

Поскольку для функции $f \in C(T)$ равномерно по x выполняется [1, с. 213, упражнение 10.3] соотношение $f(x) - s_N f(x) = o_x(\ln N)$, $N \rightarrow +\infty$, то $\|f(x) - s_N f(x)\|_{C(T)} = o(\ln N)$, $N \rightarrow +\infty$. Тогда для первой компоненты правой части неравенств (7) имеем

$$\frac{r}{N+1} \|f(x) - s_N f(x)\|_{C(T)} = o\left(\frac{\ln N}{N}\right), \quad N \rightarrow +\infty. \quad (9)$$

Из (7) – (9) получаем

$$\|f(x) - Z_N^{r \geq 2} f(x)\|_{C(T)} = o\left(\frac{\ln N}{N}\right) + 2^{r-1} \|f(x) - \sigma_{N-1} f(x)\|_{C(T)} + 2^{2r-1} \max_{1 \leq n \leq N-2} \|f(x) - \sigma_n f(x)\|_{C(T)}.$$

Отсюда в силу (6) имеем $\lim_{N \rightarrow +\infty} \|f(x) - Z_N^{r \geq 2} f(x)\|_{C(T)} = 0$, т. е. имеем предельное равенство (5).

5. Заключение. Известный факт — средние Фейера тригонометрических рядов Фурье осуществляют сильный процесс приближения в банаховом пространстве $C(T)$ — распространён выше на их обобщение: средние Зигмунда тригонометрических рядов Фурье.

Список цитируемых источников

1. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 1. — 264 с.
2. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 2. — 400 с.
3. Бруй, И. Н. К суммируемости со скоростью средними С. Н. Бернштейна тригонометрических рядов Фурье / И. Н. Бруй // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. — 2022. — Т. 12, № 2. — С. 6—2.
4. Butzer, P. L. Fourier Analysis and Approximation / P. L. Butzer, R. J. Nessel. — Basel; Stuttgart : Birkhäuser, 1971. — Vol. 1. — XVI+533 pp.
5. Зигмунд, А. Тригонометрические ряды : в 2 т. / А. Зигмунд. — М. : Мир, 1965. — Т. 1. — 615 с.
6. Бруй, И. Н. О классе насыщения метода Рисса суммирования рядов Фабера / И. Н. Бруй ; Ред. ж. «Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н.». — Минск, 1989. — 60 с. — Деп. в ВИНТИ АН СССР 16.08.1989. — № 5514-В89.
7. Жук, В. В. Аппроксимация периодических функций / В. В. Жук. — Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. — 368 с.
8. Bruj, I. The concept of Faber derivative in saturation theory / I. Bruj, J. Müller // Jean Journal on Approximation. — 2011. — Vol. 3, № 2. — P. 227—239.

УДК: 510.63

Д. В. Гордич, Е. И. Дулько, Ю. П. Нерода

Учреждение образования «Барановичский государственный университет»,
Барановичи, Республика Беларусь

КАЛЬКУЛЯТОР ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

Введение. Логика — это наука о корректных рассуждениях. Она учит нас строить правильные выводы и аргументы, что является основой любого научного исследования. Как и любая наука, логика требует точности и внимания к деталям. В частности, при работе с таблицами истинности, которые являются ключевым инструментом в изучении логики, точность крайне важна. Но чертить эти таблицы и заполнять их вручную иногда занимает слишком много времени. Именно поэтому мы создали «Калькулятор таблицы истинности».

Калькулятор таблицы истинности — это проверка наших знаний как в дискретной математике, так и в программировании. Этот инструмент позволяет нам сосредоточиться на самой задаче, а не на рутинных вычислениях. Благодаря этому калькулятору мы можем не волноваться по поводу точности заполнения таблиц, достаточно только понимать условие задачи, а дальше, вводя нужные выражения, получать ответ. В этой программе достаточно простой интерфейс, разобраться с которым не составит большого труда. Таким образом, «Калькулятор таблицы истинности» становится мощным помощником в изучении логики и дискретной математики.

Основная часть. Калькулятор разработан в среде Visual Studio с поддержкой проектов Windows Forms и .NET на языке C++. Разработан пользовательский элемент управления, который собран с помощью многих функций макета, доступных в конструкторе Windows Forms. Этот элемент управления реализует пользовательский интерфейс для простого калькулятора, который способен понимать любую логическую функцию, рассчитывать и строить таблицу истинности. Интерфейс программы состоит из кнопок ввода логических операций, переменных и скобок. Вид калькулятора изображен на рисунке 1.



Рисунок 1 — Вид калькулятора

В приложении присутствуют основные логические операции: отрицание (\neg); конъюнкция (\wedge); дизъюнкция (\vee); эквиваленция (\leftrightarrow); импликация (\rightarrow).

Рассмотрим несколько примеров использования калькулятора в задачах алгебраической логики и формализации высказываний:

Пример 1: Определить, является ли высказывание законом логики: «Если когда много читаешь, познаешь много интересного, а когда познаешь много интересного, познаешь и много полезного, то когда много читаешь, познаешь и много полезного» [1].

Решение: разделим задачу на элементарные высказывания:

a — много читаешь;

b — много познаешь интересного;

c — много познаешь полезного.

Логическая форма высказывания: $((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c)$ (рисунок 2).

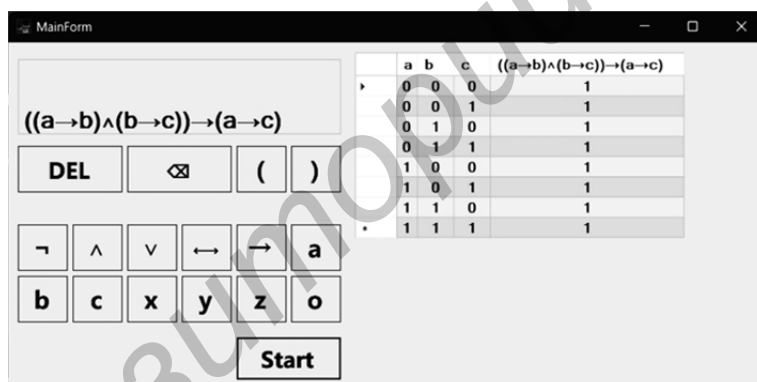


Рисунок 2 — Решение примера 1

Логическая форма сложного высказывания в каждой строке таблицы истинности приняла только значение «истина».

Ответ: данная логическая форма выражает закон логики.

В жизни часто случается так, что требуется подтвердить или опровергнуть выражение. Здесь в силу также вступает **логика высказываний**.

Пример 2. Проверить правильность рассуждения: «Если функция непрерывна на данном интервале, имеет производную в каждой точке, и её производная положительна, то функция является возрастающей. Функция не является возрастающей на данном интервале, но является непрерывной и имеет производную в каждой точке. Следовательно, производная функции не положительна на всем интервале» [2].

Решение: обозначим элементарные высказывания:

a — Функция непрерывна на данном интервале;

b — Функция имеет производную в каждой точке данного интервала;

c — Производная функции положительна на данном интервале;

x — Функция является возрастающей на данном интервале.

Запишем условие в виде формулы: $(a \wedge b \wedge c \rightarrow x) \wedge (\bar{x} \wedge a \wedge b) \rightarrow \bar{c}$

Наберем задачу в калькулятор (рисунок 3).

a	b	c	x	$(a \wedge b \wedge c \rightarrow x) \wedge (\neg x \wedge a \wedge b) \rightarrow \neg c$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Рисунок 3 — Решение примера 2

Из таблицы видно, что весь столбец с высказыванием заполнен единицами.

Ответ: рассуждение истинно.

Пример 3. На вопрос «Кто из троих обучающихся взял телефон Ключевой?» был получен следующий ответ: «Неверно, что если телефон Ключевой брал Петров, то и Сидоров брал телефон, и если телефон взял Иванов, то Петров не брал». Кто взял телефон Ключевой?

Обозначим простые высказывания:

a — Телефон взял Иванов;

b — Телефон взял Петров;

c — Телефон взял Сидоров.

Запишем ответ на языке алгебры логики: $(\overline{b \rightarrow c}) \cap (a \rightarrow \overline{b})$

Составим таблицу истинности (рисунок 4).

a	b	c	$\neg(b \rightarrow c) \wedge (a \rightarrow \neg b)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Рисунок 4 — Решение примера 3

Проанализировав таблицу истинности видно, что выражение истинно в единственном случае, когда $a = 0, b = 1, c = 0$.

Ответ: телефон Ключевой взял Петров.

Заключение. Таблица истинности — это математическая таблица, которая показывает все возможные результаты, которые могут возникнуть при выполнении задачи. В разработанном калькуляторе реализованы функции ввода основных логических операций и вывода таблицы истинности. Использование калькулятора значительно упрощает решение сложных задач логики, когда количество строк в таблице истинности быстро возрастает с увеличением количества переменных.

Калькулятор является универсальным инструментом, который может быть применен в любой области, где требуется работа с логическими выражениями. Он особенно полезен в областях, где требуется анализ логических выражений, таких как математика, информатика, электроника, философия и даже юриспруденция.

Список цитируемых источников

1. Логика. Учебно-методический комплекс (для студентов технических специальностей) [Электронный ресурс] / В. Б. Михно — Режим доступа: <https://core.ac.uk/download/pdf/81661593.pdf> — Дата доступа: 03.05.2024.

2. Конспект лекций по дисциплине «Основы дискретной математики и теории алгоритмов» [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://studfile.net/preview/1411440/page:9/> — Дата доступа: 03.05.2024.