Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Барановичский государственный университет»
Студенческое научное общество БарГУ

СОДРУЖЕСТВО НАУК.
БАРАНОВИЧИ-2016

Материалы XII Международной
научно-практической конференции
молодых исследователей

(Барановичи, 19—20 мая 2016 года)

В трёх частях

Часть 2

Барановичи
БарГУ
2016

УДК 001(082)

В части 2 сборника материалов XII Международной научно-практической конференции молодых исследователей «Содружество наук. Барановичи-2016» представлены результаты исследований в области физики и математики, а также рассмотрены актуальные проблемы в области информационных систем и технологий в образовании, науке и технике. Особое внимание уделено современным тенденциям в технологиях и материалах машиностроительного и сельскохозяйственного производств, а также экономическим аспектам развития предприятия, региона.

Сборник адресован научным работникам, аспирантам, магистрантам и студентам инженерных и экономических специальностей учреждений высшего образования.

Рецензент

кандидат технических наук, заведующий лабораторией механофизики гетерогенных систем
Государственного научного учреждения «Физико-технический институт
Национальной академии наук» А. М. Милюкова

Научное издание

СОДРУЖЕСТВО НАУК.
БАРАНОВИЧИ-2016

Материалы XII Международной
научно-практической конференции
молодых исследователей

(Барановичи, 19—20 мая 2016 года)

На русском, белорусском, английском языках

В трёх частях

Часть 2

Ответственный за выпуск Е. Г. Хохол
Технический редактор А. Ю. Сидоренко
Компьютерная вёрстка С. М. Глушак
Корректор Н. Н. Колодко

Подписано в печать 04.10.2016. Формат 60 × 84 $^{1}/_{8}$. Бумага ксероксная.
Отпечатано на копировально-множительной технике. Усл. печ. л. 28,00. Уч.-изд. л. 25,10. Тираж 9 экз. Заказ 681.

Учреждение образования «Барановичский государственный университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя № 1/424 от 09.09.2016.
Ул. Войкова, 21, 225404 г. Барановичи. Тел. 8 (0163) 45 46 28, e-mail: rio@barsu.by .

ISBN 978-985-498-736-1 (ч. 2)
ISBN 978-985-498-734-7

3) построить гистограмму относительных частот для непрерывных СВ;

4) найти числовые характеристики выборки (выборочное среднее, выборочную несмещённую дисперсию);

5) выдвинуть гипотезу о виде закона распределения, найти точечные оценки параметров закона и написать закон распределения по виду гистограммы или из физических соображений;

6) проверить гипотезу о виде закона распределения при заданном уровне значимости, используя критерий Пирсона;

7) найти доверительный интервал для математического ожидания в случае нормально распределённой СВ при заданной доверительной вероятности.

Фактически каждый студент самостоятельно прорабатывает все основные задачи математической статистики, необходимые в будущей профессии.

При защите расчётно-графической работы студент должен предъявить работу в письменном виде, объяснить, как он её делал, истолковать полученные результаты и только после этого ответить на теоретические вопросы.

Для самостоятельного выполнения такой расчётно-графической работы разработан лабораторный практикум [3], где есть как теоретическая часть, так и решения конкретных задач. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов должна быть управляемой, проходить под руководством преподавателя.

Помимо предусмотренных учебным планом форм промежуточного и итогового контроля компетенций студентов по изучаемой дисциплине необходимо усилить организацию и контроль управляемой самостоятельной работы студентов. Для этого преподавателем регулярно проводятся консультации и текущий контроль выполнения заданий.

Заключение. Управляемая самостоятельная работа студентов является одним из основных видов обучения в учреждении высшего образования. Правильная её организация даёт хорошие результаты для усвоения изучаемого материла и дальнейшего его использования в производственной деятельности.

Список цитируемых источников

1. Игнатенко В. В., Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок : учеб. пособие для студентов специальности «Лесо- инженерное дело». Минск : БГТУ, 2004. 180 с.

2. Бавбель Е. И., Игнатенко В. В. Использование межпредметных связей при преподавании высшей математики // Тр. БГТУ. Сер. VIII. Учеб.-метод. работа. Минск, 2012. Вып. XVI. С. 85—86.

3. Игнатенко В. В., Пыжкова О. Н., Яроцкая Л. Д. Высшая математика. Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ. Лабораторный практикум : учеб. пособие для студентов специальностей лесотехн. профиля. Минск : БГТУ, 2006. 124 с.

УДК 517.538.52+517.538.53+517.518.84

Е. П. Кечко

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель

ОБ ОДНОМ ЭКСТРЕМАЛЬНОМ СВОЙСТВЕ АППРОКСИМАЦИЙ ЭРМИТА—ПАДЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Введение. В последние годы наблюдается повышенный интерес к аппроксимациям Эрмита—Паде экспоненциальных функций и их обобщениям, в частности, в задачах аналитического продолжения, приближения аналитических функций, в приложениях к случайным матрицам, диофантовым приближениям и теории операторов.

Саму конструкцию этих аппроксимаций предложил Эрмит [1] в связи с исследованием арифметических свойств числа e. С тех пор аппроксимации Эрмита—Паде экспоненциальных функций были достойным объектом исследования как классиками (Д. Гильберт, К. Зигель, Ф. Клейн, Ф. Линдеман, К. Малер), так и известными современными математиками (А. И. Аптекарев, P. Borwein, W. Van Assche, R. Varga, А. А. Гончар, Е. А. Рахманов, E. Saff, С. П. Суетин, G. Chudnovsky, H. Stahl, A. B. J. Kuijlaars и др.).

Для заданного натурального числа k рассмотрим произвольный фиксированный набор $\{\lambda_p\}_{p=0}^{k}$ различных комплексных и произвольный набор $\{n_p\}_{p=0}^{k}$ натуральных чисел.

Аппроксимациями Эрмита—Паде 1-го рода системы экспонент $\{e^{\lambda_p z}\}_{p=0}^{k}$ называют многочлены $A_{n_p}^{p}(z)$, $\deg A_{n_p}^{p} \le n_p - 1$, $p = 0, 1, \ldots, k$, среди которых хотя бы один тождественно не равен нулю, удовлетворяющие условию

$$R_{n_0, n_1, \ldots n_k}(z) = \sum_{p=0}^{k} A_{n_p}^{p}(z) e^{\lambda_p z} = O(z^{n_0+n_1+\ldots n_k - 1}),\ z \to 0\ . \quad (1)$$

В данном сообщении сформулированы аналоги теорем из работы [2] для рассматриваемых в том числе и недиагональных аппроксимаций Эрмита—Паде. Если не принимать во внимание одномерный случай, когда аппроксимации Эрмита—Паде совпадают с хорошо изученными классическими аппроксимациями Паде [3], то можно сказать, что до настоящего времени недиагональный случай оставался практически не исследованным [4]. Отчасти это связано с тем, что методы, ранее применяемые при изучении диагональных аппроксимаций Эрмита—Паде, в общей ситуации не работают. Например, методы Лапласа и перевала (метод седловой точки) достаточно детально разработаны для нахождения асимптотики интегралов, зависящих от одного параметра n. Однако в общей ситуации приходится иметь дело с интегралами, зависящими от $k+1$ различных параметров $n_0, n_1, \ldots, n_k$.

Основная часть. Многочлены $A_{n_0}^0(z), A_{n_1}^1(z), \ldots, A_{n_k}^k(z)$, удовлетворяющие равенству (1), могут быть получены решением линейной системы $n_0+n_1+\ldots+n_k-1$ однородных уравнений с $n_0+n_1+\ldots+n_k$ неизвестными коэффициентами. Поэтому нетривиальное решение всегда существует. Легко показать, что такие нетривиальные решения могут быть выписаны в явном виде. Действительно, пусть C_p — граница круга с центром в точке λ_p столь малого радиуса, что все остальные λ_j лежат во внешности этого круга, а C_∞ — граница круга с центром в нуле столь большого радиуса, что все числа λ_j, $j=0,1,\ldots,k$ принадлежат его внутренности. Используя теорему Коши о вычетах, легко показать, что функции $A_{n_p}^p(z)=\dfrac{e^{-\lambda_p z}}{2\pi i}\displaystyle\int_{C_p}\frac{e^{\xi z}d\xi}{\prod_{p=0}^{k}(\xi-\lambda_p)^{n_p}}$, $0\le p\le k$, $R_{n_0,n_1,\ldots n_k}(z)=\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{C_\infty}\frac{e^{\xi z}d\xi}{\prod_{p=0}^{k}(\xi-\lambda_p)^{n_p}}$ удовлетворяют (1) и всем другим условиям.

В данной работе мы находим асимптотику остаточного члена $R_{n_0,n_1,\ldots n_k}(z)$, а затем показываем, что нормированные и преобразованные соответствующим образом многочлены $\left\{A_{n_p}^p(z)\right\}_{p=0}^{k}$ являются решением следующей экстремальной задачи: *для фиксированного набора действительных чисел* $\lambda_0<\lambda_1<\ldots<\lambda_k$ *найти многочлены* $a_{n_p}^p(z)$, $\deg a_{n_p}^p\le n_p$, $p=0, 1,\ldots,k$, *со старшим коэффициентом многочлена* $a_{n_k}^k(z)$, *равным 1, реализующие минимум в равенстве* $E_{n_0,n_1,\ldots n_k}=E_{n_0,n_1,\ldots n_k}(\lambda_0,\lambda_1,\ldots,\lambda_k;\rho):=\min\limits_{\left\{a_{n_p}^p(z)\right\}_{p=0}^k}\left\|\sum_{p=0}^{k}a_{n_p}^p(z)e^{\lambda_p z}\right\|_\rho$, *где* $\|h\|_\rho=\max\{|h(z)|: z\in D_\rho\}$, *а* $D_\rho=\{z:|z|\le\rho\}\subset\mathbb{C}$.

Конечной целью в задаче является нахождение асимптотики убывания последовательности $\left\{E_{n_0,n_1,\ldots n_k}\right\}$, когда $\min\{n_0,n_1,\ldots,n_k\}\to\infty$.

Теорема 1. *Пусть* $\lambda_0<\lambda_1<\ldots<\lambda_k$ *— произвольная фиксированная последовательность действительных чисел, а* $\rho<\pi/(\lambda_k-\lambda_0)$. *Тогда, если* $\min\{n_0,n_1,\ldots,n_k\}\to\infty$, *то*

$$E_{n_0,n_1,\ldots n_k}\sim\frac{n_k!\prod_{p=0}^{k}(\lambda_k-\lambda_0)^{n_p+1}}{(n_0+n_1+\ldots+n_k+k)!}\rho^{n_0+n_1+\ldots+n_k+k}$$

В частных случаях теорема 1 совпадает со всеми известными ранее результатами и содержит их в качестве частных случаев. Её доказательство существенно опирается на следующую, имеющую самостоятельную значимость, теорему 2, в которой находится асимптотика остаточной функции $R_{n_0,n_1,\ldots n_k}(z)$.

Теорема 2. *Если* $\min\{n_0,n_1,\ldots,n_k\}\to\infty$, *то локально равномерно по* z

$$R_{n_0,n_1,\ldots n_k}(z)\sim\frac{z^{n_0+n_1+\ldots+n_k-1}}{(n_0+n_1+\ldots+n_k-1)!}e^{\frac{n_0\lambda_0+n_1\lambda_1+\ldots+n_k\lambda_k}{n_0+n_1+\ldots+n_k}z}. \tag{2}$$

Заключение. Полученные результаты могут быть полезными в теории диофантовых приближений. Действительно, для выбранных вещественных $\lambda_0<\lambda_1<\ldots<\lambda_k$ произвольного натурального числа ρ и $0\le h\le k$ положим $n_h=\rho+1$, а $n_\rho=\rho$, $0\le\rho\le k$, $\rho\ne h$ и обозначим $R_{\rho,\ldots,\rho+1,\ldots\rho}(z)$ через $R_h(z)$. При таких условиях К. Малером доказано неравенство [5]:

$$\left|R_h(z)\right| \le \frac{|z|^{(k+1)\rho}\, e^{\lambda_k |z|}}{(k+1)!(k+1)^{(k+1)(\rho-1)}\rho!\left[(\rho-1)!\right]^k}. \tag{3}$$

Неравенство (3) (при достаточно больших ρ) играет важную роль в доказательствах основных теорем о совместных приближениях значений экспонент и логарифмов рациональными числами из работ [6]:

Из теоремы 2 следует, что

$$R_h(z) \sim \frac{z^{(k+1)\rho}}{\left[(k+1)\rho\right]!} e^{\frac{\lambda_0+\lambda_1+\ldots+\lambda_k}{k+1} z}. \tag{4}$$

Нетрудно убедиться, что эквивалентность (4) позволяет получить, в сравнении с (3), существенно более точное неравенство, которое к тому же неулучшаемо при больших значениях ρ.

Заметим также, что в одномерном случае $(k=1$ и $\lambda_0=0,\ \lambda_1=1)$ равенство (2) совпадает (с учётом нормировки) с известным в теории аппроксимаций Паде равенством Д. Браесса [7].

Список цитируемых источников

1. Hermite C. Sur la généralisation des fractions continues algebriques // Ann.Math. Pura Appl. Ser. 2 A. 1883. № 21. P. 289—308 ; Hermite C. Sur la fonction exponentielle // C.R. Acad. Sci. (Paris). 1873. V. 77. P. 18—24, 74—79, 226—233, 285—293.
2. Астафьева А. В., Старовойтов А. П. Экстремальные свойства аппроксимаций Эрмита—Паде экспоненциальных функций // Докл. НАН Беларуси. 2014. Т. 58. № 2. С. 32—37.
3. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М. : Мир, 1986.
4. Driver K. Nondiagonal Hermite—Padé approximation to the exponential function // J. of Comput. and Appl. Math. 1995. V. 65. P. 125—134.
5. Mahler K. Zur Approximation der Exponentialfunktion und des Logarithnus I, II // J. Reine Angw. Math. 1931. V. 166. P. 118—150 ; Mahler K. Applications of some formulas by Hermite to the approximation of exponentials and logarithms // Math. Ann. 1967. V. 168. P. 200—227.
6. Там же.
7. Braess D. On the conjecture of Meinardus on rational approximation of e^z // J. Approx. Theory. 1984. V. 40. № 4. P. 375—379.

УДК 371:517.0

Т. С. Кирильчук
Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРЕЗЕНТАЦИЙ НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ

Введение. Великий русский педагог и учёный К. Д. Ушинский писал: «Детская природа требует наглядности». И это удивительно верно для сегодняшних детей, которые с самого раннего возраста развиваются в условиях новой информационной среды.

Проведение уроков с использованием информационно-коммуникационных технологий, в частности компьютерных презентаций, — это мощный стимул в обучении. В процессе обучения активизируются психические процессы детей (восприятие, внимание, память, мышление), гораздо активнее и быстрее происходит возбуждение познавательного интереса.

Основная часть. Компьютерные презентации — удобный и эффектный способ представления информации с помощью компьютерных программ. Презентация даёт возможность скомпоновать учебный материал, исходя из особенностей конкретного класса, темы, предмета, что позволяет построить урок так, чтобы добиться максимального учебного эффекта. При проведении урока с использованием компьютерных презентаций соблюдается основной принцип дидактики — наглядность, т. е. обеспечение оптимального усвоения материала учениками, повышение эмоционального восприятия и развития всех видов мышления у детей.

Создание и применение презентаций — дело относительно новое. Поэтому вполне понятно, что неизбежны «трудности роста», методические и технические ошибки.

Педагог Н. И. Запрудский выделил типичные ошибки учителей при разработке презентаций.

Ошибки в целевой установке. Цель учителя — дублирование в слайдах содержания учебника. При этом ученики только читают и конспектируют текст. Вообще ценность слайда, в котором только набран текст какого-либо правила, теоремы, закона и т. п., весьма сомнительна. В этом случае нет необходимости в программе PowerPoint с её огромным потенциалом; можно ограничиться текстовым редактором, например, Microsoft Office