

## ВЫПУКЛЫЕ ЛИНИИ УРОВНЯ ФУНКЦИИ, ОБРАТНОЙ К ФУНКЦИИ Н. Е. ЖУКОВСКОГО

**Введение.** Функция Н. Е. Жуковского

$$\frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right) \quad (1)$$

конформно и однолистно отображает как внутренность, так и внешность единичной окружности  $|z|=1$  в комплексной  $z$ -плоскости на внешность отрезка  $[-1, 1]$  в комплексной  $w$ -плоскости. В. К. Дзядык [1, с. 375] с внутренней стороны единичной окружности связывает малую прописную букву  $\psi$ . Обратной к функции Н. Е. Жуковского (1) является функция  $z = \psi(C \setminus [-1, 1], w) \equiv w - \sqrt{w^2 - 1}$ , где выбрана та ветвь двузначной функции корня квадратного, для которой  $\sqrt{1} = 1$ . Она проходимую в положительном направлении (против хода часовой стрелки) единичную окружность

$$w = e^{it}, \quad -\pi \leq t \leq \pi, \quad (2)$$

в комплексной  $w$ -плоскости переводит в проходимую в противоположном отрицательном направлении (по ходу часовой стрелки) кривую

$$\Gamma_{\text{Discus}} \equiv \left\{ z(e^{it}) \equiv e^{it} - \sqrt{e^{i2t} - 1} : -\pi \leq t \leq \pi \right\}, \quad (3)$$

которая напоминает контур осевого сечения диска (симметричной двояковыпуклой линзы) и которая имеет в  $z$ -плоскости в качестве осей симметрии вещественную  $\text{Re } z$  и мнимую  $i \text{Im } z$  оси и начало системы координат  $z_0 \equiv 0$  в качестве центра симметрии.

Значению параметра  $t_1 = 0$  соответствует точка  $z_1 = e^{i \cdot 0} - \sqrt{e^{i2 \cdot 0} - 1} = 1$  на вещественной оси  $\text{Re } z$ , а для значения параметра  $t_2 = \pi/2$  по формуле Эйлера  $\forall z \in C \quad e^{iz} = \cos z + i \sin z$  получаем точку  $z_2 = e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} - \sqrt{e^{i2 \cdot \frac{\pi}{2}} - 1} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} - \sqrt{\cos \pi + i \sin \pi - 1} = i - \sqrt{-2} = i - \sqrt{2i^2} = -(\sqrt{2} - 1)i$  на мнимой оси  $i \text{Im } z$ .

В случае значения параметра  $t_3 = \pi/4$  имеем точку  $z_3 = e^{i \cdot \frac{\pi}{4}} - \sqrt{e^{i2 \cdot \frac{\pi}{4}} - 1} = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{-1 + i}$ . Для корня квадратного по выбору ветви с  $\sqrt{1} = 1$  получаем:  $\sqrt{-1 + i} = \sqrt{\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)} = \sqrt[4]{2} \left( \cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right)$ . Согласно известным

формулам тригонометрии  $\cos \frac{3\pi}{8} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{3\pi}{4} \right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ ,

$\sin \frac{3\pi}{8} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{3\pi}{4} \right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right]} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ . Подводим итог предыдущему: значению параметра

$t_3 = \pi/4$  соответствует точка  $z_3 = \left( \sqrt{2} - \sqrt[4]{12 - 8\sqrt{2}} \right) / 2 + i \left( \sqrt{2} - \sqrt[4]{12 + 8\sqrt{2}} \right) / 2 \approx 0,3 - 0,4i$  на комплексной  $(\text{Re } z + i \text{Im } z)$ -плоскости.

В (3) подкоренное выражение  $e^{i2t} - 1 = (\cos 2t - 1) + i \sin 2t$  запишем в тригонометрической форме:  $\rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ . Модуль подкоренного выражения

$$\begin{aligned} \rho &= \left| e^{i2t} - 1 \right| = \left| (\cos 2t - 1) + i \sin 2t \right| \equiv \sqrt{(\cos 2t - 1)^2 + \sin^2 2t} = \\ &= \sqrt{\cos^2 2t - 2 \cos 2t + 1 + \sin^2 2t} = \\ &= \sqrt{(\cos^2 2t + \sin^2 2t) + 1 - 2 \cos 2t} = \sqrt{2(1 - \cos 2t)} = \sqrt{2 \cdot 2 \sin^2 t} = 2|\sin t|. \end{aligned}$$

Тогда

$$\cos \varphi \equiv \frac{\cos 2t - 1}{\rho} = \frac{-2 \sin^2 t}{2|\sin t|} = -\frac{\sin t}{|\sin t|} \cdot \sin t = \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right),$$

$$\sin \varphi \equiv \frac{\sin 2t}{\rho} = \frac{2 \sin t \cos t}{2|\sin t|} = \frac{\sin t}{|\sin t|} \cdot \cos t = \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right).$$

Подкоренное выражение

$$e^{i2t} - 1 = 2|\sin t| \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \right].$$

Главная ветвь корня квадратного

$$\begin{aligned} \sqrt{e^{i2t} - 1} &= \sqrt{2|\sin t|} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{t}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{t}{2}\right) \right] = \\ &= \sqrt{2|\sin t|} \left\{ \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{t}{2} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{t}{2} + i \left[ \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{t}{2} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{t}{2} \right] \right\} = \\ &= \sqrt{|\sin t|} \left[ \left( \cos \frac{t}{2} - \sin \frac{t}{2} \right) + i \left( \cos \frac{t}{2} + \sin \frac{t}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Строим  $\Gamma_{\text{Discus}}$  :

$$\cos t - \sqrt{|\sin t|} \left( \cos \frac{t}{2} - \sin \frac{t}{2} \right) + i \left[ \sin t - \sqrt{|\sin t|} \left( \cos \frac{t}{2} + \sin \frac{t}{2} \right) \right],$$

где  $-\pi \leq t \leq \pi$ . Дискообразная кривая  $\Gamma_{\text{Discus}}$  проходит через две точки  $\pm 1$ , две точки  $\pm(\sqrt{2}-1)i$ , точку  $\left(\sqrt{2}-\sqrt[4]{12-8\sqrt{2}}\right)/2 + i\left(\sqrt{2}-\sqrt[4]{12+8\sqrt{2}}\right)/2 \approx 0,3 - 0,4i$  и последней 1) одну центрально-симметричную точку и 2) две симметричные относительно координатных осей точки. В точках  $\pm 1$  выпуклая дискообразная область  $\text{Int} \Gamma_{\text{Discus}}$  имеет внешние углы в радианах раствора  $3\pi/2$ . (рисунок 1).

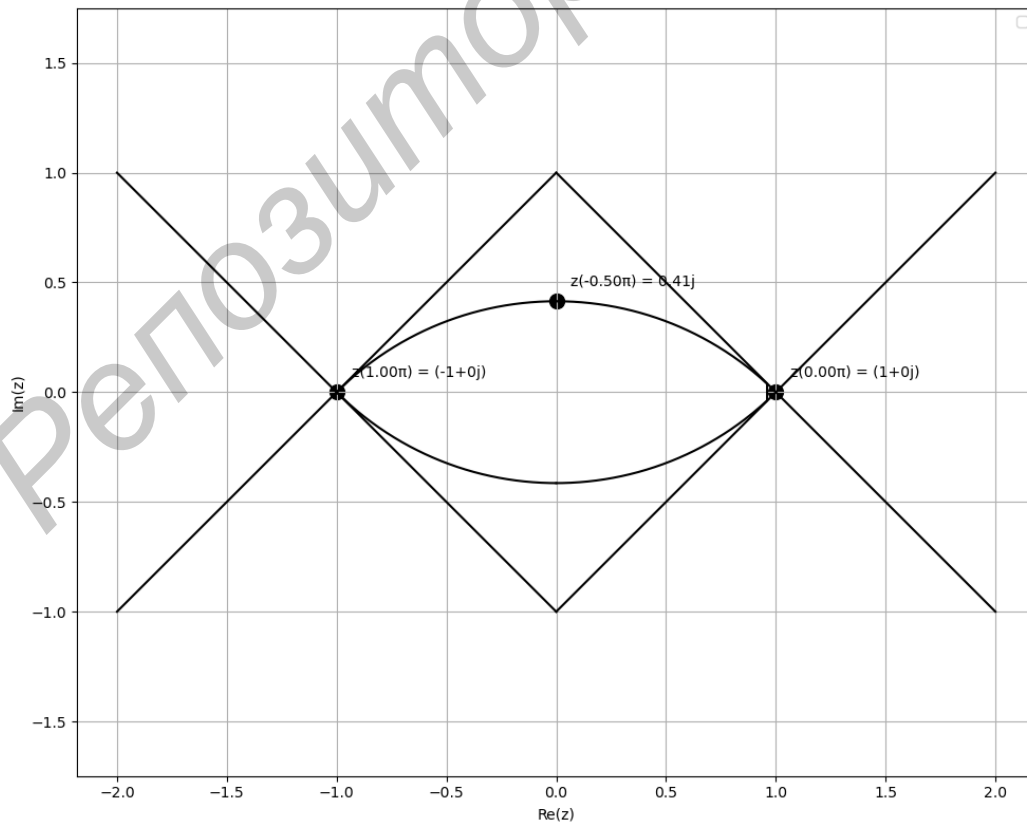


Рисунок 1 — Дискообразная кривая в  $z$ -плоскости

Теоретическая часть работы принадлежит обоим авторам. Все построения сделаны вторым автором.

**Основная часть.** Исходные окружности (прообразы линий уровня) на рисунке 2.

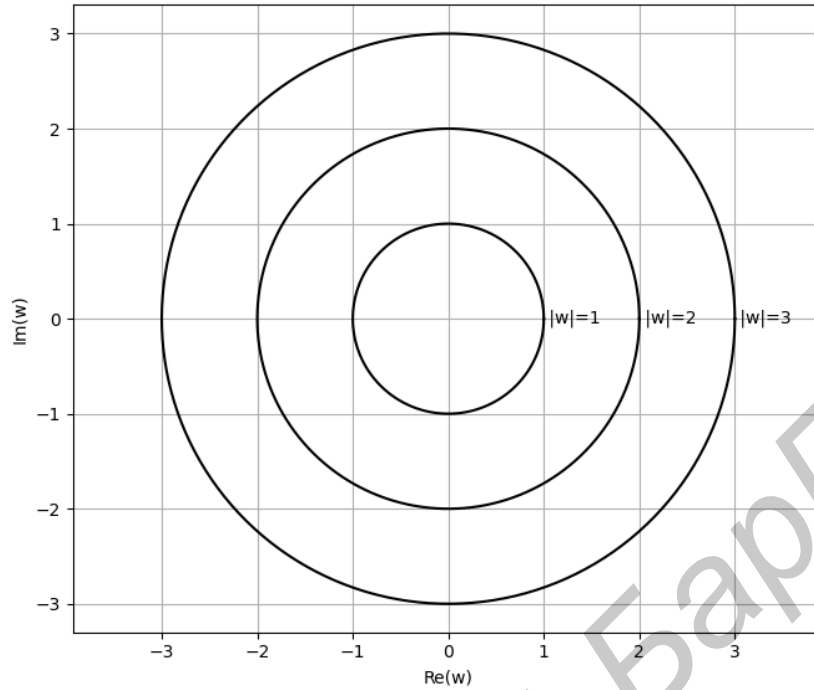


Рисунок 2 — Исходные окружности (прообразы линий уровня) в  $w$ -плоскости

Вместо единичной окружности (2) возьмём окружность радиуса  $R$  строго больше 1:  $w = R e^{it}$ ,  $-\pi \leq t \leq \pi$ .

Тогда вместо (3) образом последней окружности будет линия уровня

$$\begin{aligned} z(R e^{it}) &\equiv R e^{it} - \sqrt{(R e^{it})^2 - 1} = \\ &= R(\cos t + i \sin t) - \sqrt{R^2(\cos 2t + i \sin 2t) - 1} = R(\cos t + i \sin t) - \sqrt{R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подкоренное выражение в (4) запишем в тригонометрической форме:  $\rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ . Его модуль

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \left| R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right| \equiv \sqrt{(R^2 \cos 2t - 1)^2 + (R^2 \sin 2t)^2} = \\ &= \sqrt{R^4 \cos^2 2t - 2R^2 \cos 2t + 1 + R^4 \sin^2 2t} = \sqrt{R^4(\cos^2 2t + \sin^2 2t) - 2R^2 \cos 2t + 1} = \\ &= \sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Значение аргумента подкоренного выражения в (4) находим по известным формулам из системы

$$\begin{cases} \cos[\arg(R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t)] \equiv \frac{R^2 \cos 2t - 1}{\rho}, \\ \sin[\arg(R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t)] \equiv \frac{R^2 \sin 2t}{\rho}. \end{cases} \quad (6)$$

Главная ветвь корня квадратного

$$\begin{aligned} &\sqrt{R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t} = \\ &= \sqrt{\rho} \left\{ \cos \left[ \frac{1}{2} \arg(R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t) \right] + i \sin \left[ \frac{1}{2} \arg(R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Отсюда с помощью школьных формул

$$\cos \frac{\Psi}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \Psi}{2}}, \quad \forall \Psi \in (-\pi, \pi] \quad \sin \frac{\Psi}{2} = \operatorname{sgn} \Psi \sqrt{\frac{1 - \cos \Psi}{2}}, \quad (7)$$

для главной ветви корня квадратного имеем:

$$\sqrt{R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t} = \sqrt{\rho} \left[ \sqrt{\frac{1 + \cos \left[ \arg(R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t) \right]}{2}} + \right.$$

$$+ i \operatorname{sgn} \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right] \sqrt{\frac{1 - \cos \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right]}{2}} \right].$$

И линия уровня (4)

$$z(R e^{it}) = R \cos t - \sqrt{\rho} \sqrt{\frac{1 + \cos \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right]}{2}} +$$

$$+ i \left[ R \sin t - \sqrt{\rho} \operatorname{sgn} \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right] \sqrt{\frac{1 - \cos \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right]}{2}} \right], \quad (8)$$

где  $-\pi \leq t \leq \pi$ .

Из системы (6) следует, что  $\operatorname{tg} \left[ \arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) \right] = \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}$ .

Как известно, главное значение аргумента комплексного числа  $z = x + iy$

$$\forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \quad (-\pi, \pi] \ni \arg z = \begin{cases} \pi - \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & x < 0 \wedge y \geq 0, \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \wedge y > 0, \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & x > 0, \\ -\frac{\pi}{2}, & x = 0 \wedge y < 0, \\ -\pi - \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & x < 0 \wedge y < 0. \end{cases}$$

Тогда

$$\arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) = \begin{cases} \pi - \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}, & t < \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}, \\ \frac{\pi}{2}, & t = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}, \\ \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}, & t > \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}, \\ -\frac{\pi}{2}, & t = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}, \\ -\pi - \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}, & t < \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}. \end{cases}$$

Если  $t = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}$ , то  $\arg \left( R^2 \cos 2t - 1 + i R^2 \sin 2t \right) = \pm \frac{\pi}{2}$  и согласно (5) модуль

$$\rho = \sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2 \cdot \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} + 1} = \sqrt{R^4 - 2R^2 \cos \left( \arccos \frac{1}{R^2} \right) + 1} = \sqrt{R^4 - 2R^2 \cdot \frac{1}{R^2} + 1} = \sqrt{R^4 - 1}, \text{ а на ли-}$$

нии уровня (8) точка

$$z \left( R e^{i \cdot \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}} \right) = R \cos \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} \right) - \sqrt[4]{R^4 - 1} \sqrt{\frac{1 + \cos \left( \pm \frac{\pi}{2} \right)}{2}} +$$

$$+ i \left[ R \sin \left( \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} \right) - \sqrt[4]{R^4 - 1} \operatorname{sgn} \left( \pm \frac{\pi}{2} \right) \sqrt{\frac{1 - \cos \left( \pm \frac{\pi}{2} \right)}{2}} \right] =$$

$$= R \cos\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}\right) - \sqrt[4]{\frac{R^4-1}{4}} + i \left[ \sin\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}\right) \mp \sqrt[4]{\frac{R^4-1}{4}} \right].$$

По школьным формулам (7)

$$\cos\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos\left(\arccos \frac{1}{R^2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{R^2}}{2}} = \sqrt{\frac{R^2 + 1}{2R^2}},$$

$$\sin\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}\right) = \operatorname{sgn}\left(\arccos \frac{1}{R^2}\right) \sqrt{\frac{1 - \cos\left(\arccos \frac{1}{R^2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{R^2}}{2}} = \sqrt{\frac{R^2 - 1}{2R^2}}.$$

Таким образом, если  $t = \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}$ , то на линии уровня (8) точка

$$\begin{aligned} z\left(R e^{i \cdot \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2}}\right) &= R \sqrt{\frac{R^2 + 1}{2R^2}} - \sqrt[4]{\frac{R^4 - 1}{4}} + i \left[ R \sqrt{\frac{R^2 - 1}{2R^2}} \mp \sqrt[4]{\frac{R^4 - 1}{4}} \right] = \\ &= \sqrt{\frac{R^2 + 1}{2}} - \sqrt[4]{\frac{R^4 - 1}{4}} + i \left[ \sqrt{\frac{R^2 - 1}{2}} \mp \sqrt[4]{\frac{R^4 - 1}{4}} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Для  $0 < \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} < t < \frac{\pi}{2}$  с учётом (5) линия уровня (8)

$$\begin{aligned} z(R e^{it}) &= R \cos t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \sqrt{\frac{1 + \cos\left(\operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right)}{2}} + \\ &+ i \left[ R \sin t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \operatorname{sgn}\left(\operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right) \sqrt{\frac{1 - \cos\left(\operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right)}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Из основного тригонометрического тождества  $\forall \psi \in R \quad \cos^2 \psi + \sin^2 \psi = 1$  следует, что

$$\forall \psi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \quad \cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \cos\left(\operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1}\right)^2}} = \\ &= \frac{|R^2 \cos 2t - 1|}{\sqrt{(R^2 \cos 2t - 1)^2 + R^4 \sin^2 2t}} = \frac{|R^2 \cos 2t - 1|}{\sqrt{R^4 (\cos^2 2t + \sin^2 2t) - 2R^2 \cos 2t + 1}} = \frac{|R^2 \cos 2t - 1|}{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (10) и (11) вытекает, что для  $0 < \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} < t < \frac{\pi}{2}$  линия уровня (8)

$$z(R e^{it}) = R \cos t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \sqrt{\frac{|R^2 \cos 2t - 1|}{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}}} +$$

$$\begin{aligned}
& + i \left[ R \sin t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \operatorname{sgn} \left( \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1} \right) \sqrt{\frac{1 - \frac{|R^2 \cos 2t - 1|}{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}}}{2}} \right] = \\
& = R \cos t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \sqrt{\frac{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} + |R^2 \cos 2t - 1|}{2\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}}} + \\
& + i \left[ R \sin t - \sqrt[4]{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} \operatorname{sgn} \left( \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1} \right) \sqrt{\frac{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} - |R^2 \cos 2t - 1|}{2\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1}}} \right] = \\
& = R \cos t - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} + |R^2 \cos 2t - 1|} + \\
& + i \left[ R \sin t - \operatorname{sgn} \left( \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} - |R^2 \cos 2t - 1|} \right].
\end{aligned}$$

Для  $0 < \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{R^2} < t < \frac{\pi}{2}$  строим открытую дугу

$$\begin{aligned}
& R \cos t - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} + |R^2 \cos 2t - 1|} + \\
& + i \left[ R \sin t - \operatorname{sgn} \left( \operatorname{arctg} \frac{R^2 \sin 2t}{R^2 \cos 2t - 1} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{R^4 - 2R^2 \cos 2t + 1} - |R^2 \cos 2t - 1|} \right]
\end{aligned}$$

и дополняем её точкой (9). Полученное множество отображаем 1) относительно вещественной  $\operatorname{Re} z$  и мнимой  $i \operatorname{Im} z$  осей и 2) центрально-симметрично относительно начало системы координат  $z_0 \equiv 0$ . Образы окружностей рис. 2, т. е. линии уровня, приведены на рисунке 3.

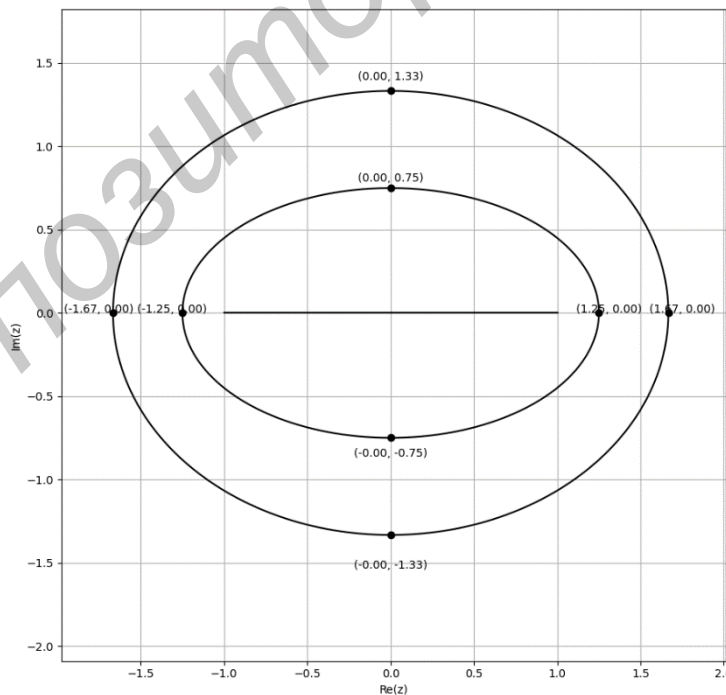


Рисунок 3 — Образы окружностей (линии уровня) в  $z$ -плоскости

**Заключение.** Могучие сибирские реки текут с юга на север. Поэтому половодье на них начинается с юга. Чтобы избежать катастрофических ледовых заторов, на фарватере реки лёд дробят взрывами. Перед опорами мостов со стороны потока ставят ледорёзы (трёхгранные быки). Смесь льда и воды, т. е.  $H_2O$  в двух фазовых

состояниях: твёрдом и жидком, называют шугой. На рисунке 4 направление движения шуги снизу вверх.

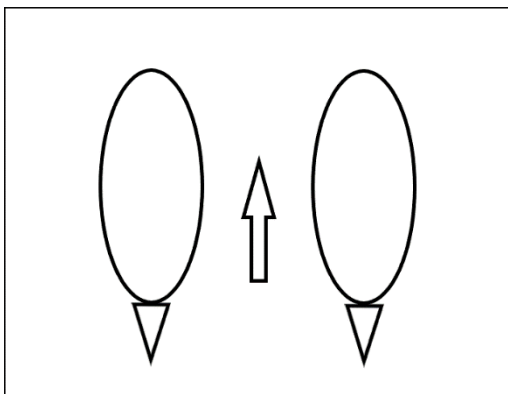


Рисунок 4 — Две опоры моста в z-плоскости

Авторы намерены в будущем с учётом вязкости среды, т. е. с помощью чисел Рейнольдса, рассчитать прохождение шуги между опорами моста.

#### Список цитируемых источников

1. Дзядык, В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. — М. : Наука, 1977. — 512 с.

УДК 621.315.322.4

Д. В. Гордич, А. Б. Пахольчик, И. В. Дубень

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

### СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ КАРБОНОВОГО НАГРЕВАТЕЛЬНОГО ПРОВОДА

**Введение.** Современные системы электрообогрева требуют не только надежности и экономичности, но и высокой степени адаптивности к различным условиям эксплуатации. В последние годы наблюдается тенденция к широкому использованию интеллектуальных и автоматизированных решений, способных обеспечивать стабильный и безопасный нагрев в различных сферах — от бытовых приборов до промышленных установок. При этом всё большее значение приобретает возможность точного регулирования температуры, поскольку чрезмерный нагрев приводит к перерасходу электроэнергии и ускоренному износу оборудования, а недостаточный нагрев — к снижению эффективности и комфорту пользователя. Таким образом, возникает потребность в разработке систем, которые смогут сочетать доступность, простоту эксплуатации и высокую точность работы.

**Основная часть.** Объектом управления выступает карбоновый нагревательный провод, обладающий высоким удельным сопротивлением и стабильными тепловыми характеристиками [1]. Для управления его температурой разработана система, сочетающая в себе несколько режимов работы и способов взаимодействия с оператором.

Управление системой осуществляется с помощью энкодера и кнопок, что обеспечивает интуитивно понятный интерфейс настройки и мониторинга. Система поддерживает три основных режима работы:

Режим «Выкл.» – полное отключение нагрева.

Автоматический режим – поддержание заданной температуры с использованием алгоритма нечёткого регулирования (Fuzzy Logic). Это позволяет системе плавно изменять мощность нагрева в зависимости от текущей температуры и скорости её изменения, минимизируя перерегулирование и колебания.

Ручной режим – пользователь самостоятельно устанавливает уровень мощности нагрева в процентах.

В автоматическом режиме система непрерывно измеряет текущее сопротивление провода, которое используется для косвенного определения его температуры. На основе разницы между заданной и текущей температурой, а также скорости её изменения, нечёткий регулятор вычисляет необходимую мощность нагрева [2]. Управление мощностью осуществляется методом широтно-импульсной модуляции (ШИМ) путем включения и выключения силового реле.