

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦВЕТНИК — РОЗЫ ГВИДО ГРАНДИ

Введение. Данное исследование посвящено работе с интересными изображениями, так называемыми «розы» Гвидо Гранди. Строятся они на координатной плоскости с помощью точек, которые задаются определенной формулой, и соединяются линиями. Ежедневно в жизни встречаются изображения в виде красивых цветов, которые на самом деле очень легко построить. Мало кто знает, что они являются результатом несложных подсчетов и построений в полярной системе координат [1]. Правильные и плавные линии роз в данном случае — не каприз природы, а правильно подобранные математические зависимости.

Цель данного исследования состоит в попытке воссоздать при помощи информационных технологий средства для построения розы Гвидо Гранди и увидеть их результат работы.

Основная часть. Роза Гранди может быть разных размеров и разных форм. Благодаря заменам некоторых переменных можно изменить количество лепестков у розы. Розу с помощью формулы можно создать в различных компьютерных программах [2]. В данном исследовании для этих целей был использован табличный процессор Microsoft Excel и интерпретируемый язык программирования Python.

Microsoft Excel — программа для работы с электронными таблицами, созданная корпорацией Microsoft для Microsoft Windows, Windows NT и Mac OS, а также Android, iOS и Windows Phone. Она предоставляет возможности экономико-статистических расчетов, графические инструменты, язык макропрограммирования потоков данных Power Query и язык макропрограммирования VBA (Visual Basic for Application) [3].

Язык Python используют для написания скриптов, автоматизации задач, анализа данных, создания веб-приложений. Python подходит для данной задачи, так как:

1. У Python огромное сообщество разработчиков, которые создают библиотеки и фреймворки для решения различных задач и это делает разработку на Python удобной и эффективной.
2. Python работает на большинстве платформ (Windows, macOS, Linux), что позволяет запускать приложение на разных устройствах.
3. Пакет tkinter — это стандартный интерфейс Python к набору инструментов Tcl/Tk GUI, позволяющий работать с графикой [4].

Розы строятся в полярной системе координат. Полярная система координат — это двумерная система координат, у неё есть два числа — полярный угол и полярный радиус. Они играют главную роль, так как с их помощью определяются все точки на плоскости. Такая система координат особенно удобна в случаях, когда в виде радиусов и углов отношение между точками можно установить более просто, чем в декартовой прямоугольной системе координат. Получается, что определяемая радиальная координата принимает значения от 0 до ∞ , а угловая координата изменяется от 0° до 360° .

Розами, или кривыми Гвидо Гранди, называют семейство кривых, полярное уравнение которых записывают в виде:

$$r = \alpha \cdot \sin k\varphi$$
$$r = \alpha \cdot \cos k\varphi,$$

где α и k — постоянные (будем считать их положительными числами).

Если модуль $k = m / n$, то есть k — число рациональное, то розы являются алгебраическими линиями, причём всегда чётного порядка. Поскольку правые части уравнений, которые задают кривые Гвидо Гранди, не могут превышать величины α , то вся кривая располагается внутри круга радиуса α . Поскольку $\sin k\varphi$ является периодической функцией, то розы состоят из равных лепестков, симметричных относительно наибольших радиусов, каждый из которых равен α .

Количество лепестков зависит от величины модуля k :

1. Если модуль k — целое число, то роза состоит из k лепестков при k нечётном и из $2k$ лепестков при k чётном.

2. Если модуль k — рациональное число, в отличие от первого случая, каждый следующий лепесток будет частично перекрывать предыдущий.

3. Если модуль k — число иррациональное, то роза состоит из бесчисленного множества лепестков, частично накладывающихся друг на друга.

Для построения в Microsoft Excel введем формулу розы из трёх лепестков $r = 2\cos 3\varphi$. Полученный результат представлен на рисунке 1.

Для сравнения мы создали программу в Python. Результат работы при тех же параметрах представлен на рисунке 2.

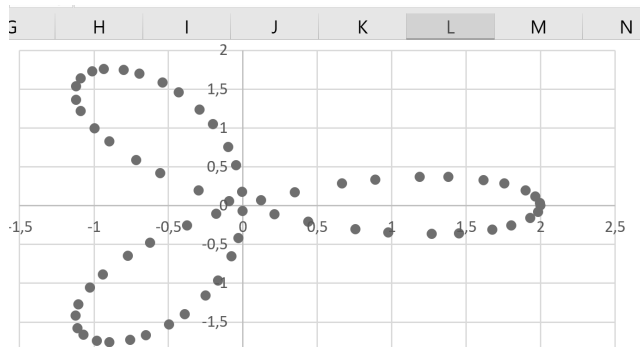


Рисунок 1 — Пример трехлепестковой розы в Microsoft Excel

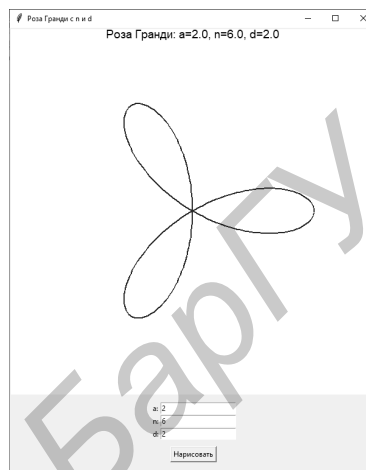


Рисунок 2 — Пример трехлепестковой розы в Python

Примем в формуле коэффициент $k = 2$. Результат представлена на рисунке 3.

Такую же розу построим при помощи программы в Python (рисунок 4).

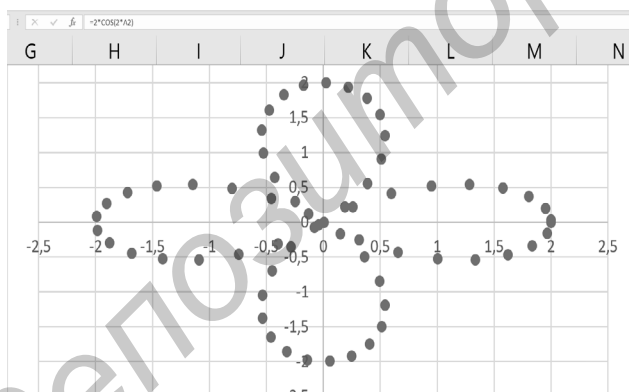


Рисунок 3 — Пример четырехлепестковой розы в Microsoft Excel

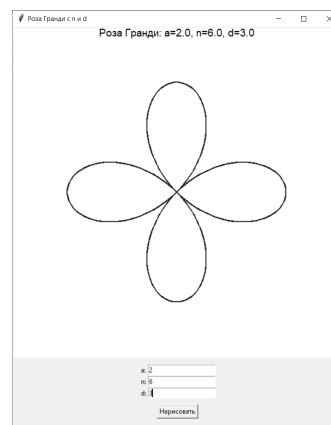


Рисунок 4 — Пример четырехлепестковой розы в Python

Кроме трёх- и четырёхлепестковых «роз» мы сделали ещё несколько графиков. Первая «роза» имеет формулу $r = 1 \cdot \sin 4\varphi$. k является чётным числом, значит, цветок состоит из 8 лепестков (рисунок 5).

Нарисуем такую же розу в Python (рисунок 6).

Создадим более сложные изображения. Наша формула $r = 3\cos 4\varphi + 2\sin 3\varphi$. Когда полностью заполнить все ячейки в столбце r , получится «роза», больше похожая на крылатое насекомое — «стрекозу» (рисунок 7).

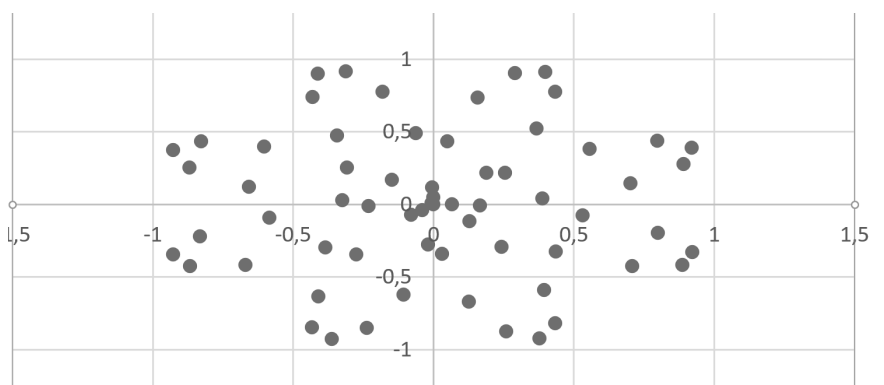


Рисунок 5 — Пример розы из 8 лепестков в Microsoft Excel

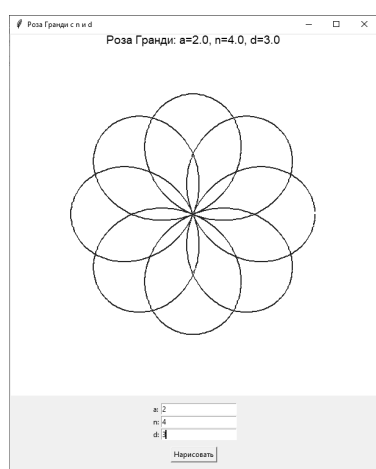


Рисунок 6 — Пример розы из 8 лепестков в Python

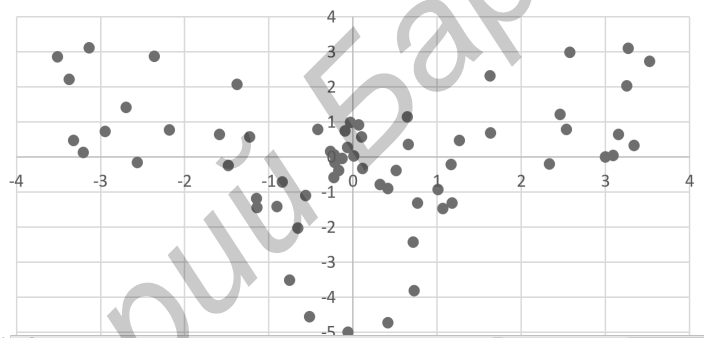


Рисунок 7 — Пример сложной формулы в Microsoft Excel

Заключение. В ходе исследования мы научились строить кривые Гвидо Гранди в Microsoft Excel, а также разработали программу на языке программирования Python, которая в ходе тестирования показала полную работоспособность.

При выполнении работы получилось большое количество форм роз Гвидо Гранди. Изменяя параметры в формуле, чтобы получить цветок ещё красивее в полярных координатах, мы обнаружили, что можно сделать узоры не только в виде цветов, но и насекомых, например, ту же стрекозу.

Немного поработав над кривыми, можно создавать невероятно красивые узоры.

Список цитируемых источников

1. *Ефимов, Н. В.* Краткий курс аналитической геометрии: учеб. пособие / Н. В. Ефимов. — 14-е изд., испр. — Москва: Физматлит, 2008. — 239 с.
2. Математический энциклопедический словарь / редкол.: Ю. В. Прохоров (гл. ред.) [и др.]. — Москва: Сов. энциклопедия, 1988. — 847 с.
3. Приложение для работы с электронными таблицами Microsoft Excel [сайт]. — URL: <https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/excel?market=ru> (дата обращения: 25.09.2024).
4. History and License — Python 3.10.4 documentation [site]. — URL: <https://docs.python.org/3/license.html> (date of access:: 25.09.2024).