

$$\varepsilon_3 = [2\omega_3 v_{2r} + l_1 \omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] / l + \omega_3 \varepsilon_1 / \omega_1.$$

Затым першую і другую прадэферэнцыраваныя роўнасці (6) памнажаем адпаведна на $\cos \varphi_3, \sin \varphi_3$ і складваем. З вынікавай роўнасці вызначаем адноснае паскарэнне звяна 2:

$$a_{2r} = a_{2c} = \ddot{l}\omega_3^2 - l_1 \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + v_{2r} \varepsilon_1 / \omega_1.$$

Знаходзім вытворную па t роўнасцей (7):

$$\begin{pmatrix} l_3(\cos \varphi_3 \omega_3^2 + \sin \varphi_3 \varepsilon_3) + \ddot{x}_F = -l_4(\cos \varphi_4 \omega_4^2 + \sin \varphi_4 \varepsilon_4), \\ -l_3(-\sin \varphi_3 \omega_3^2 + \cos \varphi_3 \varepsilon_3) = l_4(-\sin \varphi_4 \omega_4^2 + \cos \varphi_4 \varepsilon_4) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

З другой роўнасці (8) знаходзім вуглавое паскарэнне ε_4 , затым з першай — паскарэнне $a_5 = \ddot{x}_F$ выходнага звяна механізма.

Заклучэнне. У артыкуле выкарыстаны аналітычны метады кінематычнага аналізу плоскага шасцізвеннага механізма. Вызначаны яго асноўныя кінематычныя характарыстыкі. Алгарытм даследавання і атрыманыя формулы могуць выкарыстоўвацца ў інжынернай практыцы і вучэбна-даследчай рабоце студэнтаў.

Спіс цытаваных крыніц

1. Филонов, И. П. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И. П. Филонов, П. П. Анципорович, В. К. Акулич. — Минск : Дизайн ПРО, 1998. — 656 с.

Матэрыял паступіў у рэдакцыю 22.09.2014 г.

УДК 519.865.5

А. Н. Тимовец

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВОКРУГ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассматривается актуальная на сегодняшний день проблема анализа пространственного распределения электрического поля вблизи заряженного спутника. Особое внимание уделено описанию двух подходов для расчёта пространственного распределения электрического потенциала вблизи космического аппарата в вакууме. Первый заключается в непосредственном определении потенциала электрического поля, а второй — в решении уравнения Лапласа с известными граничными условиями. Анализируются недостатки и преимущества каждого из описанных методов.

Ключевые слова: моделирование, электрическое поле, электрический потенциал.

The article deals with the problem of spatial distribution of electric field nearby charged satellite. Much attention is given to description of two methods of calculation of spatial distribution of electric potential nearby spacecraft in vacuum. The first method is to determining of potential of electric field and the second method is to solving Laplace's equation. In final the article is considered deficiencies and advantages of these methods.

Key words: modeling, electric field, electric potential.

Введение. Для проведения и интерпретации многих экспериментов на космических аппаратах требуется анализ пространственного распределения электрического поля вблизи заряженного спутника. Так, положительный потенциал спутника в несколько вольт относительно окружающей плазмы приводит к тому, что масс-спектрометрические измерения тепловой плазмы, в особенности лёгких ионов, таких как H^+ , становятся невозможными. С другой стороны, даже в случае небольших потенциалов спутника для анализа экспериментальных измерений необходимо знать распределение электрического поля вблизи спутника, чтобы оценить его влияние на траектории частиц, степень и характер искажения функции распределения ионов [1]. Важную роль играет величина радиуса Дебая (R_D) как характерный пространственный размер взаимодействий в плазме и эквипотенциальность спутника. Особенно сложной задача становится в случае, когда R_D сравним с характерными размерами спутника.

Основная часть. При бортовых измерениях тепловых и сверхтепловых ионов с высотного спутника, потенциал которого соизмерим с kT измеряемых ионов (где k — постоянная Больцмана,

T — температура), или превышает происходит значительное искажение их характеристик. Для интерпретации данных измерений в этих условиях необходим расчёт картины электростатического поля вокруг заряженного спутника и траекторий ионов в этом поле.

В настоящее время для анализа распределения электрического поля вокруг спутников за рубежом (главным образом в США) успешно используется модель NASCAP (NASA Charging Analyzer Program) и её модификации NASCAP-2k [2]. Вместе с тем алгоритмы и программные коды этого комплекса программ не являются общедоступными. В связи с этим возникает необходимость создания собственных программ, которые могут быть использованы как для анализа и интерпретации данных измерений со спутника «Авроральный зонд» (в рамках проекта ИНТЕРБОЛ и были осуществлены соответствующие разработки), так и для других проектов.

Для расчёта пространственного распределения электрического потенциала вблизи космического аппарата в вакууме можно воспользоваться двумя подходами:

1) использовать непосредственное определение потенциала электрического поля

$\hat{O} = \int_S \frac{\sigma(S)}{r} dS$, где S — поверхность тела с поверхностной плотностью заряда σ ; r — радиус-вектор от точки в пространстве до точки на поверхности S ;

2) решить уравнение Лапласа $\Delta\Phi = 0$ с известными граничными условиями: значением потенциала на бесконечности и на поверхности заряженного тела. Математическая постановка задачи о вычислении распределения электрического потенциала вокруг спутника сводится к решению уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

в трёхмерном пространстве с внутренними граничными условиями

$$u_\gamma = \hat{O}_0(x, y, z), \quad (2)$$

где γ — поверхность спутника; $\Phi_0(x, y, z)$ — распределение потенциала на поверхности, предполагающееся известным. Весьма сложная конфигурация границы γ не даёт возможности использовать известные координатные преобразования, сводящие внешнюю задачу (1), (2) к внутренней задаче. Следовательно, для численного решения необходимо дополнить уравнения (1), (2) условиями на внешней границе

$$\gamma_A = \hat{O}_I(x, y, z).$$

Внешнюю границу Γ целесообразно выбрать достаточно простой формы (например, поверхность куба или шара), она должна быть достаточно удалена от внутренней границы, чтобы распределение потенциала на внешней границе можно было с достаточной точностью описать формулой

$$\gamma_A = ar^{-1}(x, y, z) \quad (3)$$

Таким образом, исходная задача сводится к решению уравнения (1) в кубе с вырезанной областью, ограниченной поверхностью γ с граничными условиями (2) и (3). Шаг разностной сетки определяется минимальным пространственным масштабом поверхности γ , это приводит для равномерных сеток к чрезвычайно большому суммарному числу узлов $N \sim 10^9 - 10^{10}$, что превосходит возможности любой доступной вычислительной техники как по объёму памяти, так и по времени сходимости итерационного процесса. В связи с этим предлагается использовать многосеточный алгоритм, реализованный на совокупности равномерных сеток с различными шагами.

Распределение зарядов вокруг спутника, движущегося со сверхзвуковой скоростью в плазме с магнитным полем, представляет собой значительно более сложную задачу. Физические основы её решения были заложены в классической работе [3, с. 157] и в дальнейшем развивались на базе численных методов [4, с. 389—422].

При расчётах электрического поля вокруг заряженного спутника в плазме с дебаевским радиусом, соизмеримым с размерами спутника, обычно пренебрегают учётом сложных деталей его конструкции, например, антенн, штанг, солнечных батарей, которые оказывают значительное влияние на распределение электрического поля, а следовательно, и на траектории измеряемых ионов. Можно попытаться приближенно учесть роль распределения электрического поля вокруг спутника путём расчёта траекторий ионов в электростатическом (вакуумном) поле, т. е. когда дебаевский радиус заметно превышает размеры спутника.

В качестве модели спутника для случая сильно разреженной плазмы рекомендуется использовать упрощённую модель спутника «Авроральный зонд». Поверхность данного спутника в результате принятых мер по металлизации методами, разработанными для проекта АРКАД-3 [5], была практически эквипотенциальной, включая солнечные панели, антенны и штанги.

Заключение. Применение каждого из упомянутых выше методов имеет свои достоинства и недостатки. Так, для решения задачи первым методом существуют сравнительно простые алгоритмы расчёта потенциала, применимые для тела сколь угодно сложной формы, но их применение возможно только при известном распределении зарядов $\sigma(S)$ на поверхности спутника, получить которое в условиях реального космического полета затруднительно.

Второй подход, основанный на решении уравнения Лапласа, требует использования граничных условий по потенциалу спутника, а не по плотности зарядов $\sigma(S)$ на его поверхности. При таком подходе могут быть решены наиболее часто встречающиеся задачи, например, случай эквипотенциального спутника. Вместе с тем для решения уравнения Лапласа в окрестностях тела сложной формы (солнечные панели, различные антенны, выступы и т. п.), достаточно трудоёмким оказывается описание границы, т. е. создание математической модели космического аппарата.

Список цитируемых источников

1. The thermal ion mass spectrometer on board AUREOL-3: the DYCTION experiment / J. Berthelier [et al.] // *Ann. Geophys.* — 1982. — № 5. — P. 591—614.
2. NASCAP-2K spacecraft charging models: algorithms and applications / M. J. Mandell [et al.] // *A spacecraft charging odyssey: Proc. of the 7th Spacecraft Charging Techn. Conf.*, 23—27 Apr. 2001. ESTEC. Noordwijk. The Netherlands. ESA SP-476. — P. 499—507.
3. Альперт, Я. Л. Искусственные спутники в разреженной плазме / Я. Л. Альперт, А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский. — М.: Наука, 1964. — 384 с.
4. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: Наука, 1977. — 742 с.
5. Электромагнитная совместимость научного космического комплекса АРКАД-3 / Ю. И. Гальперин [и др.]. — М.: Наука, 1984. — 192 с.

Материал поступил в редакцию 08.09.2014 г.