

4. *Использование функции ПС.* Функция Excel под условным обозначением ПС помогает вычислить предполагаемую прибыль от инвестиций с учетом будущих выплат [1].

Люди иногда делают большие покупки. Например, приобретают автомобили. Они стоят дорого, и для машин берут автокредит, обслуживать который тоже недешево. Если человек не готов отдавать всю зарплату на ежемесячные платежи, то может заранее прикинуть, какой заём будет комфортным [2].

Задача: необходимо приобрести игровой компьютер. Для его покупки берется кредит с годовой процентной ставкой в 4 % на 24 месяца. Заработная плата составляет 4000 рублей. Исходя из этого, удобный ежемесячный платеж будет составлять от 1000 до 1500 рублей. За какую стоимость можно приобрести игровой компьютер?

Решение: воспользуемся финансовой функцией ПС. Если ежемесячный платеж составляет 1000 рублей, минимальная цена игрового компьютера составляет 15246,96 рублей. Если ежемесячный платеж составляет 1500 рублей, тогда максимальная цена компьютера должна составлять 22870,44 рублей. Работа формулы в Excel показана на рисунке 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1																
2		Годовая процентная ставка		4%		4%										
3		Количество платежей		24		24										
4		Ежемесячный платеж		1000		1500										
5																
6		Стоимость компьютера должна быть от		15 246,96		до		22 870,44								
7																

Рисунок 4 — Использование функции ПС в Excel

Заключение. В статье исследованы возможности некоторых функций Excel для финансового моделирования и прогнозирования, на примерах показано, как рассмотренные функции могут экономить время и повысить точность финансового анализа. Гибкость финансовых функций Excel проявляется в их способности с легкостью обрабатывать различные финансовые операции. Эти функции могут быть настроены в соответствии с различными потребностями в инвестициях, заимствованиях и прогнозировании. Используя возможности функций Excel, не только специалисты в области финансов, но и обучающиеся, могут улучшить свои навыки финансового анализа и принимать более эффективные финансовые решения.

Список цитируемых источников

1. Финансовые функции Excel — подборка популярных функций и их описание. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://office-guru.ru/excel/finansovye-funkcii-excel-podborka-populyarnyh-funkcij-i-ih-opisanie.html> — Дата доступа: 05.05.2023.
2. 7 функций Excel, которые помогут управлять финансами. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://lifelhacker.ru/funkcii-excel-dlya-finansov/> — Дата доступа: 05.05.2023.
3. БЗРАСПИС: будущая стоимость инвестиций сложных процентов в Excel. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://exceltable.com/funkcii-excel/budushchaya-stoimost-investitsiy-slozhnykh-protsentov-v-excel> — Дата доступа: 05.05.2023.

УДК 512.813

Ю. В. Сергеева, А. А. Пачук

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

ДЕЙСТВИЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА МАТРИЦ ГРУППЫ ЛИ $SL(2, R)$

Введение. Теория групп Ли является одной из наиболее известных областей в современной математике. Одним из ключевых и важных в теории групп Ли является понятие однопараметрической подгруппы группы Ли и ее представление с помощью экспоненциального отображения для матричных групп.

В представленной для рассмотрения работе будет предложено доказательство упражнения из теории групп Ли, с использованием знаний, полученных после изучения дисциплин «Линейная алгебра», «Матема-

тический анализ» на первом курсе инженерного факультета технического учреждения высшего образования. В результате исследований будет найден единственный элемент алгебры Ли $\mathfrak{sl}(2, R)$, который при действии на него экспоненциального отображения перейдет в один элемент группы $SL(2, R)$ специально заданного вида. Для этого будет рассмотрена матрица $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$ и для случая, когда $\lambda > 0$ с помощью доказательств, полученных в [1], будет доказан тот факт, что M лежит в точности в одной однопараметрической подгруппе группы $SL(2, R)$.

Основная часть. Пусть $SL(2, R)$ обозначает группу Ли матрицу размерности 2×2 с определителем, равным $+1$, и $\mathfrak{sl}(2, R)$ — её алгебра Ли. Рассмотрим матрицу $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$. Требуется доказать, что при $\lambda > 0$, M лежит в точности в одной однопараметрической подгруппе группы $SL(2, R)$.

Пусть $\lambda > 0$. Для того, чтобы матрица M лежала в точности в одной однопараметрической подгруппе группы $SL(2, R)$ необходимо и достаточно доказать, что существует единственный элемент алгебры Ли $\mathfrak{sl}(2, R)$, который при экспоненциальном отображении перейдет в единственный элемент группы Ли с вида $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix}$. Тот факт, что экспоненциальное отображения группы Ли $SL(2, R)$ имеет вид

$$\exp tA = e^{tA} \begin{cases} (\operatorname{ch} \delta t)E + (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)A, \delta = \sqrt{-\det A}, \det A < 0, \\ (\cos \delta t)E + (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)A, \delta = \sqrt{\det A}, \det A > 0, \\ E + A, \det A = 0. \end{cases} \quad \text{был доказан в [1].}$$

1) Пусть $\det A < 0, \delta = \sqrt{-\det A}$. Тогда

$$\begin{aligned} \exp(tA) = e^{tA} &= (\operatorname{ch} \delta t)E + (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)A = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \delta t & 0 \\ 0 & \operatorname{ch} \delta t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a & (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)b \\ (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)c & -(\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \delta t + (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a & (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)b \\ (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)c & \operatorname{ch} \delta t - (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \operatorname{ch} \delta t + (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a = \lambda; \\ (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)b = 0; \\ (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)c = 0; \\ \operatorname{ch} \delta t - (\delta^{-1} \operatorname{sh} \delta t)a = \frac{1}{\lambda}. \end{cases}$$

Откуда следует, что $b = c = 0$. Если $b, c \neq 0$, получаем, что $\operatorname{sh} \delta t = 0$ при $t = 0$, а при $t = 0$ матрица M имеет вид единичной матрицы, в свою очередь, единичная матрица по определению лежит в бесконечном числе однопараметрических подгрупп. Это означает, что случай $\lambda = 1$ опускается.

Далее подставляя $b = c = 0$ в первое уравнение системы, получаем следующее уравнение, из которого находим a . Получаем $\operatorname{ch} \sqrt{a^2}t + \frac{1}{\sqrt{a^2}}a \cdot \operatorname{sh} \sqrt{a^2}t = \lambda$, предполагая, что $a > 0$, имеем $\operatorname{chat} + \operatorname{shat} = \lambda$.

$$\text{Обозначим } at = b \Rightarrow \frac{e^l + e^{-l}}{2} + \frac{e^l - e^{-l}}{2} = \lambda \Rightarrow \frac{2e^l}{2} = \lambda \Rightarrow l = \ln \lambda; \\ a = \frac{\ln \lambda}{t}.$$

Аналогичное a получим из четвертого уравнения системы.

Таким образом, получим, что матрица A в этом случае имеет следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\ln \lambda}{t} & 0 \\ 0 & -\frac{\ln \lambda}{t} \end{pmatrix}.$$

2) Пусть $\det A > 0, \delta = \sqrt{-\det A}$.

$$\exp tA = e^{tA} = (\cos \delta t)E + (\delta^{-1} \sin \delta t)A = \begin{pmatrix} \cos \delta t + (\delta^{-1} \sin \delta t)a & (\delta^{-1} \sin \delta t)b \\ (\delta^{-1} \sin \delta t)c & \cos \delta t - (\delta^{-1} \sin \delta t)a \end{pmatrix}.$$

Сделав аналогичные первому случаю вычисления, имеем систему:

$$\begin{cases} \cos \delta t + (\delta^{-1} \sin \delta t)a = \lambda; \\ (\delta^{-1} \sin \delta t)b = 0; \\ (\delta^{-1} \sin \delta t)c = 0; \\ \cos \delta t - (\delta^{-1} \sin \delta t)a = \frac{1}{\lambda}. \end{cases}$$

Здесь $b, c = 0$, но в этом случае получаем, что $-a^2 > 0$, что не выполняется для a .

Следовательно, система имеет решение только при $t = 0$. Таким образом, случай $\det A > 0$ не подходит.

3) Пусть $\det A = 0$,

$$\exp tA = e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a & b \\ c & 1-a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}.$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} 1+a = \lambda; \\ 1-a = \frac{1}{\lambda}; \\ b = 0; \\ c = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \lambda - 1; \\ a = \frac{\lambda - 1}{\lambda}. \end{cases} \text{ Это означает, что система несовместна.}$$

Таким образом получим, что существует только один элемент алгебры $\mathfrak{sl}(2, R)$ вида:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\ln \lambda}{t} & 0 \\ 0 & -\frac{\ln \lambda}{t} \end{pmatrix}, \det A < 0, \text{ который при экспоненциальном отображении перейдет в единственный элемент}$$

вида $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$ группы Ли $SL(2, R)$ при $\lambda > 0$, а это означает, что M лежит в точности в одной од-

нопараметрической подгруппе группы Ли $SL(2, R)$. Что и требовалось доказать.

Заключение. Доказательство того, что M лежит в точности в одной однопараметрической подгруппе группы Ли $SL(2, R)$ при $\lambda > 0$, где $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$, будет использоваться при дальнейших исследованиях

матрицы $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$ для случаев $\lambda = -1$ и $-1 \neq \lambda < 0$.

Список цитируемых источников

1. Сергеева, Ю. В. Экспоненциальное отображение группы Ли $SL(2, R)$ для специального вида матриц / Ю. В. Сергеева, М. А. Покровский // НАУКА — ПРАКТИКЕ : материалы III Междунар. науч.-практич. конф., Барановичи, 19 мая 2022 г. : в 2 ч. — Барановичи : БарГУ, 2022. — Ч. 2 — С.100—102.

УДК 539.1

А. И. Серый

учреждение образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина», Брест, Республика Беларусь

К ВОПРОСУ О НЕЙТРОНИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОННО-НУКЛОННОГО ВЕЩЕСТВА С УЧЕТОМ ПОПРАВКИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПО ДЛИНАМ НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ

Введение. Модель электронно-нуклонного вещества в пределе абсолютного нуля температуры представляет интерес для различных приложений астрофизики сверхплотных объектов [1, с. 40—58; 2, с. 32—56]. Одним из широко известных предметов исследования для такой модели (как и для моделей, соответствующих отличным от нуля температурам) является нахождение концентрации протонов n_p (которая для электрически нейтральной среды равна концентрации электронов), соответствующей порогу нейтронизации электронно-протонного вещества (т. е. водорода) в приближении смеси электронного и протонного Ферми-газов. В приближении идеальных газов соответствующее значение $n_p \approx 7,37 \cdot 10^{30} \text{ см}^{-3}$ [2, с. 54].

Вместе с тем, теоретическое предсказание в 1964 г. В. Г. Барышевским и М. И. Подгорецким ядерного псевдомангнетизма (экспериментально подтвержденного в 1970-е годы) [3, с. 54] показало, в частности, необходимость учета межнуклонного взаимодействия в упомянутой выше модели.

Основная часть. Результаты исследований модели электронно-нуклонного вещества при температуре абсолютного нуля с учетом кулоновской энергии, обусловленной присутствием частиц противоположного знака, а также контактного межнуклонного взаимодействия в первом порядке теории возмущений по длинам нуклон-нуклонного рассеяния изложены, например, в [4, с. 33—43; 5, с. 30—43; 6, с. 30—37]. В этом случае система уравнений, описывающих бета-равновесие, в отсутствие спиновой поляризации частиц имеет вид:

$$E_{Fe} + E_{Fp} = E_{Fn}, \quad (1)$$

$$E_{Fe} = \left(m_e^2 c^4 + (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} c^2 \right)^{1/2} - \frac{e^2}{\pi} (3\pi^2 n_p)^{1/3}, \quad (2)$$

$$E_{Fp} = \frac{(3\pi^2 n_p)^{2/3} \hbar^2}{2m_p} + m_p c^2 + \frac{g_{pp}}{2} n_p + \left(\frac{g_{np}^{\uparrow\uparrow} + g_{np}^{\uparrow\downarrow}}{2} \right) n_n - \frac{e^2}{\pi} (3\pi^2 n_p)^{1/3}, \quad (3)$$

$$E_{Fn} = \frac{(3\pi^2 n_n)^{2/3} \hbar^2}{2m_n} + m_n c^2 + \frac{g_{nn}}{2} n_n + \left(\frac{g_{np}^{\uparrow\uparrow} + g_{np}^{\uparrow\downarrow}}{2} \right) n_p, \quad (4)$$

$$g_{ii} = \frac{4\pi \hbar^2 a_i}{m_i}, i = n, p; g_{np}^{\uparrow\uparrow} = \frac{2\pi \hbar^2 a_t}{m_{np}^*}, g_{np}^{\uparrow\downarrow} = \frac{\pi \hbar^2 (a_t + a_s)}{m_{np}^*}. \quad (5)$$

При этом c — скорость света в вакууме, \hbar — постоянная Планка; m_i ($i = e, p, n$) — массы электрона, протона и нейтрона, соответственно; $a_t = 5,42 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ — триплетная длина рассеяния нейтрона на протоне