

предприятие, определить интервал устойчивости (предел изменения) ресурсов предприятия. Общий объем площадей  $P = 75\,000\text{ м}^2$ ; нормативы складских площадей по хранению товаров каждого вида  $p_1 = 13\text{ м}^2$ ;  $p_2 = 21\text{ м}^2$ ;  $p_3 = 11\text{ м}^2$ ;  $p_4 = 14\text{ м}^2$ ; допустимые издержки обращения  $B = 800\,000\text{ ден.ед.}$ ; а плановый норматив издержек обращения на единицу товарооборота каждого из видов товаров  $b_1 = 140\text{ ден.ед.}$ ;  $b_2 = 180\text{ ден.ед.}$ ;  $b_3 = 190\text{ ден.ед.}$ ;  $b_4 = 100\text{ ден.ед.}$ ; общий объем товарных запасов  $S = 180\,000\text{ ед.}$ ; норматив товарных запасов на единицу товарооборота каждого из видов продукции  $s_1 = 20\text{ ед.}$ ;  $s_2 = 20\text{ ед.}$ ;  $s_3 = 15\text{ ед.}$ ;  $s_4 = 10\text{ ед.}$  соответственно.

Математическая модель задачи имеет вид:

$$Z = 100x_1 + 30x_2 + 80x_3 + 50x_4 \rightarrow \max.$$

Система ограничений с учетом имеющихся ресурсов:

$$\begin{aligned} 13x_1 + 21x_2 + 11x_3 + 14x_4 &\leq 75\,000, \\ 115x_1 + 95x_2 + 45x_3 + 60x_4 &\leq 550\,000, \\ 140x_1 + 180x_2 + 190x_3 + 100x_4 &\leq 800\,000, \\ 20x_1 + 30x_2 + 15x_3 + 10x_4 &\leq 180\,000, \\ 115x_1 + 85x_2 + 125x_3 + 50x_4 &\leq 450\,000, \\ x_i &\geq 0, i = 1, 4. \end{aligned}$$

Применяя симплекс-метод для решения задачи линейного программирования, получили следующие результаты: предприятие выпускает на продажу диваны в количестве 2 656 ед., кухни — в количестве 2 891 ед., выпуск кроватей и шкафов нецелесообразен. Предприятие получит максимальную прибыль в размере 410 156,3 ден. ед. Остатки ресурсов составили 0; 71 094; 139 062; 5; 97 968; 75; 0 ед. соответственно. Следует отметить, что рабочее время израсходовано не полностью, что позволяет использовать сотрудников предприятия для других видов работ либо предоставить им отпуска. Товары не использовались полностью (ресурсы избыточные), значит следует выпускать меньшее количество продукции либо арендовать дополнительные площади для ее реализации. В работе также определены границы изменения ресурсов, коэффициентов целевой функции, изменение оптимального решения при изменении коэффициентов целевой функции.

Далее найдем целочисленное решение задачи линейного программирования, учитывая, что по экономическому смыслу задачи, количество товара выражается целым числом. В результате решения методом Гомори определили цены, по которым фирма готова реализовать используемые ресурсы стороннему предприятию, определили дефицитные и недефицитные ресурсы  $Y_{\text{опт}} = (0,78; 0; 0; 0; 0,78)$ . Ценность избыточных ресурсов действительно равна 0. Можно сделать вывод, что дополнительно арендовать складские площади выгодно по цене не выше 0,78 ден. ед. за  $1\text{ м}^2$  (в пределах интервала устойчивости), тогда прибыль увеличится. Метод Гомори показал, что произошли изменения в оптимальном плане: выпуск кроватей и шкафов остался прежним, выпуск диванов уменьшился на 1,25; а кухни — увеличился на 0,375. Использование ресурса «товарные запасы» снизилось на 6,25 ден. ед.

Проведенное исследование показало, что на сегодняшний день применение математических методов решения задач по нахождению оптимального набора товаров различных видов, а также для расчета используемых ресурсов является неотъемлемой частью хозяйственной деятельности торгового предприятия. Модели отраслевого прогнозирования и регулирования весьма трудоемки, характеризуются многофакторностью, динамичностью исходных данных и, зачастую, нелинейностью целевой функции. Все это усложняет постановку конкретных экономико-математических задач и их моделирование. Методы, рассмотренные в работе, могут облегчить расчёты по плану производства продукции, правильно распределить ресурсы, а также определить оптимальные границы их изменения, определить оптимальность ресурсов, определить оптимальную производственную программу предприятия.

**К. С. Гордель**

Научный руководитель — Г. В. Качкар  
Барановичский государственный университет,  
г. Барановичи, Республика Беларусь

## РУБИНОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

В 1954 году советские физики Н. Г. Басов и А. М. Прохоров и независимо от них американский ученый Ч. Таунс, используя индуцированное излучение, создали квантовый генератор в микроволновом диапазоне, названный лазером, получив в 1964 году Нобелевскую премию [1]. Так, Т. Мейман продемонстрировал работу первого оптического квантового генератора — лазера. В качестве активной среды использовался рубин (оксид алюминия  $AL_2O_3$  с небольшой примесью хрома  $Cr$ ), а вместо объёмного резонатора был использован открытый оптический резонатор.

**Лазеры** (оптические квантовые генераторы) — это квантовые генераторы, работающие на принципе усиления излучения в активных средах в оптическом диапазоне: в видимой, инфракрасной и ближней ультрафиолетовой областях [1].

Функциональная схема любого лазера обязательно включает в себя три основных компонента:

1) *активную среду* (рабочее вещество, твердое тело). По этому признаку лазеры делятся на газовые, жидкостные, твердотельные и полупроводниковые;

2) *систему накачки* (способ создания инверсной населенности). Различают оптические, тепловые, химические, электроионизационные и др. методы накачки;

3) *оптический резонатор* (устройство, формирующее выходящий из лазера световой пучок). Резонатор представляет собой систему зеркал, призм и некоторых других деталей. В твердотельных лазерах зеркалами обычно служат специально обработанные торцы активного тела, которое имеет вид стержня. Оптический резонатор фиксирует направление, в котором происходит генерация излучения, и обеспечивает выбор той длины волны, которую предполагают усилить.

Рассмотрим принцип получения индуцированного излучения на примере рубинового лазера (рис.1).

**Рубин** — это кристаллическая окись алюминия с примесью трехвалентных ионов хрома (0,03—0,05%). В лазерах этот кристалл имеет высокий порог генерации и, следовательно, низкий коэффициент полезного действия (обычно 0,5%). Его выходная мощность также сильно зависит от рабочей температуры, что ограничивает частоту повторения импульсов величиной 10 Гц или менее. В то же время этот материал термически стоек и не боится перегрева. Однако его широкое применение ограничивает достаточно высокая стоимость специально выращенного кристалла, особенно если требуется стержень больших размеров.

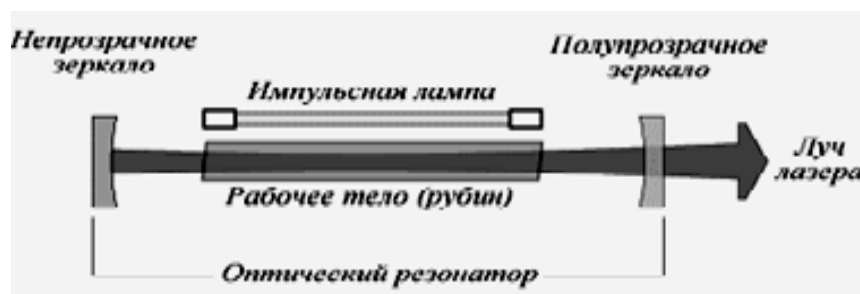


Рисунок 1 — Схема рубинового лазера

Время жизни в возбужденном состоянии на этом уровне  $\sim 10^{-8}$  с. После чего происходит спонтанный переход на уровень 1 или, что наиболее вероятно, безызлучательный переход на более низкий уровень 2. Энергия безызлучательного перехода 3-2 превращается в тепловую энергию кристаллической решетки рубина. При достаточной мощности накачки на уровне 2 будет создано состояние с инверсной населенностью. Теперь каждый случайно родившийся при спонтанном переходе 2-1 фотон может вызвать лавину индуцированных переходов 2-1, в результате чего появятся вторичные фотоны, точная копия первичных. Зарождается когерентное индуцированное излучение с длиной волны соответствующей переходу 2-1 ( $L = 694,3$  нм) (рис. 2).



Рисунок 2 — Схема энергетических уровней иона хрома в рубине

В итоге видно, что рубиновый лазер имеет ряд больших недостатков: низкий коэффициент полезного действия, зависимость мощности лазера от температуры и высокая стоимость искусственно выращенных кристаллов, особенно, если требуется стержень больших размеров, вследствие чего рубиновые лазеры применяются, когда необходимо излучение длиной волны 694 нм или не требуется высокая энергия на выходе и коэффициент полезного действия не играет существенной роли.

Не так давно некоторые ученые предсказывали, что рубиновый лазер скоро отслужит свой срок, но развитие науки дает новый спектр применения рубинового лазера. Так в голографии, после того, как удалось добиться достаточной чувствительности пленки на частоте 694 нм, рубиновый лазер стал широко использоваться. Эти лазеры более удобны и для пробивки очень точных отверстий, так как с уменьшением длины волны размеры точки фокуса, ограничивающиеся дифракцией, уменьшаются, но основное применение рубинового лазера в наше время — это применение его для сварочных работ.

Так полупроводниковые приборы на арсениде галлия (*GaAs*) могут свариваться с тугоплавкими металлическими проводниками с помощью импульсного рубинового лазера. Процесс длится 100 нс вместо 5—30 мин, которые требуются при обычной сварке с последующим отжигом. Это важное достижение применяется в электронных системах, используемых в спутниковой связи, реактивных двигателях, геотермальных сква-

жинах, атомных реакторах, приемниках радиолокационных станций и ракет, интегральных микроволновых цепях. Ценность экономии времени мы сейчас должны понимать как никогда, ведь иногда даже пара минут может спасти жизнь человека, работающего в опасных условиях.

#### Список источников

1. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие. В 2 ч. Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. — 2-е изд., испр. — Минск : АСАР, 2010. — Ч. 2. — 166с.

*Е. Борис, Н. Дедулько*  
Научный руководитель — Д. А. Ционенко  
Барановичский государственный университет,  
г. Барановичи, Республика Беларусь

### АНАЛИЗ СПЕКТРА ЗУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Актуальность исследования обусловлена внедрением методов неразрушающего контроля. Одними из наиболее эффективных методов являются методы акустической диагностики (методы, основанные на использовании упругих колебаний и волн любых частот). Методы, использующие частоты от 20 кГц до 100 МГц, называют **ультразвуковыми**.

Методы акустического контроля делят на две большие группы: активные, использующие излучение и прием акустических колебаний и волн, и пассивные, основанные только на приеме колебаний и волн. В каждой группе выделяют методы, основанные на возникновении в объекте контроля бегущих и стоячих волн (или колебаний), объекта в целом или его части [1].

Задачей данной работы является обоснование возможности использования метода свободных колебаний для исследования изделий, изготовленных из композиционных материалов. Композиционные материалы существенной неоднородностью, и методы ультразвукового контроля сталкиваются с определенными трудностями.

**Постановка задачи и обоснование модели.** Необходимо определить твердость образца, изготовленного из композиционного материала, представляющего собой абразивную чашу. Зернами абразива являются кристаллы карбида кремния, имеющие форму параллелепипедов размером стороны от 0,5 мм до 3 мм. В качестве связки используется бакелитовый лак с присадками, обеспечивающими необходимый режим полимеризации. Большой разброс значений в размерах зерен обеспечивает широкий спектр резонансных частот, на которых происходит поглощение энергии колебаний. Но, поскольку значения размеров зерен подчиняются распределению Гаусса для случайных величин, то следует ожидать появления плавного максимума в спектре поглощения, определяемого средними значениями размеров зерен, в наибольшем количестве находящихся в образце. Приведенные выше предположения основаны на следующей модели: рассмотрим зерна карбида кремния как малые абсолютно жесткие тела, соединенные невесомыми пружинами, роль которых играет бакелитовая связка. Справедливость такой модели основа на том, что плотность карбида кремния во много раз больше плотности бакелита, и модуль упругости кристаллов в 1 000 раз больше модуля упругости связки, т. е. деформацией зерен можно пренебречь.

**Экспериментальные данные и их обсуждение.** Установка для проведения исследований изображена на рисунке 1.

Колебания объекта контроля 2 возбуждают ударом молотка 1, регистрируют микрофоном 3, усиливают блоком 4 и подают на систему обработки информации 5, задача которой — измерение основной частоты  $f$  свободных колебаний. Для этого, например, выполняют измерение времени  $t$ , соответствующее определенному числу  $N$  периодов колебаний. По нему определяют период  $T = t / N$  и частоту  $f = 1 / T$  [2].

Частота свободных колебаний зависит от геометрии объекта контроля, но в данной работе исследуются свойства его материала. Для объектов простой формы (типа стержней, пластин) основная частота поддается теоретическому расчету. Для более сложных объектов контроля ее определяют экспериментально на доброкачественных объектах. По длительности колебаний судят о затухании звука в материале объекта. Длительность также уменьшается под влиянием множественных мелких дефектов. Но в рассматриваемом случае композиционного материала количество неоднородностей, которые могут быть приняты за дефекты, настолько велико, что экспериментальное определение спектра частот поглощения не представляется возможным. При этом анализируется амплитуда колебаний в среднем диапазоне частот и по величине амплитуд делается вывод о прочности абразивного диска. Данные обработки экспериментальных данных изображены на рисунках 2 и 3. В опытах регистрировали звук собственных колебаний, издаваемый абразивными чашами при нанесении легких ударов небольшим молоточком в различных местах поверхности чаши. Звуковая дорожка записывалась с помощью микрофона на компьютер.

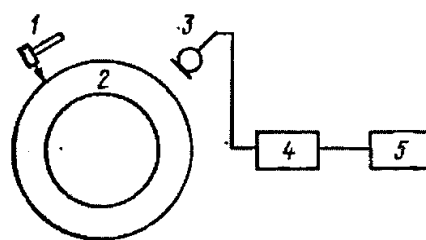


Рисунок 1 — Структурная схема прибора для контроля абразивных кругов