

Методыка прымянення палёў паскарэнняў для вылічэння сіл інерцыі апісана ў артыкуле [1].

Заклучэнне. У навукова-метадычнай распрацоўцы выкладзены арыентаваны на фарміраванне доўгатэрміновых ведаў альтэрнатыўны метады аналізу паскарэння пунктаў цела, якое выконвае плоскі рух. Палявы метады выкарыстаны для даследавання паскарэнняў пунктаў кола пры яго качэнні са слізганнем. Апісаны два варыянты даследавання — паводле першай і другой мадэляў плоскага руху.

Спіс цытаваных крыніц

1. Русан, С. І. Даследаванне палёў сіл інерцыі пры качэнні аднародных цыліндрычных цел / С. І. Русан // Теоретическая и прикладная механика : межведомств. сб. науч.-метод. ст. — Минск : [б. и.], 2008. — Вып. 23. — С. 223—226.

Матэрыял паступіў у рэдакцыю 12.09.2014 г.

УДК 531.01

С. І. Русан, кандыдат тэхнічных навук, дацэнт, Я. С. Стэцкі
Установа адукацыі «Баранавіцкі дзяржаўны ўніверсітэт», Баранавічы

АЛЬТЭРНАТЫЎНЫ АНАЛІЗ СКОРАСЦЕЙ ПУНКТАЎ КОЛА ПРЫ КАЧЭННІ ПА ПЛОСКАСЦІ СА СЛІЗГАННЕМ

Для даследавання хуткасці пунктаў кола выкарыстоўваецца палявы кінематычны аналіз. На прыкладзе паказана яго эфектыўнасць у навучальным працэсе. Альтэрнатыўны аналіз спрыяе фармаванню доўгатэрміновых ведаў студэнтаў.

Ключавыя словы: кінематычны аналіз, плоскі рух, скорасць пункта.

For research of speeds of points of a wheel the field kinematic analysis is used. On an example its efficiency in educational process is shown. The alternative analysis promotes formation of geometrical images of movement, and on their basis — long-term knowledge of students.

Key words: kinematic analysis, flat movement, point speed.

Агульныя заўвагі. Змешчаная ніжэй навукова-метадычная распрацоўка мае на мэце паглыбленае вывучэнне тэмы «Плошчапаралельны рух цела» ў курсе тэарэтычнай механікі. Яна можа быць выкарыстана як у навуковых гуртках па дысцыпліне, так і для падрыхтоўкі студэнтаў да алімпіяд.

Пры качэнні з праслізгваннем кола выконвае плоскі рух. У тэарэтычнай механіцы разглядаюцца дзве кінематычныя мадэлі такога руху. Паводле першай з іх плоскі рух прадстаўляецца ў выглядзе сукупнасці паступальнага і вярчальнага рухаў; паводле другой — у выглядзе спецыфічнага вярчальнага руху, пры якім цэнтры вярчэння, называемыя імгненнымі, для скорасцей (далей — ШС) і паскарэнняў (далей — ШП) не супадаюць паміж сабою (у адрозненне ад статычных цэнтраў пры звычайным вярчальным руху цела). У тых выпадках, калі імгненныя цэнтры скорасцей і паскарэнняў вядомы (ці лёгка знаходзяцца), перавага аддаецца другой мадэлі даследавання плоскага руху. І хоць кінематыка плоскага руху цела ў тэарэтычным плане прынцыпова распрацавана, асобныя яе пытанні працягваюць займаць даследчыкаў. Яны адносяцца як да зместу самой тэорыі, так і да метадыкі яе выкладання і прымянення ў вучэбным працэсе. Ва ўсіх аўдыторных задачах і заданнях для самастойнага выканання ад студэнтаў патрабуецца вызначэнне скорасцей і паскарэнняў у асобных пунктах. Такі традыцыйны падыход назавём дыскрэтным кінематычным аналізам. У працэсе дыскрэтнага аналізу ў студэнтаў не фарміруецца ўяўленне пра ўзровень кінематычных характарыстык ва ўсіх пунктах аб'екта даследавання. Сапраўды, вызначыўшы скорасць (ці паскарэнне) у адным пункце цела, нельга візуальна без разлікаў ацаніць яе велічыню ў іншых пунктах таго ж цела.

Кінематычны аналіз з дапамогай вектарных палёў. У якасці альтэрнатывы дыскрэтнаму аналізу мы прапануем кінематычны аналіз плоскага руху з дапамогай вектарных палёў кінематычных характарыстык — палявы кінематычны аналіз. Плоскі рух цела, як вядома з курса тэарэтычнай механікі, мадэліруецца рухам аднаго яго сячэння. Кінематычнае поле ўяўляе сукупнасць кінематычных характарыстык для ўсіх пунктаў такога сячэння. Прапануемы аналіз нам падаецца больш інфарматыўным, таму што дазваляе ўспрымаць карціну размеркавання скорасцей для ўсяго аб'екта. І разам з тым ён застаецца даступным для разумення студэнтамі, бо вядомы навучэнцам яшчэ са школьных падручнікаў па фізіцы, дзе пры вывучэнні магнітных і электрычных з'яў удзельнічаюць паняцці аб магнітных і электрычных палях. Палявы кінематычны аналіз фарміруе геаметрычныя вобразы руху матэрыяльных аб'ектаў і на іх аснове забяспечвае доўгатэрміновыя веды студэнтаў.

Для вывучэння плоскага руху цела паводле першай мадэлі выкарыстоўваюцца аднародныя і цэнтральныя сіметрычныя палі $\vec{v}_i = \text{const}$, $v_i = \rho_i \omega$, паводле другой мадэлі — толькі восесіметрычныя $v_i = \rho_i \omega$, дзе ρ_i — адлегласць пункта ад восі (цэнтра). Кінематычнае даследаванне качэння кола без

слізання пры дапамозе палёў кінематычных характарыстык падрабязна апісана ў артыкуле [1]. Ніжэй палі выкарыстаны ў кінематычным аналізе качэння кола са слізганнем. Такі рух будзем прадстаўляць у выглядзе спалучэння «чыстага» качэння (без слізання) і слізання — паступальнага руху. «Чыстае» качэнне будзем апісваць цэнтральнымі восесіметрычнымі палямі (паводле другой мадэлі плоскага руху), слізганне — аднароднымі.

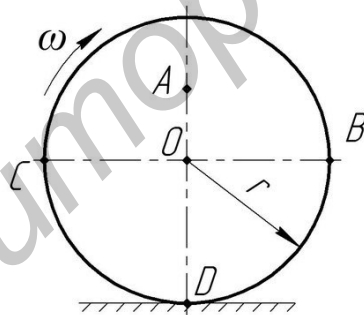
Прыклад аналізу скорасцей. У якасці прыкладу ніжэй выкарыстана задача, якая была прапанавана студэнтам на міжнароднай алімпіядзе ў Гомелі ў 2014 годзе. Прыводзім яе ўмову. *Кола радыуса r коціцца з пастаяннай вуглавой скорасцю ω па гарызантальнай паверхні з праслізгваннем. Скорасці пунктаў A і B аднолькавыя, $OA = \frac{r}{2}$. Вызначыць суадносіны скорасцей $\frac{v_C}{v_D}$ пунктаў C і D (рысунк 1).*

Вынік знойдзем двума спосабамі: з выкарыстаннем палёў скорасцей і з дапамогай імгненнага цэнтра скорасцей.

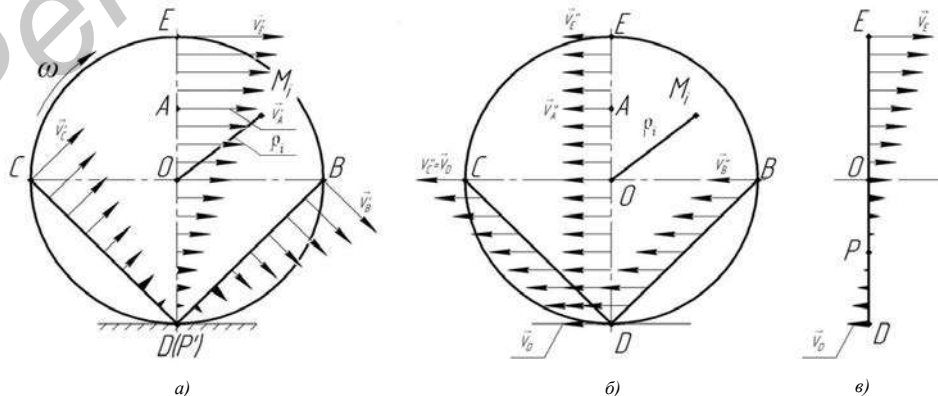
Першы спосаб. Пры качэнні кола з праслізгваннем управа скорасць пункта E таксама накіравана ўправа, пункта D — улева. Поле скорасцей кола будзем разглядаць як геаметрычную суму двух палёў: цэнтральнага з цэнтрам у пункце D (рысунк 2, а) і аднароднага (гл. рысунк 2, б). Першае адпавядае качэнню без слізання з вуглавой скорасцю ω , другое апісвае паступальны рух кола пры слізганні. Апошняе ўяўляе страту скорасці з-за слізання. Ураўненні палёў запісваюцца ў наступным выглядзе: $v'_{Mi} = \rho_i \omega$ і $v''_{Mi} = \text{const}$. У якасці const прымаем скорасць v_D пункта D . Заўважым, што на рысунках 2, а, б, скорасці паказаны толькі па асобных напрамках і ў асобных пунктах. Заканамернасці, устаноўленыя ўраўненнямі палёў, распаўсюджваюцца на ўсе пункты цела. Аналізуючы размеркаванне скорасцей пунктаў на вертыкальным дыяметры DE , заўважаем, што поўная скорасць яго пунктаў знаходзіцца як алгебраічная сума: $v_{Mi} = v'_{Mi} + v''_{Mi}$. Таму на дыяметры DE знаходзіцца пункт P — ЦС, у якім $v'_{Mi} + v''_{Mi} = 0$ (гл. рысунк 2, в). Параметр аднароднага поля скорасцей v_D пакуль невядомы. Каб яго знайсці, выкарыстоўваем умову $v_A = v_B$, інакш: $|\vec{v}'_A + \vec{v}''_A| = |\vec{v}'_B + \vec{v}''_B|$ ці $|\vec{v}'_A + \vec{v}_D| = |\vec{v}'_B + \vec{v}_D|$. Складанне вектараў скорасцей у пунктах A і B паказана на рысунку 3. Апошняю роўнасць перапісваем у выглядзе

$$v'_A - v_D = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2}, \quad (1)$$

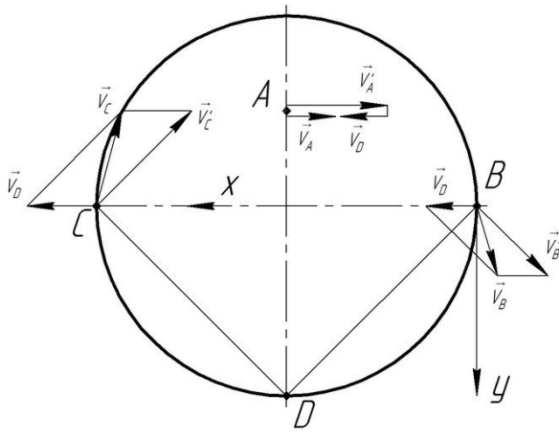
дзе $v'_A = \frac{3\omega r}{2}$; $v'_B = \sqrt{2}r\omega$; $v_{Bx} = v_D - v'_B \cos 45^\circ = v_D - \omega r$; $v_{By} = v'_B \cos 45^\circ = \omega r$.



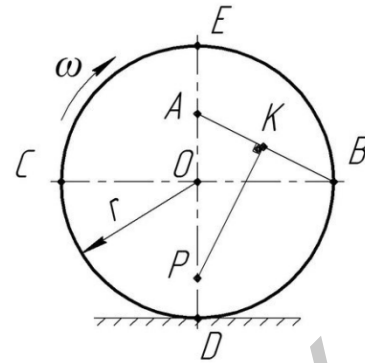
Рысунк 1 — Качэнне кола са слізганнем



Рысунк 2 — Палі скорасцей



Рысунак 3 — Складанне скорасцей



Рысунак 4 — Вызначэнне ЦС

З роўнасці (1) вызначаем $v_D = \frac{\omega r}{4}$. Выкарыстоўваючы левую частку роўнасці (1), знаходзім $v_A = v_B = v_C = \frac{3\omega r}{2} - \frac{\omega r}{4} = \frac{5\omega r}{4}$. Тут улічана, што ў пункце C складаюцца такія ж вектары палёў, як і ў пункце B (можна спаслацца і на роўнасць адлегласцей PC і PB). Вылічваем патрэбныя суадносіны: $\frac{v_C}{v_D} = 5$.

Другі спосаб. Пры дыскрэтным аналізе размеркаванне скорасцей па ўсёй плошчы кола не высвятляецца. З прынятага на рысунку 4 напрамку руху кола ўстанаўліваем, што на вертыкальным дыяметры скорасць пункта E накіравана ўправа, пункта D — улева (гл. рысунак 2, в). І паколькі кола рухаецца ўправа (па напрамку v_C), то $v_E > v_D$, і ЦС знаходзіцца ніжэй цэнтры C на дыяметры DE. Каб дакладна вызначыць становішча пункта D, улічваем, што $v_A = v_B$, г. зн. пункт P аднолькава аддалены ад A і B, і таму знаходзіцца на перпендыкуляры да адрэзка AB, пабудаваным з яго сярэдзіны K (гл. рысунак 4). Аналізуючы рысунак, заключаем, што $v_C = v_B = v_A$, а шукаемыя суадносіны $\frac{v_C}{v_D} = \frac{v_A}{v_D} = \frac{AP}{DP}$. Адрэзак AP знаходзім з падобнасці трохвугольнікаў APK і AOB: $\frac{AP}{AK} = \frac{AB}{AO}$, $AP = AB \frac{AK}{AO} = \frac{AB \cdot (AB/2)}{r/2} = \frac{AB^2}{r} = \frac{\sqrt{r^2 + (r/2)^2}}{r} = \frac{5r}{4}$. Вызначаем DP: $DP = AD - AP = \frac{3r}{2} - \frac{5r}{4} = \frac{r}{4}$. Атрымліваем: $\frac{v_C}{v_D} = \frac{5r/4}{r/4} = 5$.

Для рашэння прыведзенай задачы можа быць выкарыстаны і трэці, камбінаваны спосаб, паводле якога ЦС вызначаецца без пабудовы, прыведзенай на рысунку 4, а непасрэдна з рысункаў 2, а, б: ён знаходзіцца ў пункце P (гл. рысунак 2, в), дзе $\vec{v}_i' = -\vec{v}_i''$.

Заклучэнне. На прыкладзе апісаны альтэрнатыўны дыскрэтны спосаб рашэння пэўнага класа задач — больш інфарматыўны палявы кінематычны аналіз. Паказана, што вынік, атрыманы дыскрэтным спосабам на падставе рысунка 4 без адзінага вектара скорасці, не фарміруе ўяўленне навучэнцаў аб размеркаванні скорасцей па ўсёй плошчы сячэння.

Спіс цытаваных крыніц

1. Русан, С. И. Методика изучения кинематических характеристик качения колеса / С. И. Русан // Теоретическая и прикладная механика : межведомств. сб. науч.-метод. ст. — Минск : [б. и.], 2004. — Вып. 17. — С. 174—178.

Матэрыял паступіў у рэдакцыю 12.09.2014 г.