

УДК 621.372.8+519.6

СОГЛАСОВАНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДИАФРАГМЫ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ НА МОДЕ H_{01} С ПОМОЩЬЮ КАНАВКИ-РЕФЛЕКТОРА

А.А. КУРАЕВ, О.И. НАРАНОВИЧ, А.К. СИНИЦЫН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 8 апреля 2008

Предложен метод расчета нерегулярных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением. Разработана эффективная процедура решения, совмещающая метод преобразования координат, последующее сведение задачи к системе ОДУ на основе метода прямых, парциальные условия излучения на входном и выходном сечениях и метод блочной матричной прогонки для случая продольно-нерегулярного волновода с диэлектрическими вставками. Приведены результаты решения задачи о подборе рефлектора, компенсирующего отражение H_{01} -волны круглого волновода от диэлектрического окна.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, метод сеток, волновод, рефлектор.

Введение

Диэлектрические вставки специальной формы используются во многих элементах волноводной СВЧ-техники — замедляющие системы, диэлектрические окна. Ввиду этого актуальным является разработка эффективных методов расчета нерегулярных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением. В [1] такие задачи решаются на основе метода преобразования координат и неполного метода Галеркина, который, однако, для нерегулярного волновода во многих случаях оказывается неустойчивым. Решение этих задач прямым методом сеток требует значительных вычислительных затрат [2].

В [3, 4] для решения краевых задач в случае продольно нерегулярных волноводов с вакуумным заполнением предложена эффективная процедура решения, удачно совмещающая метод преобразования координат, последующее сведение задачи к системе ОДУ на основе метода прямых, парциальные условия излучения на входном и выходном сечениях [2] и метод блочной матричной прогонки [5, 6]. В настоящей статье описанная в [3, 4] методика развита для случая продольно-нерегулярного волновода с диэлектрическими вставками. В качестве иллюстрации возможностей метода решена задача о подборе рефлектора круглого волновода в виде резонансной канавки, компенсирующей отражение симметричной H -волны от тонкого диэлектрического окна.

Уравнения Максвелла в преобразованной системе координат

Возбуждение волн в рассматриваемом нерегулярном отрезке волновода на рабочей частоте ω описывается однородными уравнениями Максвелла и соответствующими граничными условиями на внутренней идеально проводящей поверхности волновода. Для решения задачи воспользуемся известной методикой отображения внутренней области

нерегулярного волновода, заданного профиля $b(z)$ на цилиндр единичного радиуса [3]. Введем следующее преобразование координат

$$r = \rho b(\zeta); \quad \varphi = \psi; \quad z = \zeta. \quad (1)$$

Безразмерные уравнения Максвелла и граничное условие на стенке волновода для векторов поля в преобразованной системе запишем в виде [3]

$$\text{rot } \dot{\vec{B}}^P = jW \hat{g} \cdot \dot{\vec{E}}^P; \quad \hat{g}^{-1} \cdot \text{rot } \dot{\vec{E}}^P = -jW \dot{\vec{B}}^P; \quad [\vec{r}_0, \vec{E}^P] \Big|_{\rho=1} = 0, \quad (2)$$

$$\hat{g} = \begin{bmatrix} 1 + \rho^2 b' & 0 & -\rho b b' \\ 0 & 1 & 0 \\ -\rho b b' & 0 & b^2 \end{bmatrix}.$$

Здесь $b' = \partial b / \partial z$, все геометрические параметры выражены в единицах $\lambda_0 / 2\pi$, $\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0$ — опорная длина волны; $W = \omega / \omega_0$.

В случае симметричных H -волн задача (2) приводится к скалярному уравнению

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon(\rho, z) W^2}{\rho} u - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{b'}{b} \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) - \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{b'}{b} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{b^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1 + (b'\rho)^2}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) = 0. \quad (3)$$

Граничное условие на стенке волновода, $u(1, z) = 0$ на оси $u(0, z) = 0$.

Компоненты симметричной H -волны выражаются через u следующим образом:

$$\dot{\vec{B}}^P = \frac{j}{W} \left\{ \left(-\frac{\partial u}{\rho \partial z} + \frac{b'}{b} \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) \vec{\rho}_0 + \left(-\frac{b'}{b} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1 + \rho^2 b'^2}{b^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) \vec{z}_0 \right\}; \quad \vec{E}^P = u(\rho, z) / \rho \vec{\psi}_0. \quad (4)$$

Связь компонент в исходной (r, φ, z) и преобразованной (ρ, ψ, ζ) системах:

$$B_r = B_\rho / b(z); \quad E_\varphi = E_\psi / b(z); \quad B_z = B_\zeta - B_\rho \cdot b'(z) / b(z).$$

Парциальные условия излучения на концах отрезка нерегулярного волновода

В соответствии с методикой [1, 2, 4] представим искомое волновое поле в виде разложения по собственным H_{0i} -волнам регулярного волновода единичного радиуса

$$E_\psi(\rho, z) = \sum_i A_i(z) J_1(\mu_{0i} \rho); \quad A_i(z) = \frac{1}{h_{0i}} \int_0^1 u(z, \rho) J_1(\mu_{0i} \rho) d\rho; \quad h_{0i} = \int_0^1 J_1^2(\mu_{0i} \rho) \rho d\rho. \quad (5)$$

На регулярных участках волновода

$$A_i(z) = \begin{cases} a_i^+ e^{-jk_i z} + a_i^- e^{+jk_i z}; & W > \mu_{0i} / b, i = 1, 2, \dots, p; \\ a_i^+ e^{-k_i z} + a_i^- e^{+k_i z}; & W < \mu_{0i} / b, i > p; \end{cases}, \quad k_i = \sqrt{W^2 - (\mu_{0i} / b)^2}.$$

Здесь p — максимальное количество распространяющихся волн.

Тогда условия на границах сопряжения рассматриваемого нерегулярного отрезка волновода с регулярными участками запишутся в виде.

Условие полного согласования при $z=L$. При $z>L$ отсутствуют обратные волны $a_i^- = 0$.

$$\frac{\partial u(\rho, L)}{\partial z} = - \sum_{i \leq p} \frac{jk_i}{h_{0i}} \rho J_1(\mu_{0i}\rho) \int_0^1 u(\bar{\rho}, L) J_1(\mu_{0i}\bar{\rho}) d\bar{\rho} - \sum_{i > p} \frac{k_i}{h_{0i}} \rho J_1(\mu_{0i}\rho) \int_0^1 u(\bar{\rho}, L) J_1(\mu_{0i}\bar{\rho}) d\bar{\rho}. \quad (6)$$

Условие набегания слева H_{0r} -волн при $z=0$. При $z < 0$ $a_r^+ \neq 0$, $a_{i(i \neq r)}^+ = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(\rho, 0)}{\partial z} = & \sum_{i \leq p} \frac{jk_i}{h_{0i}} \rho J_1(\mu_{0i}\rho) \int_0^1 u(\bar{\rho}, 0) J_1(\mu_{0i}\bar{\rho}) d\bar{\rho} + \\ & + \sum_{i > p} \frac{k_i}{h_{0i}} \rho J_1(\mu_{0i}\rho) \int_0^1 u(\bar{\rho}, 0) J_1(\mu_{0i}\bar{\rho}) d\bar{\rho} - 2j \sum_r k_r a_r^+ \rho J_1(\mu_{0r}\rho) \end{aligned} \quad (7)$$

Заметим, что условия (6), (7) можно ставить непосредственно на концах нерегулярного отрезка, что позволяет значительно уменьшить расчетную область особенно вблизи границы полосы прозрачности.

Мощность, переносимая симметричной H -волной через поперечное сечение:

$$P_s = \text{real} \int_0^b \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{B}}^* \right]_z r dr = \text{imag} \left\{ \frac{1}{W} \int_0^1 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial u^*}{\partial z} u - \frac{b' \partial u^*}{b \partial \rho} u \right) d\rho \right\}. \quad (8)$$

Мощность прямой и обратной распространяющихся парциальных волн $P_i^\pm$ на регулярных участках ($b'=0$):

$$P_i^\pm = \text{imag} \left\{ \frac{1}{W} \int_0^1 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial u_i^{\pm*}}{\partial z} u_i^\pm \right) d\rho \right\}; \quad u_i^\pm = \frac{1}{2} \left(u \pm \frac{j}{k_i} \frac{du}{dz} \right). \quad (9)$$

Метод блочной матричной прогонки

В соответствии с методикой [5] выберем на интервале $\{0 \leq \rho \leq 1\}$ равномерную сетку $\omega_{hr} = \{\rho_j = jh_r, h_r = 1/m, j = 0 \dots m\}$ (можно неравномерную) и обозначим

$$\vec{u} = \{u(\rho_1, z), \dots, u(\rho_{m-1}, z)\} = \{u_1(z), \dots, u_{m-1}(z)\}, \quad u_0 = u_m = 0.$$

Аппроксимируем уравнение (3) конечно-разностной схемой второго порядка точности. После приведения к векторно-матричной форме, получаем систему ОДУ вида

$$\frac{d}{dz} \left(E(z) \frac{d\vec{u}}{dz} \right) + \frac{d}{dz} (Q(z)\vec{u}) + Q(z) \frac{d\vec{u}}{dz} + G(z)\vec{u} = 0. \quad (10)$$

Матрицы G и Q имеют следующие ненулевые коэффициенты:

$$\begin{aligned} g_{1,1} &= -\frac{\dot{\varepsilon}(z, \rho_1) W^2}{\rho_1} - \frac{c_{1/2} + c_{1+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{1,2} = -\left(\frac{b'}{b} \right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{1+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad c_j = \frac{1 + (b' \rho_j)^2}{\rho_j}; \\ g_{j,j-1} &= \left(\frac{b'}{b} \right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{j-1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{j,j} = \frac{\dot{\varepsilon}(z, \rho_j) W^2}{\rho_j} - \frac{c_{j-1/2} + c_{j+1/2}}{b^2 h_r^2}; \quad g_{j,j+1} = -\left(\frac{b'}{b} \right)' \frac{1}{2h_r} + \frac{c_{j+1/2}}{b^2 h_r^2}; \\ q_{1,2} &= -\frac{b'}{b^2 h_r}; \quad q_{j,j-1} = \frac{b'}{b^2 h_r}; \quad q_{j,j+1} = -\frac{b'}{b^2 h_r}; \quad j = 2 \dots m-1. \end{aligned}$$

Матрица E содержит только ненулевые диагональные элементы, равные $1/\rho_j, j=1 \dots m-1$.

Для решения краевой задачи для системы (10) введем сетку по z $\omega_{hz} = \{z_k = (k-1)h_z, h_z = L/n, k = 1 \dots n+1\}$, обозначим $\vec{u}^k = \vec{u}(z_k)$ и построим конечно-разностную схему второго порядка точности:

$$\begin{aligned} & \left[E^{k-1/2} - 0, 5h_z (Q^{k-1} + Q^k) \right] \vec{u}^{k-1} + \left[-E^{k-1/2} - E^{k+1/2} + h_z^2 G^k \right] \vec{u}^k + \\ & + \left[E^{k+1/2} + 0, 5h_z (Q^{k+1} + Q^k) \right] \vec{u}^{k+1} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Парциальные граничные условия излучения (6), (7) при замене интеграла по методу трапеций приводятся к матричному виду

$$\frac{d\vec{u}^1}{dz} + \beta^0 \vec{u}^1 = \vec{\gamma}^0; \quad \frac{d\vec{u}^{n+1}}{dz} + \beta^L \vec{u}^{n+1} = 0; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \beta_{kl}^0 &= -h_r \left[\sum_{i=1}^p \frac{jk_i^0}{h_{0i}} J_1(\mu_{0i} \rho_k) \rho_k J_1(\mu_{0i} \rho_l) + \sum_{i=p+1}^{N_v} \frac{k_i^0}{h_{0i}} J_1(\mu_{0i} \rho_k) \rho_k J_1(\mu_{0i} \rho_l) \right]; \\ \beta_{kl}^L &= h_r \left[\sum_{i=1}^p \frac{jk_i^L}{h_{0i}} J_1(\mu_{0i} \rho_k) \rho_k J_1(\mu_{0i} \rho_l) + \sum_{i=p+1}^{N_v} \frac{k_i^L}{h_{0i}} J_1(\mu_{0i} \rho_k) \rho_k J_1(\mu_{0i} \rho_l) \right]; \end{aligned}$$

$$\gamma_k^0 = -2j \sum_r k_r^0 a_r^+ \rho_k J_1(\mu_{0r} \rho_k), \quad N_v \text{ — количество учитываемых собственных волн.}$$

Для (12) используем аппроксимацию второго порядка точности [6]:

$$(-3\vec{u}^1 + 4\vec{u}^2 - \vec{u}^3) + 2h_z \beta^0 \vec{u}^1 = 2h_z \vec{\gamma}^0; \quad (3\vec{u}^{n+1} - 4\vec{u}^n + \vec{u}^{n-1}) + 2h_z \beta^L \vec{u}^{n+1} = 0. \quad (13)$$

Введем вектор неизвестных $\vec{x} = \{\vec{u}^1, \vec{u}^2, \dots, \vec{u}^{n+1}\}$ и запишем систему конечно-разностных уравнений (11) и (13) в виде $A\vec{x} = \vec{d}$. Вследствие приведенной техники построения конечно-разностной схемы сильно разреженная матрица A имеет удобную для последующей обработки блочно-ленточную структуру. Для решения таких систем линейных уравнений с блочно ленточной матрицей была разработана экономичная реализация прямого метода Гаусса с выбором главного элемента — метод блочной матричной прогонки [5]. Идея алгоритма заключается в реализации метода на упакованном массиве из односвязных динамических стеков, в который помещаются только не нулевые элементы. Следует заметить, что данная методика может быть обобщена на случай трехмерных скалярных и векторных систем. Алгоритм метода Гаусса с выбором главного элемента обеспечивает устойчивость конечно-разностной схемы (11), (13) даже если не выполняется условие преобладания диагонального элемента, необходимое для реализации классического метода прогонки и итерационных процедур. Отпадает также во многих случаях необходимость использования методов регуляризации.

Разработана программа, позволяющая рассчитывать электродинамику симметричных Н-волн в нерегулярном волноводе с диэлектрическим заполнением.

Расчет параметров компенсирующего рефлектора

Иллюстрацию возможностей программы приведем на примере решения задачи о выборе толщины диэлектрического окна. Диэлектрические окна в вакуумных СВЧ устройствах (например, в черенковском генераторе) используются для изоляции вакуума от воздушной среды. Очень важно сделать это окно таким, чтобы СВЧ волна проходила через него без затухания.

Постановка задачи

На вход падает симметричная H -волна (рис. 1). Она частично отражается от диэлектрической вставки, частично поглощается (если ε — комплексное), частично проходит. Компенсирующий рефлектор выполнен в виде канавки с параметрами h_k , Δ_k , $L_k=Z_2-Z_1$ [3, 4].

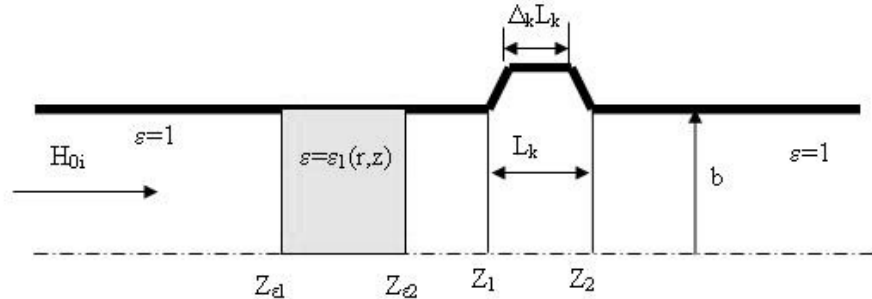


Рис. 1. Геометрия диэлектрического окна с компенсирующим рефлектором

С помощью разработанной программы, реализующей описанную выше модель (2)–(13) рассчитывался коэффициент отражения $K=1-P_s(L)/P_l^+(0)$ (P_l^+ и P_s мощности падающей и проходящих волн (8), (9)) диэлектрического окна с рефлектором.

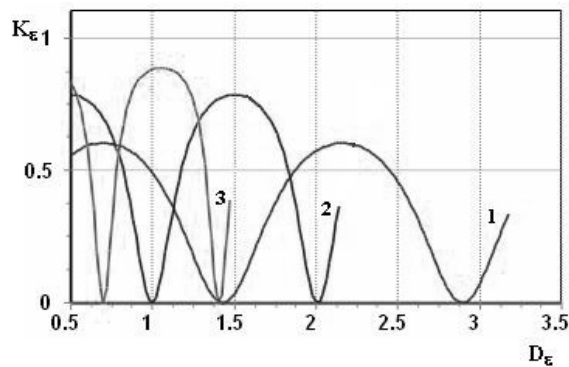


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения от толщины диэлектрического окна без рефлектора $b=5$: 1 — $\varepsilon=5$; 2 — $\varepsilon=10$; 3 — $\varepsilon=20$

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента отражения диэлектрического окна без рефлектора K_{ε} от толщины диэлектрического окна $D_{\varepsilon}=Z_{\varepsilon 2}-Z_{\varepsilon 1}$ для различных ε . Видно, что коэффициент отражения при реальных $D_{\varepsilon} \approx 0,5-1$ достигает значительной величины, однако зависимость имеет периодический характер. При определенных значениях D_{ε} величина отражения K_{ε} становится ничтожно малой. Как показывает анализ, период соответствует половине длины волны в диэлектрике $\Lambda_{\varepsilon}^{H_{01}} = 2\pi / \sqrt{W^2 \varepsilon - (\mu_{0i} / b)^2}$, что полностью согласуется с теорией длинных линий, согласно которой диэлектрическое окно толщиной в половину длины волны представляет резонансный полуволновой трансформатор, и, как следствие, оно обладает свойством полного прохождения волны (без ее отражения).

На рис. 3 представлена рассчитанная зависимость толщины диэлектрика, соответствующая первому минимуму K_{ε} . Как видно, при небольших значениях $\varepsilon < 3$ толщина диэлектрика, соответствующая первому минимуму достигает больших значений, которые неприемлемы при практической реализации.

Реализация тонкого диэлектрического окна в этом случае может быть осуществлена с помощью рефлектора в виде компенсирующей канавки, положение и форма которой представлены на рис. 1. При определенных размерах, положении канавки и толщине диэлектрика возможен резонансный эффект, приводящий к резкому уменьшению

коэффициента отражения. Рис. 4. иллюстрирует эту ситуацию. Как видно, между диэлектриком и канавкой устанавливается полволны, т.е. система диэлектрик-канавка эквивалентна полуволновому трансформатору.

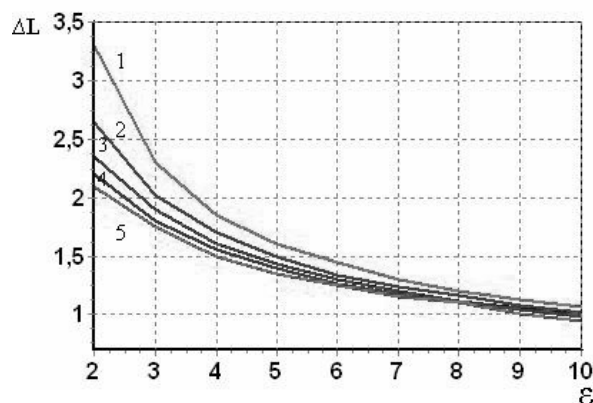


Рис. 3. Зависимость изменения ширины окна от диэлектрической проницаемости для различного радиуса волновода: 1 — $b=4$; 2 — $b=5$; 3 — $b=6$; 4 — $b=7$; 5 — $b=8$

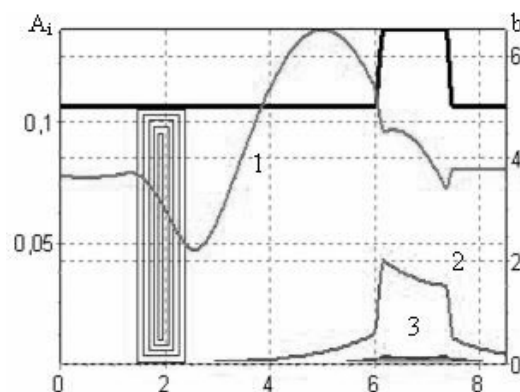


Рис. 4. Положение диэлектрика и канавки при минимальном отражении: 1–3 — амплитуды возбуждаемых волн в разложении (5)

В таблице приведены варианты параметров окон, найденные в процессе минимизации коэффициента отражения с компенсирующим рефлектором $K_{\varepsilon+k}$ для используемых на практике значений их толщин. Здесь $L_{12}=Z_1-Z_{\varepsilon 2}$, крутизна канавки $\Delta_k=0,8$.

Таблица 1. Варианты расчета оптимизированных параметров

b	ε	D_{ε}	K_{ε}	$K_{\varepsilon+k}$	L_{12}	L_k	h_k
4	2	0,5	0,42	0,017	9,553	2,258	1,340
6			0,09	0,001	3,279	1,259	1,253
8			0,07	0,007	3,648	2,974	4,199
10			0,06	0,004	3,457	2,891	5,929
4	3	0,5	0,72	0,01	9,723	2,062	1,475
6			0,25	0,001	3,377	1,195	1,678
8			0,2	0,02	3,116	0,896	2,269
10			0,18	0,07	3,102	0,803	2,381
4	2	1	0,67	0,017	9,377	2,154	1,514
6			0,19	0,001	3,064	1,097	1,303
8			0,15	0,005	3,326	3,067	6,087
10			0,13	0,01	3,112	2,992	6,938
4	3	1	0,85	0,017	9,58	1,928	1,484
6			0,39	0,001	3,096	0,917	1,486
8			0,32	0,01	3,224	3,193	9,495
10			0,29	0,02	3,023	3,068	12,719

Анализ приведенных в таблице результатов показывает, что компенсирующий рефлектор позволяет уменьшить отражение в сотни раз, благодаря чему можно выбрать необходимую толщину диэлектрика. При увеличении b до 8–10 сохранение минимального отражения волны достигается при значительном увеличении высоты канавки h_k . При больших b расстояние между канавкой и диэлектриком практически не изменяется.

Была исследована зависимость коэффициента отражения диэлектрической вставки с канавкой от частоты при толщине диэлектрического окна равной 0,8. График полосы частот представлен на рис. 5. Полоса частот расширяется с увеличением радиуса волновода b .

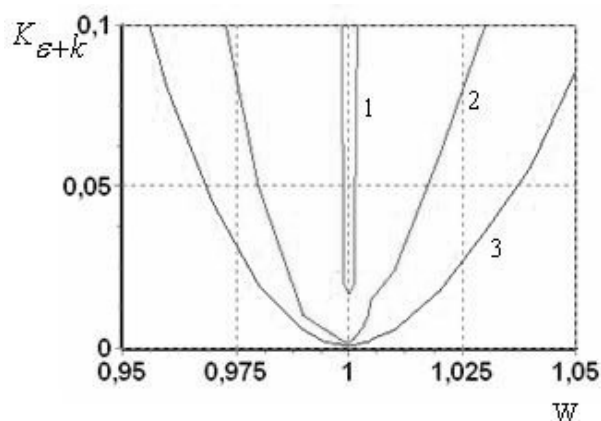


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения от частоты: 1 — $b=4$; 2 — $b=5$; 3 — $b=6$

Заключение

Разработан эффективный метод, позволяющий рассчитывать электродинамику симметричных H -волн в нерегулярном волноводе с диэлектрическим заполнением. Получена зависимость от диэлектрической проницаемости изменения толщины диэлектрического окна круглого волновода при которой возможно полное прохождение H_{01} -волны вследствие резонансного эффекта для различных значений радиуса волновода. При небольших значениях ε резонансная толщина диэлектрического окна неприемлемо велика.

Найдены параметры рефлектора в виде канавки, расположенной вблизи диэлектрического окна произвольной толщины, при которых реализуется резонансный эффект, приводящий к резкому уменьшению коэффициента отражения рабочей H_{01} -волны.

THE DIELECTRIC DIAPHRAGM MATCHING IN A ROUND WAVEGUIDE ON MODE H_{01} WITH THE HELP OF GROOVE - REFLECTOR

A.A. KURAEV, O.I. NARANOVICH, A.K. SINITSYN

Abstract

The effective method of calculation of irregular wave-guides with partial dielectric filling is offered. The effective procedure of the decision successfully combining a method of transformation of coordinates, the subsequent data to system the ODE is developed on the basis of a method of straight lines, partial waves conditions of radiation on entrance and target sections and a method of block matrix run for a case of a longitudinal irregular wave guide with dielectric inserts. Results of the decision of a task about selection of a reflector of a round wave-guide as a resonant flute are resulted.

Литература

1. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М., 1983.
2. Боголюбов А.Н., Делицын А.Л., Лавренова А.В. // Радиотехника. 2004. № 12. С. 20–31.
3. Батура М.П., Кураев А.А., Сеницын А.К. Основы теории, расчета и оптимизации современных электронных приборов СВЧ. Минск, 2007.
4. Наранович О.И., Сеницын А.К. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2007. №10. С. 57–63.
5. Наранович О.И., Сеницын А.К. // Докл. БГУИР. 2007. Т. 5, № 3. С. 18–23.
6. Сеницын А.К. // Докл. БГУИР. 2007. Т. 5, № 1. С. 57.