВЯРЧАЛЬНАГА ПЕРАНОСНАГА РУХУ

**Агульныя звесткі.** У артыкуле разглядаюцца адносныя свабодныя (пры адсутнасці трэння) ваганні пункта ў выпадку, калі адносная прамалінейная траекторыя ваганняў змешчана ў адной плоскасці з вертыкальнай воссю пераноснага вярчэння. Работа выконваецца ў рамках вучэбнага працэсу па тэме "Дынаміка адноснага руху пункта" з мэтай удасканалення аналізу ваганняў пункта. У вучэбна-метадычнай літаратуры ([1–3] і інш.) адносныя ваганні пункта пры вывучэнні дынамікі адноснага руху не вылучаюцца ў асобнае пытанне, у выніку чаго спецыфічныя уласцівасці гэтага руху застаюцца не заўважанымі. Зусім не абмяркоўваюцца тыповыя характарыстыкі адносных ваганняў (амплітуда, частата, перыяд, фаза), як гэта прынята пры вывучэнні абсалютных ваганняў пункта. Адзначаная акалічнасць уяўляе значныя цяжкасці пры аналізе адноснага вагальнага руху. Ніжэй паказана магчымасць даследавання адносных ваганняў пункта паводле звычайнай схемы вывучэння абсалютных ваганняў. Гэта дазваляе прааналізаваць уплыў вуглавой скорасці пераноснага вярчэння на параметры адносных ваганняў.




$P$, $N$, $G$ – сілы, прыкладзеныя да пункта $M$; $l_o$ – даўжыня недэфармаванай спружыны; $\delta_{CT}$ – статычная дэфармацыя спружыны

***Рыс. 1.*** Мадэль абсалютных ваганняў

**Абсалютныя свабодныя ваганні.** Для наступнага параўнальнага аналізу адносных ваганняў спынімся спачатку коратка на абсалютных ваганнях, апісаных, у прыватнасці, у падручніках [1–3]. Нагадаем, што абсалютныя ваганні даследуюцца ў абсалютнай (нерухомай) сістэме каардынат. Іх мадэль прадстаўлена на рысунку 1. Шарык $M$ масы $m$, што прымацаваны да свабоднага канца спружыны жорсткасці $c$, рухаецца ў нахіленай гладкай трубцы. Першапачатковая даўжыня спружыны роўна $l_o$; яе статычная дэфармацыя вылічваецца па формуле $\delta_{CT} = G\sin\theta/c$, дзе $G = mg$ – сіла цяжару шарыка. Пункт $O$ называецца *цэнтрам свабодных ваганняў*; максімальныя адхіленні пункта $M$ (амплітуды) ад гэтага цэнтра пад час ваганняў аднолькавы. Момант часу $t_o$, з якога пачынаецца рух пункта, і адпаведныя яму каардыната $x_o$ і скорасць $v_o$ называюцца *пачатковымі ўмовамі руху*. Пры вывадзе дыферэнцыяльнага ўраўнення ваганняў за пачатак адліку каардынаты $x$ прымаецца цэнтр ваганняў $O$. Вывад дыферэнцыяльнага ўраўнення і яго рашэнне выконваюцца паводле методыкі рашэння другой задачы дынамікі пункта. На шарык $M$ дзейнічаюць: сіла цяжару $G$; аднаўляльная сіла (інакш – рэакцыя спружыны) $P = cx$, нармальная рэакцыя спружыны $N$. Дыферэнцыяльнае ўраўненне абсалютных ваганняў прыводзіцца да выгляду:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0\,, \qquad (1)$$

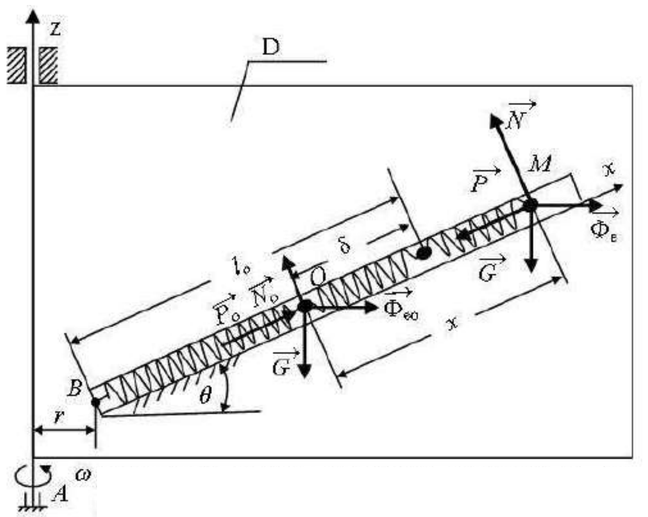
дзе $k = \sqrt{c/m}$ – цыклічная частата ваганняў. Для зручнасці аналізу руху рашэнне ўраўнення (1) прадстаўляюць у амплітуднай форме:

$$x = A\sin\left(kt + \alpha\right). \qquad (2)$$

Тут $A$ – амплітуда ваганняў, $\varphi = kt + \alpha$ – іх фаза, $\alpha$ – пачатковая фаза. Перыяд ваганняў вызначаецца па формуле: $T = 2\pi/k$; $\pi = 3{,}14\ldots$.

**Дыферэнцыяльнае ўраўненне адносных ваганняў і яго рашэнне.** Калі вагальную сістэму, што паказана на рысунку 1, замацаваць на пласціне $D$, якая верціцца вакол вертыкальнай восі $Az$ (рыс. 2), то пункт $M$ будзе выконваць складаны рух: адносны ў плоскасці пласціны $D$ і пераносны разам з пласцінай вакол восі $Az$. Абсалютнае паскарэнне пункта $M$ вызначаецца па формуле: $\vec{a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c}$, дзе $a_r$, $a_e$, $a_c$ – адпаведна адноснае, пераносная і карыолісава паскарэнні. Цяпер на пункт $M$ дзейнічаюць акрамя сілы цяжару $G$ і рэакцыі спружыны $P$, пераносная $\Phi_e$ і карыолісава $\Phi_c$ сілы інерцыі. На рысунку 2 вектар сілы $\Phi_c$ перпендыкулярны да плоскасці пласціны $D$ і таму не паказаны. Дэфармацыю спружыны пад дзеяннем сіл $G$ і $\Phi_e$ абазначым праз $\delta$ (сіла $\Phi_c$ на яе велічыню не ўплывае). Палажэнне $O$ шарыка на канцы дэфармаванай спружыны будзем называць *палажэннем адноснай раўнавагі*. Пачатак восі каардынат сумяшчаем з пунктам $O$. Асноўнае ўраўненне дынамікі адноснага руху пункта запісваецца ў выглядзе:

$$m\vec{a}_r = \sum \vec{F}_i + \vec{\Phi}_e + \vec{\Phi}_c . \quad (3)$$




$P_o$, $N_o$, $G$, $\Phi_{eo}$ і $P$, $N$, $G$, $\Phi_e$ – сілы, прыкладзеныя да п. $M$, адпаведна ў становішчы раўнавагі і ў адвольным становішчы; $l_o$ – даўжыня недэфармаванай спружыны; $\delta$ – дэфармацыя спружыны

***Рыс. 2.*** Мадэль адносных ваганняў

Знойдзем дэфармацыю спружыны $\delta$. У становішчы адноснай раўнавагі шарыка паскарэнне $a_r$ роўна нулю. Тады замест (3) для становішча $O$ атрымліваем:

$\sum \vec{F}_{io} + \vec{\Phi}_{eo} + \vec{\Phi}_{co} = 0$. Знаходзім праекцыю апошняй роўнасці на вось $Ox$:

$$P_o - G\sin\theta + \Phi_{eo}\cos\theta + 0 = 0 . \quad (4)$$

Тут $P_o = c\delta$, $\Phi_{co} = ma_{eo} = m\omega^2 + \left[r + (l_0 - \delta)\cos\theta\right]$. Падстаўляем выражэнні сіл $P_o$, $\Phi_{eo}$ у (4), адкуль атрымліваем:

$$\delta = \left[mg\sin\theta - m\omega^2\left(r + l_0\cos\theta\right)\cos\theta\right] \big/ \left(c - m\omega^2\cos^2\theta\right) . (5)$$

Пры $\omega = 0$ дэфармацыя спружыны пераходзіць у прыведзенае вышэй $\delta_{CT}$.

Далей будзем лічыць, што ўраўненне (3) запісана для пункта $M$ у адвольным становішчы, вызначаемым каардынатай $x$ (рыс. 2). Тады яго праекцыя на вось $Ox$ прыме выгляд:

$$m\ddot{x} = \Phi_e\cos\theta - G\sin\theta - P , \quad (6)$$

дзе
$$\Phi_e = m\omega^2\left[r + \left(l_o - \delta + x\right)\cos\theta\right] = = m\omega^2\left[r + \left(l_o - \delta\right)\cos\theta + x\cos\theta\right] = \Phi_{eo} + m\omega^2 x\cos\theta ,$$

$P = c\left(x - \delta\right) = cx - P_o$. Падстаўляем гэтыя значэнні $\Phi_e$ і $P$ у (6); знаходзім:

$m\ddot{x} = m\omega^2 x\cos^2\theta - cx + P_o - G\sin\theta + \Phi_{eo}\cos\theta$. Калі тут улічыць роўнасць (4), то атрымаем наступнае дыферэнцыяльнае ўраўненне адносных свабодных ваганняў пункта:

$$\ddot{x} + \left(\frac{c}{m} - \omega^2\cos^2\theta\right)x = 0 . \quad (7)$$

**Параўнальны аналіз адносных і абсалютных ваганняў.** Дыферэнцыяльнае ўраўненне (7) па аналогіі з ураўненнем (1) можна запісаць у выглядзе: $\ddot{x} = k_r^2 x = 0$, дзе

$$k_r^2 = c/m - \omega^2\cos^2\theta . \quad (8)$$

Велічыню $k_r$, якая мае той жа механічны сэнс, што і велічыня $k$ ва ўраўненні (1), будзем называць *цыклічнай частатой адносных ваганняў пункта*. Як відаць з формулы (8), *пераносны рух прыводзіць да паніжэння частаты ваганняў пункта*. Пры гэтым залежнасць паміж велічынямі $k_r^2$ і $\omega^2$ носіць лінейны характар. З формулы (8) можна таксама заўважыць, што ў выпадку, калі вось $Ox$ паралельна да восі вярчэння $Az\left(\theta = \pi/2\right)$, пераносны рух не ўплывае на частату адносных ваганняў – у гэтым выпадку яны не адрозніваюцца ад абсалютных.

Рашэнне ўраўнення (7) будуецца, як і ўраўнення (1). У амплітуднай форме яно мае выгляд, аналагічны (2):

$$x = A_r\sin\left(k_r t + \alpha_r\right) , \quad (9)$$

дзе $A_r$, $\alpha_r$ – адпаведна амплітуда і пачатковая фаза адносных ваганняў. Пастаянныя $A_r$ і $\alpha_r$ вызначаюцца з пачатковых умоў адноснага руху: пры $t = 0$, $x = x_o$, $\upsilon_x = \dot{x} = \upsilon_o$ (тут $x_o$ і $\upsilon_o$ – адносныя пачатковыя каардыната і скорасць пункта). Канчаткова знаходзім:

$$A_r = \sqrt{x_o^2 + \left(\upsilon_o/k_r\right)^2} , \quad tg\alpha_r = x_o k_r/\upsilon_o . \quad (10)$$

Як відаць з формул (10), пераносны рух пры $\upsilon_o \neq 0$ прыводзіць да павелічэння амплітуды ваганняў і змяншэння іх пачатковай фазы.

**Аб межах прымянімасці формул (8)–(10).** У мадэлі адносных ваганняў (рыс. 2) дэфармацыя рэальнага пругкага элемента, у прыватнасці, спружыны, абмежавана – недапускаюцца судакрананні асобных яе віткоў, парушэнне залежнасці $P = cx$. Гэтыя абставіны, у сваю чаргу, накладваюць абмежаванні на значэнні вуглавой скорасці пераноснага вярчэння.

Абазначым гранічнае значэнне адноснай дэфармацыі спружыны, пры якім яна захоўвае свае функцыянальныя уласцівасці, праз $|\lambda|$, а адпаведнае значэнне абсалютнай дэфармацыі – праз $|\delta|$. Знойдзем гранічнае значэнне вуглавой скорасці $\omega$. Паколькі $|\lambda| \geq |\delta|/l_o$, то $|\delta| = |\lambda| l_o$. Тады паводле формулы (5) $|\lambda| l_o \geq \left[mg\sin\theta - m\omega^2\left(r + l_o\cos\theta\right)\cos\theta\right] / \left(c - m\omega^2\cos^2\theta\right)$.

Адсюль знаходзім

$$\omega^2 \leq \left[cl_o|\lambda| / m - g\sin\theta\right] / \\ / \left[l_o|\lambda|\cos^2\theta - \left(r + l_o\cos\theta\right)\cos\theta\right]. \quad (11)$$

Формулы (8)–(10) справядлівы пры значэннях $\omega$, абмежаваных выразам (11).

**Заключэнне.** У рабоце паказана, што адносныя свабодныя ваганні пункта можна вывучаць з дапамогай методыкі даследавання адпаведных абсалютных ваганняў. Атрыманы формулы, якія ўстанаўліваюць залежнасць кінематычных характарыстык адносных ваганняў ад вуглавой скорасці пераноснага руху. Паказана, што у разгледжаным прыватным выпадку карыолісава сіла інерцыі не ўплывае на характар адносных ваганняў.

**СПІС ВЫКАРЫСТАНЫХ КРЫНІЦ**

1. Бутенин, Н.В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1971. – Т. 2 – 462 с.
2. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики / А.А. Яблонский. – М.: Высш. шк., 1971. – Ч. II – 487 с.
3. Хвясько, Г.М. Курс тэарэтычнай механікі / Г.М. Хвясько. – Мінск: БДТУ, 2000. – 353 с.


*Материал поступил в редакцию 27.01.12*


**RUSAN S.I. Relative free fluctuations of a point in case of rotary portable movement**

Abstract the possibility of studying relative of free oscillations on the same methodology as the absolute fluctuations. The formulas, establishing the dependence of the kinematic characteristics relative variations of the angular velocity of the portable rotation.