МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БАРАНОВИЧСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Инженерный факультет

ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ: ИННОВАЦИИ И КАЧЕСТВО

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

23—24 ноября 2007 г.
г. Барановичи
Республика Беларусь

Барановичи
РИО БарГУ
2007

УДК 621(063)
ББК 30я73
Т38

Р е ц е н з е н т ы:

В. М. Анищик, доктор физико-математических наук, профессор
(учреждение образования «Белорусский государственный университет»)
В. М. Благодарный, доктор технических наук, профессор,
(учреждение образования «Барановичский государственный университет»)
В. С. Хреновский,
(директор Барановичского завода станкопринадлежностей)

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я:
В. И. Кочурко (главный редактор), А. В. Акулов, И. А. Богданович, Ю. К. Калугин, Д. А. Ционенко, Д. А. Лабоцкий, О. И. Наранович, В. А. Дремук, И. В. Дубень, О. С. Хилевич, Э. В. Якимчик, И. В. Лис, В. В. Таруц, Н. А. Комендант, Т. В. Дейхина,

Т38 **Техника и технологии: инновации и качество** [Текст] : материалы Междунар. науч.-практ. конф., 23—24 ноября 2007 г., Барановичи, Респ. Беларусь / редкол. : В. В. Таруц (гл. ред.) [и др.]. — Барановичи : РИО БарГУ, 2007. — 410[1] с. — 100 экз. — ISBN 978-985-498-092-8

В материалах конференции освещаются результаты исследований современных тенденций инженерного профиля, включающие совершенствование технологий, оборудования, применение новых материалов и возобновляемых источников энергии. Рассмотрены актуальные проблемы естественных наук и исследования в области информационных технологий; а также экономические аспекты инновационных технических решений и проблемы охраны окружающей среды. В сборник вошли материалы, отражающие результаты теоретических и практических исследований, проведенных в вузах и научно-исследовательских институтах нашей страны и зарубежья.

Сборник может быть полезен научным сотрудникам, преподавателям, аспирантам и студентам.

УДК 621(063)
ББК 30я73

ISBN ISBN 978-985-498-092-8

3 ЭКОНОМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИННОВАЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ПРОИЗВОДСТВА

4 ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ, НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

ДЫФЕРЭНЦЫЯЛЬНЫЯ ЎРАЎНЕННІ ПЛОСКАГА НАПРУЖАНА–ДЭФАРМАВАНАГА СТАНУ ДЫСКА С КРЫВАЛІНЕЙНЫМІ РЭБРАМІ.

С.І.Русан

1. Агульныя заўвагі.

Праблема даследавання напружана–дэфармаванага стану пласцінчата–стрыжнявых сістэм ужо многа дзесяцігоддзяў прыцягвае ўвагу даследчыкаў. Такія сістэмы знаходзяць шырокае прымяненне ў розных галінах тэхнікі: у авія– і суднабудаванні, у будаўнічых канструкцыях, у хімічным і энергамашынабудаванні, і г.д. Яны нярэдка працуюць ў экстрэмальных умовах, у сувязі з чым прад'яўляюцца павышаныя вымогі да іх механічнай трываласці. А гэта, у сваю чаргу, патрабуе ўдасканалення метадаў разліку на трываласць.

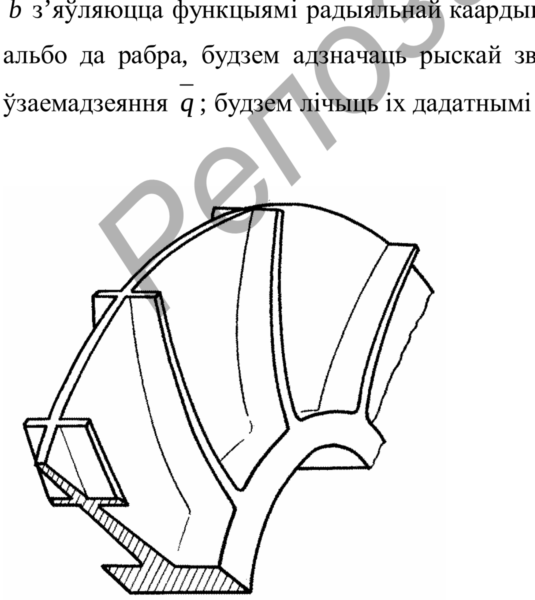
Розныя навуковыя школы і калектывы па–рознаму вырашалі апісаную праблему. Нейкую ўяву аб эвалюцыі метадаў разліку можна атрымаць з прыведзеных тут навуковых прац $[1-9]$ і зробленых у іх аналізаў. Разнастайнасць падыходаў, адсутнасць універсальнага метада стварае пэўныя цяжкасці для іх практычнага прымянення і не адпавядае сучаснаму ўзроўню вылічальнай тэхнікі. Цікавыя меркаванні аб перспектывах развіцця праблемы прыведзены ў рабоце $[2]$, дзе прызнаецца мэтазгодным сімбіез лікавых і аналітычных метадаў.

Ніжэй выкарыстана дакладная пастаноўка задачы, запазычаная ў рабоце $[7]$, з арыентацыяй на лікавыя метады дыферэнцыравання і сучасную камп'ютэрную тэхналогію разлікаў. У адрозненне ад згаданай работы $[7]$ тут для апісання напружана–дэфармаванага стану ў якасці асноўных невядомых прымаюцца не перамяшчэнні, а статыка–кінематычныя функцыі. На першым этапе даследавання дыскрэтнае размяшчэнне рэбраў не ўлічваецца.

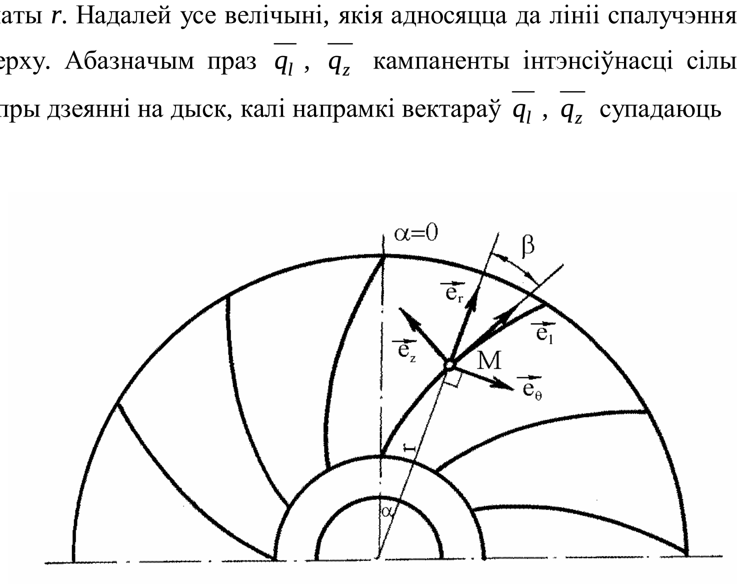
2. Разліковая схема. З рысункаў 2.1, 2.2 відаць, што аб'ект даследавання ўяўляе сабою механічную сістэму рэгулярнай структуры, у якой усе рэбры–лапаткі аднолькавы і адлегласці паміж імі роўны. Сістэма падвяргаецца сілавым і тэмпературным уздзеянням, зменным уздоўж радыуса і пастаянным па таўшчыні элементаў. Сілавыя ўздзеянні складаюцца з цэнтрабежных сіл масы дыска і лапатак, ціску вадкасці альбо газу на паверхні лапатак і нагрузкі на краях дыска. Пры вывадзе ўраўненняў сістэма ўяўна падзяляецца на асобныя элементы – гладкі дыск і рэбры. Для іх прымянімы звычайныя ў тэорыі пругкіх пласцін і стрыжняў дапушчэнні:

1. Матэрыял элементаў механічнай сістэмы падпарадкоўваецца закону Гука.
2. Дыск працуе ва ўмовах плоскага (двухмернага) напружанага стану і для яго справядліва гіпотэза Кірхгофа–Лява.
3. Геаметрычныя размеры лапатак такія, што для іх прымяніма гіпотэза плоскіх сячэнняў.

Згодна з разліковай схемай сістэмы кожны стрыжань жорстка змацаваны з дыскам па лініі, якая знаходзіцца ў сярэдняй плоскасці дыска і з'яўляецца геаметрычнай воссю стрыжня. Будзем называць яе *лініяй спалучэння*. Ва ўсіх пунктах гэтай лініі выконваюцца ўмовы сумеснасці дэфармацый – роўнасць перамяшчэнняў і кантактных *сіл узаемадзеяння* $\bar{q}$ дыска з рабром. На рысунку 2.2 у адвольным пункце М лініі спалучэння паказаны дзве артаганальныя сістэмы каардынат, зададзеныя ортамі $\vec{e_r}$, $\vec{e_q}$ і $\vec{e_l}$, $\vec{e_z}$. Вуглы a і b з'яўляюцца функцыямі радыяльнай каардынаты *r*. Надалей усе велічыні, якія адносяцца да лініі спалучэння альбо да рабра, будзем адзначаць рыскай зверху. Абазначым праз $\overline{q_l}$, $\overline{q_z}$ кампаненты інтэнсіўнасці сілы ўзаемадзеяння $\bar{q}$; будзем лічыць іх дадатнымі пры дзеянні на дыск, калі напрамкі вектараў $\overline{q_l}$, $\overline{q_z}$ супадаюць



Рыс.2.1



Рыс.2.2

з ортамі $\vec{e_l}$, $\vec{e_z}$; пры дзеянні на лапатку дадатныя сілы ўзаемадзеяння накіраваны ў про–цілеглыя бакі. Інтэнсіўнасці радыяльнай $\overline{q_r}$ і акружнай $\overline{q_q}$ сіл вызначаюцца па формулах:

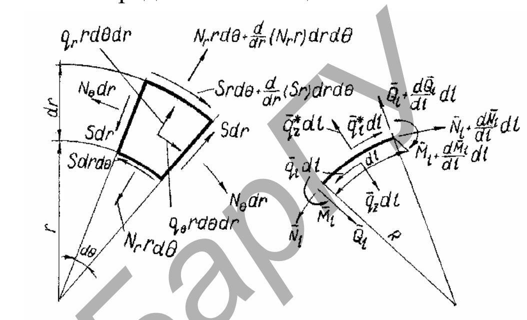
$$\overline{q_r} = \overline{q_l}\cos b + \overline{q_z}\sin b\,,\ \overline{q_q} = \overline{q_l}\sin b - \overline{q_z}\cos b\,. \tag{2.1}$$

Інтэнсіўнасць поўнай нагрузкі на дыск раўна

$$q_r = q_r^* + \frac{n}{2pr\cos b}\overline{q_r}\,,\ q_q = q_q^* + \frac{n}{2pr\cos b}\overline{q_q}\,, \tag{2.2}$$

дзе q_r^*, q_q^* — цэнтрабежная нагрузка на дыск, прыведзеная да плошчы яго сярэдняй плоскасці.

3. Умовы раўнавагі. Абазначым праз N_r, N_q і S адпаведна радыяльную, акружную і датычную сілы, якія дзейнічаюць на элемент дыска (рыс.3.1), а праз u і u– радыяльнае і акружнае перамяшчэнні пунктаў яго сярэдняй плоскасці. Тады ўраўненні раўнавагі элемента і суадносіны пругкасці прымуць выгляд:



Рыс.3.1 *Рыс.3.2*

$$\frac{d}{dr}(rN_r) - N_q + rq_r = 0\,,\ \frac{d}{dr}(rS) + S + rq_q = 0\,; \tag{3.1}$$

$$N_r = \left(\frac{du}{dr} + \frac{n}{r}u\right) - N_r^0\,,\ N_q = \left(n\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right) - N_q^0\,,\ S = \frac{1-n}{2}D_N\left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r}\right) \tag{3.2}$$

$$N_r^0 = N_q^0 = (1+n)D_N e^0$$

дзе —тэмпературныя кампаненты ўнутраных сіл у дыску;

$$D_N = \frac{Eh}{1-n^2}$$ — жорсткасць дыска;

$$e^0 = \frac{1}{h}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} a_t t dx$$ — цеплавая дэфармацыя матэрыяла дыска;

E, n , a_t —адпаведная гомодульпругкасці,каэфіцыент Пуасона і каэфіцыент лінейнага расшырэння;

h, x – таўшчыня дыска і восевая каардыната, якая адлічваецца ад сярэдняй плоскасці.

Запішам умовы раўнавагі элемента лапаткі (рыс.3.2):

$$\frac{d\overline{N}_l}{dl} + \frac{\overline{Q}_l}{R} + \overline{q}_l^* - \overline{q}_l = 0\,,\ \frac{d\overline{M}_l}{dl} - \overline{Q}_l = 0\,,\ \frac{d\overline{Q}_l}{dl} - \frac{\overline{N}_l}{R} - \overline{q}_z^* - \overline{q}_z = 0 \tag{3.3}$$

Тут $$\overline{N_l} = \overline{D}_N\left(\frac{d\overline{x}}{dl} + \frac{\overline{V}}{R}\right) - \overline{N}_l^0\,,\ \overline{M}_l = \overline{D}_M\frac{d\overline{u}_1}{dl} - \overline{M}_l^0\,,\ \overline{Q_l} = \frac{d\overline{M}_l}{dl} \tag{3.4}$$

У формулах (3.3), (3.4) $\overline{q}_l^*$, $\overline{q}_z^*$ — зададзеныя нагрузкі на лапатку; $\overline{x}$, $\overline{V}$, $\overline{J} = \frac{\overline{x}}{R} - \frac{d\overline{V}}{dl}$ — адпаведна перамяшчэнні пунктаў лапаткі па напрамках ортаў $\vec{e_l}$, $\vec{e_z}$ і вугал павароту сячэння лапаткі; $\overline{D}_N = \int_{\overline{F}}\overline{E}d\overline{F}$, $\overline{D}_M = \int_{\overline{F}}Ez^2 d\overline{F}$ — жорсткасці лапаткі на расцяжэнне і згін; $\overline{N}_l^0 = \int_{\overline{F}}\overline{E}\overline{a}_t t d\overline{F}$, $\overline{M_l^0} = \int_{\overline{F}}\overline{E}\overline{a}_t tzd\overline{F}$ — тэмпературныя кампаненты восевых сіл і згінаючых момантаў; $\overline{E}$, $\overline{a_t}$ — модуль пругкасці і каэфіцыент лінейнага расшырэння матэрыялу лапаткі; $d\overline{F}$ — дыферэнцыяльны элемент плошчы папярочнага сячэння рабра.

На падставе рысункаў 2.2 і 3.2 устаноўлены залежнасці:

$$\bar{x} = \bar{u}\cos b + \bar{u}\sin b \,,\; \bar{V} = \bar{u}\sin b - \bar{u}\cos b \,; \tag{3.5}$$

$$\bar{N}_r = \bar{N}_l \cos b + \bar{Q}_l \sin b \,,\; \bar{S} = \bar{N}_l \sin b - \bar{Q}_l \cos b \tag{3.6}$$

Улічваючы залежнасці (3.6), перойдзем ва ўраўненнях (3.3) да дыферанцыравання па r і прывядзем ураўненні раўнавагі элемента лапаткі да выгляду:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{d\bar{N}_r}{dr} - \left[\dfrac{1}{R\cos b} + \dfrac{1}{\sin b}\cdot\dfrac{d}{dr}(\cos b)\right]\bar{S} + \dfrac{1}{\cos b}\left(\bar{q}_r^* - \bar{q}_r\right) = 0\,; \\ \dfrac{d\bar{S}}{dr} + \left[\dfrac{1}{R\cos b} + \dfrac{1}{\sin b}\cdot\dfrac{d}{dr}(\cos b)\right]\overline{N_r} + \dfrac{1}{\cos b}\left(\bar{q}_q^* - \bar{q}_q\right) = 0\,; \\ \dfrac{d\bar{M}_l}{dr} - \dfrac{1}{\cos b}\bar{Q}_l = 0 \end{array}\right\} \tag{3.7}$$

4.Асноўныя функцыі і асноўныя дыферэнцыяльныя ўраўненні.

Для апісання напружана─дэфармаванага стану рэбрыстага дыска ў якасці асноўных прымаем наступныя статыка─кінематычныя функцыі: $u, v, \overline{u_l}\,,\ \tilde{N}_r\,,\ \tilde{S}\,,\ \overline{M}_l\,,$

$$\text{дзе } \tilde{N}_r = N_r + \frac{n}{2pr}\bar{N}_r\,,\; \tilde{S} = S + \frac{n}{2pr}\bar{S} \tag{4.1}$$

Для вываду асноўнай сістэмы дыферэнцыяльных ураўненняў задачы прадставім умовы раўнавагі (3.1), (3.3) і суадносіны пругкасці (3.2), (3.4) у функцыях (4.1). Папярэдне ўсюды перойдзем да дыферэнцыравання па r; адпаведную вытворную будзем абазначаць штрыхом зверху ($'$). Асноўныя функцыі (4.1) для зручнасці абазначым адной літарай з рознымі індэксамі:

$$u = y_1,\; v = y_2,\; \overline{u_l} = y_3\,,\; \tilde{N}_r = y_4\,,\; \tilde{S} = y_5\,,\; \bar{M}_l = y_6\,.$$

Тады асноўная сістэма дыферэнцыяльных ураўненняў прыме выгляд:

$$\begin{array}{c} y_1' = \dfrac{1}{\Delta}\left(\sum\limits_{i=1}^{6}\sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{4k}D_{ki}y_i + \sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{4k}Q_k^*\right), \\ y_2' = \dfrac{1}{\Delta}\left(\sum\limits_{i=1}^{6}\sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{5k}D_{ki}y_i + \sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{5k}Q_k^*\right), \\ y_3' = \dfrac{1}{d_{33}}\left(y_6 + \bar{M}_l^0\right), \\ y_4' = \dfrac{1}{d_{14}\Delta}\left\{\sum\limits_{i=1}^{6}\left[\Delta D_{1i} - \sum\limits_{S=1}^{3}d_{1S}'\sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{(S+3)k}D_{ki}\right]y_i + \Delta Q_1^* - \sum\limits_{k=4}^{6}Q_k^*\sum\limits_{S=1}^{3}d_{1S}'\Delta_{(S+3)k}\right\}, \\ y_5' = \dfrac{1}{d_{25}\Delta}\left\{\sum\limits_{i=1}^{6}\left[\Delta D_{1i} - \sum\limits_{S=1}^{3}d_{2S}'\sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{(S+3)k}D_{ki}\right]y_i + \Delta Q_2^* - \sum\limits_{k=4}^{6}Q_k^*\sum\limits_{S=1}^{3}d_{2S}'\Delta_{(S+3)k}\right\}, \\ y_6' = \dfrac{1}{\Delta}\left(\sum\limits_{i=1}^{6}\sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{6k}D_{ki}y_i + \sum\limits_{k=4}^{6}\Delta_{6k}Q_k^*\right), \\ \text{дзе } d_{11}' = d_{11}\,,\; d_{12}' = d_{12}\,,\; d_{13}' = d_{16}\,. \end{array} \tag{4.2}$$

Ва ўраўненнях (4.2) уведзены наступныя абазначэнні:

$$d_{11} = -\frac{1}{r}\left(e_3e_4 + nD_N\right),\; d_{12} = -\frac{1}{r}e_4q_3\,,\; d_{14} = 1\,,\; d_{16} = -\frac{1}{r}k_2e_4\,,\; d_{21} = \frac{1}{r}e_1e_4\,,\; d_{22} = \frac{1}{r}\left[\frac{1}{2}(1-n)D_N + e_4q_1\right],\; d_{25} = 1\,,$$

$$d_{26} = \frac{1}{r}k_1e_4\,,\; d_{33} = \cos b\,\overline{D_M}\,,\; d_{41} = D_N + \frac{n}{2pr}e_1\,,\; d_{42} = \frac{n}{2pr}q_1\,,\; d_{46} = \frac{n}{2pr}k_1\,,\; d_{51} = \frac{n}{2pr}e_3\,,$$

$$d_{52}=\frac{1}{2}(1-n)D_N+\frac{n}{2pr}q_3\,,\; d_{56}=\frac{n}{2pr}k_2\,,\; d_{61}=-l_1\,,\; d_{62}=-l_3\,,\; d_{66}=\cos b\,,$$

$$d_{13}=d_{15}=d_{23}=d_{24}=d_{31}=d_{32}=d_{34}=d_{35}=d_{36}=d_{43}=d_{44}=d_{45}=d_{53}=d_{54}=$$
$$=d_{55}=d_{63}=d_{64}=d_{65}=0$$

$$D_{11}=\frac{1}{r}\left(e_4^2+\frac{1}{r}D_N\right),\; D_{12}=e_4q_4\,,\; D_{14}=-\frac{1}{r}\,,\; D_{21}=-e_2e_4\,,\; D_{22}=\frac{1}{r}\left[\frac{1}{2}(1-n)\frac{1}{r}D_N-e_4q_2\right],\; D_{25}=D_{14}\,,\; D_{36}=1\,,$$

$$D_{41}=-\left(\frac{n}{r}D_N+\frac{n}{2pr}e_2\right), D_{42}=-\frac{n}{2pr}q_2\,,\; D_{44}=1\,,\; D_{51}=\frac{n}{2pr}e_4\,,\; D_{52}=\frac{1}{2}(1-n)\frac{1}{r}D_N-\frac{n}{2pr}q_4\,,\; D_{61}=l_2\,,$$

$$D_{62}=-l_4\,,\; D_{64}=-l_5\,,\; \begin{array}{l} D_{13}=D_{15}=D_{16}=D_{23}=D_{24}=D_{26}=D_{31}=D_{32}=D_{33}=D_{34}=D_{35}=D_{43}=\\ =D_{45}=D_{46}=D_{53}=D_{54}=D_{56}=D_{63}=D_{65}=D_{66}=0; \end{array}$$

$$e_1=\cos^3 b\,\overline{D_N}\,,\; e_2=\cos b\left[\cos b\,\frac{d}{dr}(\cos b)+\frac{\sin b}{R}\right]\overline{D}\,,\; e_3=\cos^2 b\sin b\overline{D}_N\,, e_4=\sin b\left[\cos b\,\frac{d}{dr}(\cos b)+\frac{\sin b}{R}\right]\overline{D}_N\,;$$

$$k_1=\sin b\cos b\,, k_2=-\cos^2 b\,;\; l_1=-\frac{1}{\sin b}\left(\frac{2pr}{n}D_N+\cos^3 b\overline{D}_N\right),$$

$$l_2=-\frac{1}{\sin b}\left\{\frac{2pr}{n}D_N+\cos b\left[\cos b\,\frac{d}{dr}(\cos b)+\frac{\sin b}{R}\right]\overline{D}_N\right\},$$

$$l_3=-\cos^2 b\overline{D}_N\,, l_4=-\frac{\cos^2 b}{\sin b}\left[\frac{d}{dr}(\sin b)-\frac{1}{R}\right]\overline{D}_N\,, l_5=\frac{2pr}{n\sin b}\,;\; q_1=\sin b\cos^2 b\overline{D}_N\,,$$

$$q_2=\cos^2 b\left[\frac{d}{dr}(\sin b)-\frac{1}{R}\right]\overline{D}_N\,,\; q_3=\sin^3 b\cos b\overline{D}_N\,,\; q_4=\sin b\cos b\left[\frac{d}{dr}(\sin b)-\frac{1}{R}\right]\overline{D}_N\,;$$

$$Q_1^*=-\frac{1}{r}\left(e_4\sin b\,\overline{N}_l^0+N_q^0\right)-\left(q_r^*+\frac{n}{2pr\cos b}\overline{q}_r^*\right),\; Q_2^*=-\frac{1}{r}e_4\cos b\overline{N}_l^0-\left(q_q^*+\frac{n}{2pr\cos b}\overline{q}_q^*\right),\; Q_3^*=\overline{M}_l^0\,,$$

$$Q_4^*=\overline{N}_r^0+\frac{n}{2pr}\overline{N}_l^0\cos b\,,\; Q_5^*=\frac{n\sin b}{2pr}-\overline{N}_l^0\,,\; Q_6^*=\frac{1}{\sin b}\left(\frac{2pr}{n}N_r^0+\cos b\,\overline{N}_l^0\right);\; \Delta_{44}=d_{52}d_{66}-d_{56}d_{62}\,,$$

$$\Delta_{45}=d_{46}d_{62}-d_{42}d_{66}\,,\; \Delta_{46}=d_{42}d_{56}-d_{46}d_{52}\,,\; \Delta_{54}=d_{56}d_{61}-d_{51}d_{66}\,,\; \Delta_{55}=d_{41}d_{66}-d_{46}d_{61}\,,\; \Delta_{56}=d_{46}d_{51}-d_{41}d_{56}\,,$$

$$\Delta_{64}=d_{51}d_{62}-d_{52}d_{61}\,, \Delta_{65}=d_{42}d_{61}-d_{41}d_{62}\,,\; \Delta_{66}=d_{41}d_{52}-d_{42}d_{51}\,;$$

$$\Delta=d_{41}(d_{52}d_{66}-d_{56}d_{62})+d_{42}(d_{56}d_{61}-d_{51}d_{66})+d_{46}(d_{51}d_{62}-d_{52}d_{61})\,.$$

Як бачым, напружана-дэфармаваны стан рэбрыстага дыска апісваецца сістэмай асноўных ураўненняў(4.2) шостага парадку. У прыватным выпадку, калі дыск падмацаваны тонкімі рэбрамі, якія практычна не аказваюць супраціўлення дэфармацыі выгіну, яго напружана─дэфармаваны стан будзе апісвацца з дапамогай чатырох асноўных функцый *u*, *v*, $\tilde{N}_r$, $\tilde{S}$; пры гэтым парадак сістэмы (4.2) панізіцца – ў яго не ўвойдуць трэцяе і шостае ўраўненні. Такія ж ураўненні атрымаем і пры радыяльным размяшчэнні лапатак. Дакладнасць вынікаў, якія можна атрымаць на падставе сістэмы (4.2), абумоўлена суадносінай геаметрычных характарыстык дыска і рэбраў, а таксама колькасцю апошніх. Для рэальных аб’ектаў можна чакаць здавальняючых рэзультатаў пры $n \ge 10$.

Атрымаўшы з рашэння сістэмы (4.2) асноўныя функцыі $y_i\left(i=\overline{1,6}\right)$і іх вытворныя y_i', знаходзім унутраныя сілы ў дыску і рэбрах. Для гэтага выкарыстоўваем формулы (3.2), (3.4), (3.6). Прыводзім канчатковыя выражэнні сіл:

$$N_r=D_N\left[\frac{1}{\Delta}\left(\sum_{i=1}^{6}\sum_{k=4}^{6}\Delta_{4k}D_{ki}y_i+\sum_{k=4}^{6}\Delta_{5k}Q_k^*\right)+\frac{n}{r}y_1\right]-N_r^0\,;$$

$$N_q=D_N\left[\frac{n}{\Delta}\left(\sum_{i=1}^{6}\sum_{k=4}^{6}\Delta_{4k}D_{ki}y_i+\sum_{k=4}^{6}\Delta_{5k}Q_k^*\right)+\frac{1}{r}y_1\right]-N_q^0\,;$$

$$S=\frac{1}{2}(1-n)D_N\left[\frac{1}{\Delta}\left(\sum_{i=1}^{6}\sum_{k=4}^{6}\Delta_{5k}D_{ki}y_i+\sum_{k=4}^{6}\Delta_{5k}Q_k^*\right)-\frac{1}{r}y_2\right];$$

$$\overline{N}_l=\frac{2pr}{n}\left[\left(\tilde{N}_r-N_r\right)\cos b+\left(\tilde{S}-S\right)\sin b\right];$$

$$\overline{Q}_l=\frac{2pr}{n}\left[\left(\tilde{N}_r-N_r\right)\sin b-\left(\tilde{S}-S\right)\cos b\right].$$

5. Краявыя ўмовы. Даследаванне напружана─дэфармаванага стану рэбрыстага дыска зведзена да так званай краявой задачы тэорыі дыферэнцыяльных ураўненняў. Для яе поўнага апісання неабходна ўраўненні (4.2) дапоўніць умовамі на краях дыска $r = r_i$ $(i = 1{,}2)$. Дзякуючы ўдаламу выбару асноўных функцый (4.1), фармулеўка краявых умоў не выклікае цяжкасцей. Разгледзім прыватныя выпадкі.

1.Край дыска $r = r_i$ нагружаны размеркаванымі радыяльнай q_{ri} і датычнай q_{si} нагрузкамі. Краявыя ўмовы маюць выгляд:

$$\tilde{N}_r = q_{ri}\,,\ \tilde{S} = q_{si}\,,\ \overline{M_l} = 0\,.$$

2. Край дыска $r = r_i$ жорстка замацаваны. Для яго маем: $u = 0$, $u = 0$, $\overline{J} = 0$.

6. Заключэнне. Паколькі ўраўненні (4.2) утрымліваюць пераменныя каэфіцыенты складанай структуры, то для іх інтэгравання мэтазгодна выкарыстаць адзін з лікавых метадаў, напрыклад, метад Рунге─Кута ў спалучэнні з дыскрэтным ортанармаваннем, які шырока прымяняецца ў механіцы тонкасценных канструкцый $[6]$.

Список источников

1. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. – Киев: Наукова думка, 1980. – 368 с.
2. Андрианов И.В., Лесничая В.А., Маневич Л.И. Метод усреднения в статике и динамике ребристых оболочек. М.: Наука, 1985. – 221 с.
3. *Биргер И.А.* Приближенный расчет на прочность рабочих колес центробежных турбомашин с двухсторонним входом. Сб. “Прочность и динамика авиационных двигателей”, вып.1, 1964.
4. *Волков Н.И.* К расчету напряженного и деформированного состояния вращающихся дисков с криволинейными ребрами жесткости. Сб. “Динамика и прочность машин”, вып.35, 1982.
5. *Григоренко Я.М., Митлин Б.И.*, Раер Г.А., Судовцова Г.К. Исследование напряженности покрывающих дисков рабочих колес центробежных компрессоров с учетом дискретного размещения лопаток. – Прикл.механика, 1978, 14, №1.
6. *Григоренко Я.М.* Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости. Киев: “Наукова думка”, 1973. – 228 с.
7. *Ильин Л.А.* Дифференциальные уравнения задачи о напряженном состоянии круглых дисков с криволинейными ребрами при силовых и температурных воздействиях. Сб. “Тепловые напряжения в элементах конструкций”, вып.4, 1964.
8. *Раер Г.А.* Динамика и прочность центробежных компрессорных машин. Л.: “Машиностроение”, 1968. – 258 с.
9. *Русан С.І.*, Радомскі А.В. Цыклічна─сіметрычнае расцяжэнне дыска з двухбаковымі лапаткамі. Тэзісы дакладаў міжнароднай навукова─тэхнічнай канф. “Матэрыялы, абсталяванне і рэсурсазберагальныя тэхналогіі.” Магілеў,

ПРОБЛЕМА СТАБИЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Семенчукова О.А.

Проблемы синтеза обратных связей, которые обеспечивают устойчивость, оптимальность и другие свойства переходных процессов, являются центральными в математической теории управления.

При конструировании систем управления проблема стабилизации является первой, так как устойчивое поведение – важнейшее свойство систем. Она возникает всякий раз, когда создаются новые машины, движущиеся объекты, технологические процессы. Стабилизация динамических систем изучается с момента возникновения теории регулирования. Естественной основой при исследовании проблемы стабилизации является теория устойчивости. Теория устойчивости и теория стабилизации принципиально отличаются по характеру задач (первая анализирует переходные процессы, вторая – их синтезирует), однако инженеры и ученые, анализируя методами теории устойчивости системы с различными обратными связями, успешно создавали многочисленные эффективные стабилизаторы. Наибольшее развитие в классическую эпоху автоматического регулирования получила теория линейной стабилизации. В этом случае проблема состоит в следующем: дана собственно неустойчивая динамическая система с управлением

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (x, b \in R^n,\ \ A \in R^{n\times n},\ \ u \in R);$$

требуется найти линейную обратную связь $u = k'x$ так, чтобы нулевое решение уравнения было устойчивым

$$\dot{x} = (A + bk')x$$

Существует много способов построения вектора усиления $k \in R^n$,

Второе требование, предъявляемое к системам управления - инвариантность (независимость) поведения системы по отношению к внешним возмущениям. Проблема инвариантности изучалась в рамках теории инвариантности.

Проблему устойчивости целесообразно рассматривать вместе с проблемой инвариантности. Системы, которые являются устойчивыми в отсутствии возмущений и инвариантными при действии возмущений, будем