На основании полученных дифракционных картин можно сделать вывод о наибольшей и наименьшей интенсивности искусственных источников света, встроенных в мобильные телефоны студентов. Также данный метод может быть применён к оценке интенсивности света для иных различных источников света.

Заключение. Изучение спектров различных источников света (или веществ) лежит в основе так, называемого спектрального метода, который широко применяется в различных областях деятельности, как в промышленности так и в науке.

Список цитируемых источников

1. *Михеенко, А. В.* Интерференция и дифракция света (теория и лабораторные работы) : учеб.пособие / А. В. Михеенко, А. В. Кирюшин, Н. Л. Швец. — Хабаровск: Изд-во ТОГУ, 2013. — 52 с.
2. *Майер, Р. В.* Информационные технологии и физическое образование. — Глазов: ГГПИ, 2006. — 64 с.
3. *Петлицкая,* Т. С. Анализ интенсивности излучения дифракции плоских волн в пространстве / М. Е. Шудельский, Д. Н. Кендыш, Т.С. Петлицкая // Наука – практике : материалы III Междунар. науч.-практ. конф.: (Барановичи, 19 мая 2022 года) / редкол.: В. В. Климук (гл. ред.), Ю. Е. Горбач, Н. И. Дегиль, А. В. Прадун, А. Н. Прудникова В. — Барановичи : БарГУ, 2022. — Ч.2 — С. 111–113.
4. *Трофимова,* Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Таисия Ивановна Трофимова. — 11-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2006. — 560 с.

УДК 512.813

Ю. В. Сергеева, К. Д. Юнцевич
Учреждение образования «Барановичский государственный университет»,
Барановичи, Республика Беларусь

БЕСКОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОДГРУПП ПРИ ДЕЙСТВИИ ЭКПОНЕНЦИАЛЬНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА МАТРИЦ ГРУППЫ ЛИ $SL(2, R)$

Введение. R-параметрические группы Ли, обладающие структурой r-мерного гладкого многообразия, играют важную роль в дифференциальной геометрии и топологии, а также в теоретической физике. Особое место для исследования отводится однопараметрическим подгруппам матричных групп Ли, которые были введены Софусом Ли в 1893 году, и их представлению с помощью экспоненциального отображения. Экспоненциальное отображение $\exp : \mathbf{g} \to G$, соединяющее группу Ли G и алгебру Ли $\mathbf{g}$, в общем случае не является взаимно однозначным. Это будет показано на примере исследования группы Ли $SL(2, R)$, где матрицы будут заданы специальным образом.

В предложенной для изучения работе будет рассмотрено доказательство упражнения из теории групп Ли с использованием результатов, полученных в [1], [2], и будет доказан тот факт, что при $\lambda = -1$ любой элемент алгебры Ли $\mathbf{sl}(2, R)$ при действии экспоненциального отображения [1] будет проходить через элемент $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$ группы $SL(2, R)$. Это означает, что M заданного специального вида, лежит в бесконечном числе однопараметрических подгрупп группы $SL(2, R)$.

Основная часть. Для исследований рассмотрим группу Ли $SL(2, R)$ матриц размерности 2×2 с $det = +1$, $\mathbf{sl}(2, R)$ — её алгебра Ли. Пусть $B \in \mathbf{sl}(2, \mathrm{R})$. Матрица M задана в виде $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$. Требуется доказать, что при $\lambda = -1$, M лежит в бесконечном числе однопараметрических подгрупп группы $SL(2, R)$.

Случай $\lambda > 0$, был рассмотрен в [2] , где был доказан тот факт, что M лежит в точности в одной однопараметрической подгруппе группы $SL(2, R)$.

Пусть $\lambda = -1$. Для того, чтобы матрица M лежала в бесконечном числе однопараметрических подгрупп группы $SL(2, R)$ необходимо и достаточно доказать, что какой бы элемент алгебры Ли $\mathbf{sl}(2, R)$ мы не взяли, при экспоненциальном отображении все они будут проходить через элемент группы Ли $SL(2, R)$ с матрицей вида $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$.

Рассмотрим экспоненциальное отображение группы Ли $SL(2, R)$, заданное в виде [1].

$$\exp tB = e^{tB} \begin{cases} (\mathrm{ch}\delta t)E + (\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t)B, \delta = \sqrt{-\det B}, \det B < 0, \\ (\cos\delta t)E + (\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t)B, \delta = \sqrt{\det B}, \det B > 0, \\ E + B, \det B = 0. \end{cases}$$

1) Пусть $\det B < 0, \delta = \sqrt{-\det B}$. Тогда

$$\exp(tB) = e^{tB} = (\mathrm{ch}\delta t)E + (\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t)B = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}\delta t + \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)a & \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)b \\ \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)c & \mathrm{ch}\delta t - \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} \mathrm{ch}\delta t + \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)a = -1; \\ \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)b = 0; \\ \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)c = 0; \\ \mathrm{ch}\delta t - \left(\delta^{-1}\mathrm{sh}\delta t\right)a = -1. \end{cases}$$

Откуда следует, что $b = c = 0$. Если $b, c \neq 0$, получаем, что $\mathrm{sh}\delta t = 0$ при $t = 0$, а при $t = 0$. опускается. Подставим найденное $t = 0$ в первое уравнение системы, имеем $-1 = 1$, что невозможно.

Далее подставляя $b = c = 0$ в первое уравнение системы, получаем следующее уравнение, имеем $\mathrm{ch}\sqrt{a^2}t + \frac{1}{\sqrt{a^2}}a \cdot \mathrm{sh}\sqrt{a^2}t = -1$, предполагая, что $a > 0$, имеем $\mathrm{ch}at + \mathrm{sh}at = -1$.

Отсюда следует, что $at = b \Rightarrow \frac{e^{at} + e^{-at}}{2} + \frac{e^{at} - e^{-at}}{2} = -1 \Rightarrow e^{at} = -1.$

Это означает, что уравнение не имеет решений.

Аналогично четвёртое уравнение системы не имеет решений.

2) Пусть $\det B > 0, \delta = \sqrt{\det B}$.

$$\exp tB = e^{tB} = \left(\cos\delta t\right)E + \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)B = \begin{pmatrix} \cos\delta t + \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)a & \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)b \\ \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)c & \cos\delta t - \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} \cos\delta t + \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)a = -1; \\ \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)b = 0; \\ \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)c = 0; \\ \cos\delta t - \left(\delta^{-1}\sin\delta t\right)a = -1. \end{cases}$$

В случае $b, c = 0$ получаем, что $-a^2 > 0$, что не выполняется для любого a.

Следовательно, система имеет решение только при $t = 0$. Таким образом, случай $\det B > 0$ не подходит.

3) Пусть $\det B = 0$,

$$\exp t\mathrm{A} = e^{t\mathrm{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a & b \\ c & 1-a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} 1 + a = -1; \\ 1 - a = -1; \\ b = 0; \\ c = 0. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2; \\ a = -2. \end{array} \right.$$ Это означает, что система несовместна.

Предположим $\sin\delta t = 0 \Rightarrow t = \pi$. Подставляя в первое уравнение системы $t = \pi$, получаем $-1 = -1$.

Таким образом получили, что при $t = \pi$, какой бы элемент B алгебры Ли $\mathbf{sl}(2, R)$ мы не взяли, при экспоненциальном отображении все они будут проходить через элемент группы Ли $SL(2, R)$ с матрицей вида $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$, при $\lambda = -1$. Это означает, что M лежит в бесконечном числе однопараметрических подгрупп группы $SL(2, R)$. В свою очередь, это показывает, что экспоненциальное отображение не является взаимно однозначным, а следовательно, инъективным. Что и требовалось доказать.

Заключение. Доказательство того, что $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$ лежит в точности в одной однопараметрической подгруппе группы Ли $SL(2, R)$ при $\lambda > 0$, а при $\lambda = -1$ M, лежит в бесконечном числе однопараметрических подгрупп группы $SL(2, R)$, будет использоваться при дальнейших исследованиях матрицы M для случая $-1 \neq \lambda < 0$.

Список цитируемых источников

1. *Сергеева Ю. В., Покровский М.. А* Экспоненциальное отображение группы Ли $SL(2, R)$ для специального вида матриц / Ю. В. Сергеева, М. А. Покровский// НАУКА – ПРАКТИКЕ: материалы III Международной научно-практической конференции Барановичи, 19 мая 2022 г: в 2 ч.— Барановичи: РИО БарГУ, 2022. — Ч. 2 — С.100—102.
2. *Сергеева Ю. В., Пачук А. А.* . Действие экпоненциального отображения для специального вида матриц группы Ли SL(2, R)/ Ю. В. Сергеева, А. А. Пачук // НАУКА – ПРАКТИКЕ: материалы IV Международной научно – практической конференции Барановичи, 19 мая 2023 г: в 2 ч.— Барановичи: РИО БарГУ, 2023. — Ч. 2 — С. 23—26.

УДК 537.6+539.1

А. И. Серый

учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», Брест, Республика Беларусь

О СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЫРОЖДЕННОГО ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНОГО ВЕЩЕСТВА В СОСТОЯНИИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. Модель электронно-ядерного вещества в приближении Ферми-газа для электронов в пределе крайнего вырождения представляет интерес при моделировании сверхплотных астрофизических объектов [1, с. 73–86, 133–135; 2, с. 56–67; 3, с. 105–128]. Несмотря на то, что температуры таких объектов в действительности не равны абсолютному нулю, указанный предельный случай удобнее исследовать с математической точки зрения, а получаемые результаты удобнее использовать в качестве начальных приближений для более точных расчетов при учете конечных температур. Основным предметом исследования является совокупность параметров, характеризующих электронно-ядерное вещество. Значения этих параметров зависят (помимо температуры) от состава атомных ядер, плотности вещества (в том числе плотности электронного газа), индукции внешнего магнитного поля (которое может быть квантующим). При выборе модели для численных расчетов параметров результаты также могут зависеть от: а) значений коэффициентов в формуле Бете-Вайцзеккера (обзор различных наборов таких значений можно найти, например, в [4, с. 28]); б) выбора предельного случая (нерелятивистского или ультрарелятивистского) для электронного газа; в) выбора приближения для степени спиновой поляризации электронного газа (квантовый предел, полная поляризация, частичная поляризация); г) учета аномального магнитного момента электрона; д) учета кинетической энергии и спиновой поляризации ядер. Ответ на вопрос об учете спиновой поляризации ядер во внешнем магнитном поле может быть неоднозначным, поскольку при заданном значении массового числа собственные магнитные моменты ядер (если они вообще отличны от нуля) различны при разных зарядовых числах. Также важно, какой тип состояния подразумевается — относительно устойчивое (по отношению только к бета-процессам) или абсолютно устойчивое (по отношению и к бета-процессам, и к пикноядерным реакциям).

В [1, с. 73–76] вырожденное электронно-ядерное вещество исследовалось без учета внешнего магнитного поля; в [3, с. 105–128] такое влияние было учтено. В обоих случаях кинетическая энергия атомных ядер приближенно считалась равно нулю. В данной работе предполагается дальнейшее исследование модели с магнитным полем с учетом факторов, которые не рассматривались в [3, с. 105–128].

Основная часть. Рассмотрим модель вырожденного электронно-ядерного вещества (Ae -вещества), где кинетическая энергия ядер не учитывается, массовое число A считается заданным, а электроны – свободными. Плотность вещества ρ, которая задается как параметр, в такой модели можно представить в виде суммы:

$$\rho = n_A m_A + n_e m_e, \tag{1}$$

где m_e — масса электрона;

n_A — концентрация ядер, связанная с концентрацией электронов n_e соотношениями (Z — зарядовое число ядер):

$$n_A = n_e / (A\xi), \tag{2}$$

$$\xi = Z/A. \tag{3}$$